

Corsi di Laurea in IADA – Chimica
Esame di Analisi Matematica 1 – Matematica 1 con esercitazioni
23/02/2024 – Fila A

Nome e Cognome.....

Corso di Laurea **IADA** ☐ **Chimica** ☐

N.B.: scrivere le risposte nei riquadri e svolgere i calcoli a giustificazione delle risposte negli spazi tra un testo e l'altro. Aggiungere fogli **solamente** se serve ulteriore spazio. Non consegnare la brutta copia.

Esercizio 1. (2+2+3+3 pt)

Si calcolino, se esistono, i seguenti limiti, **giustificando le risposte**.

i)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \arctan x + \sin x}{\sqrt{x} \cos x - x} = \boxed{},$$

ii)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(\sin x)}{x} = \boxed{},$$

iii)

$$\lim_n n \sqrt[3]{\tan\left(\frac{1}{n}\right) - \frac{1}{n}} = \boxed{},$$

iv)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 \log(1 + \sin^2 x) + x^2}{x^4} = \boxed{}.$$

Esercizio 2. (6 pt)

Si studi la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{x+2}{x}\right) + \frac{2}{3}x$$

determinando:

i) Dominio:

.

ii) Limiti agli estremi del dominio:

iii) Eventuali asintoti:

iv) Derivata prima $f'(x) =$

v) Segno della derivata prima:

vi) Intervalli di crescita e decrescenza. Eventuali punti di massimo e di minimo locali o globali.

vii) derivata seconda $f''(x) =$

viii) Grafico di f .

Esercizio 3. (2+2 pt)

Sia $f : [1, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile. Sia $f(1) = 1$, $f(2) = 2$, $f(3) = 0$, $f(4) = 1$.

i) Si provi che l'equazione $f(x) = 1$ ha almeno 3 soluzioni.

ii) Si provi che f non può essere né concava né convessa.

Esercizio 4. (2+2+2+2pt)

i) Calcolare

$$\int_1^2 \frac{x}{x+1} dx = \boxed{}.$$

ii) Determinare la formula di Taylor con il resto di Lagrange per la funzione $\frac{1}{1-2x}$ con $x_0 = 0$ e $n = 2$.

iii) Si trovino tutti numeri complessi z tali che

$$z + \bar{z} + 1 = 0 \quad \text{e} \quad |z| = 1.$$

iv) Si provi che per ogni $n \geq 2$ vale

$$3^n - 2^n \geq 3^{n-1} + 2^{n-1}.$$