

Corsi di Laurea in IADA – Chimica
Esame di Analisi Matematica 1 – Matematica 1 con esercitazioni
10/06/2025

Nome e Cognome.....

Ho svolto gli esercizi STACK e ho ottenuto un punteggio maggiore o uguale a 6 su ciascuno dei 10 fogli: si ☐ no ☐

Corso di Laurea IADA ☐ Chimica ☐

Scrivere le risposte nei riquadri e svolgere i calcoli a giustificazione delle risposte negli spazi tra un testo e l'altro. Aggiungere fogli **solamente** se serve ulteriore spazio. Non consegnare la brutta copia.

Esercizio 1. (2+2+3+3 pt)

Si calcolino, se esistono, i seguenti limiti, **giustificando le risposte**.

i)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \cos x + x\sqrt{x} = \boxed{},$$

ii)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{\sin x} \log x = \boxed{},$$

iii)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x\sqrt{x} - \sqrt{x^3 - 1} = \boxed{},$$

iv)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(\log(\cos x))}{x^2} = \boxed{}.$$

Esercizio 2. (8 pt)

Si studi la funzione

$$f(x) = x e^{x^2 - 4x}$$

determinando:

i) Dominio:

.

ii) Segno:

iii) Limiti agli estremi del dominio:

iv) Eventuali asintoti:

v) Derivata prima $f'(x) =$

vi) Segno della derivata prima:

vii) Intervalli di crescita e decrescenza. Eventuali punti di massimo e di minimo locali o globali.

viii) Derivata seconda $f''(x) =$

ix) Grafico di f .

x) Detto $D =]-\infty, 0]$, determinare $f(D)$:

xi) Dire, al variare di β in $\mathbb{R}$, quante sono le soluzioni dell'equazione

$$x = \beta e^{-x^2 + 4x}$$

Esercizio 3. (2+2+2 pt)

Sia $f :]-1, 4[\rightarrow \mathbb{R}$ una funzione. Sia $f(0) = 1$, $f(1) = 0$, $f(2) = -1$ e $f(3) = 0$.

i) Supponiamo che f sia continua. Provare che $f(]-1, 4[) \supseteq [-1, 1]$.

ii) Supponiamo che f sia derivabile. Provare che esiste $\xi \in]-1, 4[$ tale che $f'(\xi) = 0$.

iii) Supponiamo che f sia convessa. Provare che f ha minimo assoluto.

Esercizio 4. (2+2+2 pt)

i) Determinare tutti i numeri complessi z tali che

$$z^3 = i.$$

ii) Determinare, al variare di $\beta \in \mathbb{R}$, il carattere di

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^\beta \sqrt{n+1}}.$$

iii) Usando l'induzione, provare che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, vale

$$1 + 3 + 5 + \cdots + (2n + 1) = (n + 1)^2.$$