

Corsi di Laurea in IADA – Chimica
Esame di Analisi Matematica 1 – Matematica 1 con esercitazioni
18/06/2024

Nome e Cognome.....

Corso di Laurea **IADA** ☐ **Chimica** ☐

N.B.: scrivere le risposte nei riquadri e svolgere i calcoli a giustificazione delle risposte negli spazi tra un testo e l'altro. Aggiungere fogli **solamente** se serve ulteriore spazio. Non consegnare la brutta copia.

Esercizio 1. (2+2+3+3 pt)

Si calcolino, se esistono, i seguenti limiti, **giustificando le risposte**.

i)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x + \arctan x}{x} = \boxed{},$$

ii)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{\log x} = \boxed{},$$

iii)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} - \frac{\sin^2 x}{x^4} = \boxed{},$$

iv)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x(2x - \sqrt{4x^2 - 1}) = \boxed{}.$$

Esercizio 2. (6 pt)

Si studi la funzione

$$f(x) = \frac{\log^2 x}{x}$$

determinando:

i) Dominio:

.

ii) Segno: .

iii) Limiti agli estremi del dominio:

iv) Eventuali asintoti:

v) Derivata prima: $f'(x) =$

vi) Segno della derivata prima: .

vii) Intervalli di crescita e decrescenza. Eventuali punti di massimo e di minimo locali o globali.

viii) Grafico di f .

ix) Si dica, al variare di λ in $\mathbb{R}$, quante soluzioni ha l'equazione

$$\lambda x = \log^2 x.$$

Esercizio 3. (2+2 pt)

Sia $f : [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua e convessa. Sia $f(-2) = -1$, $f(0) = 0$, $f(2) = 2$.

i) Si provi che esiste un punto di massimo assoluto per f e che tale punto è 2.

ii) Si provi che esiste un punto di minimo assoluto per f e che detto $\bar{x}$ tale punto si ha che $f(\bar{x}) \geq -2$.

Esercizio 4. (2+2+2+2pt)

i) Calcolare

$$\int_2^3 \left(x + \frac{1}{x}\right) dx = \boxed{}.$$

- ii) Determinare la formula di Taylor con il resto di Lagrange per la funzione $1 + x + \log x$ con $x_0 = 1$ e $n = 3$.

- iii) Si trovino tutti numeri complessi z tali che

$$z + \bar{z} = 0 \quad \text{e} \quad |z| = 1.$$

- iv) Si provi che per ogni $n \geq 1$ vale

$$1 + 1 + 2 + 4 + 3 + 9 + \cdots + n + n^2 = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}.$$