

Esercizi n.6

key words: Funzione, dominio, codominio, elemento immagine, insieme immagine, insieme controimmagine. Funzioni iniettive, suriettive, biettive. Composizione di funzioni e funzione composta. Funzioni invertibili e inversa di una funzione. Restrizioni. Funzioni reali di variabile reale, funzioni pari e dispari, funzioni monotone, funzioni periodiche. Funzioni potenza e radice. Funzioni esponenziale e logaritmo, funzioni trigonometriche.

1) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + x - 1$. Si calcoli $f(0)$, $f(n)$ per $n \in \mathbb{N}$, $f([1, 2])$, $f(3x)$, $f \circ f$, $(f(x))^2$, $f(x^2)$, $f^{\leftarrow}([2, 4])$.

2) Per ognuna delle funzioni elencate, calcolare l'immagine dell'insieme a fianco indicato.

- $x + 2, \quad]1, 2]. \quad \quad \quad x^2 - 1, \quad [0, 1]. \quad \quad \quad x^3 - 1, \quad \mathbb{R}.$
- $\sin x, \quad [0, \frac{\pi}{4}]. \quad \quad \quad \exp_2(x), \quad] - 1, +\infty[. \quad \quad \quad \log_3(x - 1) \quad [2, +\infty[.$

3) Per ognuna delle funzioni elencate, calcolare la controimmagine dell'insieme a fianco indicato.

- $x - 2, \quad]1, 2]. \quad \quad \quad x^2 + 1, \quad [0, 1]. \quad \quad \quad x^3 - 1, \quad \mathbb{N}.$
- $\arcsin x, \quad [0, \frac{1}{2}]. \quad \quad \quad \frac{|x+1|}{x}, \quad]0, +\infty[. \quad \quad \quad \cos(x + \pi) \quad [\frac{\sqrt{2}}{2}, +\infty[.$

4) Provare che

- se $f \circ g$ è suriettiva allora f è suriettiva, ma non vale il viceversa.
- se $f \circ g$ è iniettiva allora g è iniettiva, ma non vale il viceversa.

5) Disegnare il grafico di

$$f(x) = \frac{x+2}{x+1}, \quad g(x) = |x| + x, \quad h(x) = \tan(x+1).$$

6) Determinare il dominio di

$$f(x) = \sqrt{\frac{x}{x+1}}, \quad g(x) = \log_{10}\left(\frac{|x+1| - x}{x^2}\right), \quad h(x) = \sqrt{x \tan x}.$$

7) Determinare il dominio e l'insieme immagine e trovare, se esiste, inversa di

$$f(x) = \frac{x-2}{x-1}, \quad g(x) = \frac{2^x}{2^x+2}, \quad h(x) = \log_2(x^2+1).$$