

Esercizi n.7

key words: Limite di una funzione reale di variabile reale. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l$, per $x_0, l \in \mathbb{R}$. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = l$, per $l \in \mathbb{R}$. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \pm\infty$, per $x_0 \in \mathbb{R}$. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \pm\infty$. Unicità del limite, permanenza del segno. Confronto di limiti e due carabinieri. Limite della somma e del prodotto. Limite fondamentale $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.

1) Verificare, utilizzando la definizione, i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 1} x^2 + 1 = 2, \quad \lim_{x \rightarrow 0} x^2 + x = 0, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x+2} = 0, \quad \lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{x} = 2.$$

2) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 1}{x^3 - 1}, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{x+1}, \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} x \sin x, \quad \lim_{x \rightarrow -2} \frac{|x+2|}{x}.$$

3) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x+\pi)}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan x}{x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x+x^2)}{x}.$$

4) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\pi+x} - \sqrt{\pi-x}}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}-1}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{\sqrt{|\sin x|} - \sqrt{|x|}}.$$

5) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\cos(x))}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{|x-2|}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x+1} - \sqrt{x}), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos x}{x},$$
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + x^2 + 1}{x^4 + x^3 + 1}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + \sin x}{x^2 + \cos x}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x+1)x^3}{(x-1)(2 + \sin(x^3))}$$