

Corsi di Laurea in IADA – Chimica
Esame di Analisi Matematica 1 – Matematica 1 con esercitazioni
10/09/2024

Nome e Cognome.....

Corso di Laurea **IADA** ☐ **Chimica** ☐

N.B.: scrivere le risposte nei riquadri e svolgere i calcoli a giustificazione delle risposte negli spazi tra un testo e l'altro. Aggiungere fogli **solamente** se serve ulteriore spazio. Non consegnare la brutta copia.

Esercizio 1. (2+2+2+3 pt)

Si calcolino, se esistono, i seguenti limiti, **giustificando le risposte**.

i)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + 3}{2x^2 + 2} = \boxed{},$$

ii)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \tan x}{\sin 2x} = \boxed{},$$

iii)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x - \sqrt{x^2 - x} = \boxed{},$$

iv)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left(\tan \frac{1}{x} - \sin \frac{1}{x} \right) = \boxed{}.$$

Esercizio 2. (9 pt)

Si studi la funzione

$$f(x) = xe^{x-1}$$

determinando:

i) Dominio:

ii) Segno:

iii) Limiti agli estremi del dominio:

iv) Eventuali asintoti:

v) Derivata prima: $f'(x) =$

vi) Segno della derivata prima:

vii) Intervalli di crescita e decrescenza. Eventuali punti di massimo e di minimo locali o globali.

viii) Derivata seconda: $f''(x) =$

ix) Segno della derivata seconda:

x) Intervalli di concavità e convessità. Eventuali punti di flesso.

xi) Grafico di f .

- xii) Determinare l'equazione della tangente al grafico per il punto (1,1).

Esercizio 3. (2+2 pt)

Sia $f : [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile fino al secondo ordina. Sia $f(-2) = 2$, $f(0) = 2$ e $f(2) = 2$.

- i) Si provi che esistono almeno due punti di $] - 2, 2[$ in cui la derivata prima si annulla.

- ii) Si dia un esempio per f tale che i punti in cui si annulla f' siano esattamente tre (basta disegnarne il grafico, fare un disegno comprensibile...).

Esercizio 4. (2+2+2pt)

- i) Calcolare

$$\int_2^3 x \log x \, dx = \boxed{}.$$

ii) Si trovino tutti numeri complessi z tali che

$$z^4 = 1.$$

iii) Determinare la formula di Taylor con il resto di Lagrange per la funzione $f(x) = \cos x + \sin x$, con $x_0 = 0$ e $n = 3$.