

Corsi di Laurea in IADA – Chimica
Esame di Analisi Matematica 1 – Matematica 1 con esercitazioni
25/02/2025 – Fila B

Nome e Cognome.....

Ho svolto gli esercizi STACK e ho ottenuto un punteggio maggiore o uguale a 6 su ciascuno dei 10 fogli: si ☐ no ☐

Corso di Laurea IADA ☐ Chimica ☐

Scrivere le risposte nei riquadri e svolgere i calcoli a giustificazione delle risposte negli spazi tra un testo e l'altro. Aggiungere fogli **solamente** se serve ulteriore spazio. Non consegnare la brutta copia.

Esercizio 1. (2+2+3+3 pt)

Si calcolino, se esistono, i seguenti limiti, **giustificando le risposte**.

i)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + x}}{\log x} = \boxed{},$$

ii)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(1 - \sqrt{1 - \frac{1}{x}} \right) = \boxed{},$$

iii)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - (\log(1+x))^2}{x^3} = \boxed{},$$

iv)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\arctan x - \frac{\pi}{2}}{\tan(\frac{1}{x})} = \boxed{}.$$

Esercizio 2. (8 pt)

Si studi la funzione

$$f(x) = (x^2 - 2x) e^x$$

determinando:

i) Dominio:

.

ii) Segno:

iii) Limiti agli estremi del dominio:

iv) Eventuali asintoti:

v) Derivata prima $f'(x) =$

vi) Segno della derivata prima:

vii) Intervalli di crescita e decrescenza. Eventuali punti di massimo e di minimo locali o globali.

viii) Derivata seconda $f''(x) =$

ix) Segno della derivata seconda:

x) Grafico di f .

xi) Detto $D = [0, +\infty[$ il dominio di f , determinare $f(D)$:

xii) Dire, al variare di β in $\mathbb{R}$, quante sono le soluzioni dell'equazione

$$(x^2 - 2x)e^x = \beta.$$

Esercizio 3. (2+2+2 pt)

Sia $f : [-2, 0] \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua. Sia $f(-2) = 1$ e $f(0) = 2$.

i) Provare che f è limitata.

ii) Provare che l'insieme $\{x \in [-2, 0] : f(x) < 0\}$ è un insieme aperto.

iii) Supponendo che $f(-1) = -1$, provare che l'insieme $\{x \in [-2, 0] : f(x) = 0\}$ contiene almeno due punti.

Esercizio 4. (2+2+2 pt)

- i) Determinare tutti i numeri complessi z tali che

$$z^3 = -8i.$$

(Sugg.: usare la forma trigonometrica dei numeri complessi)

- ii) Calcolare

$$\int_1^2 (x^2 + 1) \log x \, dx = \boxed{}.$$

- iii) Usando l'induzione, provare che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, vale

$$(1 - 0) + (9 - 4) + (25 - 16) + \cdots + ((2n + 1)^2 - (2n)^2) = 2n^2 + 3n + 1.$$