

Corsi di Laurea in IADA – Chimica
Esame di Analisi Matematica 1 – Matematica 1 con esercitazioni
05/02/2024 – Fila A

Nome e Cognome.....

Corso di Laurea **IADA** ☐ **Chimica** ☐

N.B.: scrivere le risposte nei riquadri e svolgere i calcoli a giustificazione delle risposte negli spazi tra un testo e l'altro. Aggiungere fogli **solamente** se serve ulteriore spazio. Non consegnare la brutta copia.

Esercizio 1. (2+2+3+3 pt)

Si calcolino, se esistono, i seguenti limiti, **giustificando le risposte**.

i)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x - \sqrt{x^2 - 2x} = \boxed{},$$

ii)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} \left(\pi - 2 \arctan\left(\frac{1}{x}\right) \right) = \boxed{},$$

iii)

$$\lim_n n^2 \sqrt{\tan\left(\frac{1}{n}\right) - \sin\left(\frac{1}{n}\right)} = \boxed{},$$

iv)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \log(\cos x) + x^2}{x^4} = \boxed{}.$$

Esercizio 2. (8 pt)

Si studi la funzione

$$f(x) = \frac{1}{x} + 2 \arctan x$$

determinando:

i) Dominio:

ii) Limiti agli estremi del dominio:

iii) Derivata prima $f'(x) =$

iv) Segno della derivata prima:

v) Intervalli di crescita e decrescenza. Eventuali punti di massimo e di minimo locali o globali.

vi) derivata seconda $f''(x) =$

vii) Grafico di f .

viii) Dire, al variare di α in $\mathbb{R}$, quante sono le soluzioni dell'equazione

$$\frac{1}{x} + 2 \arctan x = \alpha.$$

Esercizio 3. (2+2+2 pt)

Sia $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua. Sia $f(0) = 1$ e $f(2) = 3$.

i) Si provi che f è limitata.

ii) Si provi che $f([0, 2]) \supseteq [1, 3]$.

iii) Si provi che se f è convessa allora $\max_{x \in [0, 2]} f(x) = 3$.

Esercizio 4. (2+2+2pt)

i) Calcolare

$$\int_1^2 x(\log x)^2 dx = \boxed{}.$$

- ii) Determinare la formula di Taylor con il resto di Lagrange per la funzione $\sqrt{1+x}$ con $x_0 = 0$ e $n = 3$.

- iii) (IADA) Utilizzare il punto precedente per calcolare il valore di $\sqrt{\frac{6}{5}}$ con errore inferiore a 10^{-4} .

- iii) (Chimica) Determinare il carattere della seguente serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\log(1 + \sqrt{\frac{1}{n}})}{n}$$