

Esercizi n.8

key words: Limite delle restrizioni, limite destro e sinistro. Limite delle monotone. Limite delle composte. Successioni e sottosuccessioni. Limite delle successioni. Successioni convergenti. Limite fondamentale $\lim_n (1 + \frac{1}{n})^n$. Il numero di Nepero. Limite fondamentale $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x)}{x}$. Limite fondamentale $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$.

1) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + 3x^2 + 1}{2^x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3^{-\frac{1}{x}}}{x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log_2 x}{x + 2}, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} \log_{10} x^2.$$

2) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\sqrt{x}}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x^{\frac{1}{x}}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x}\right)^x.$$

3) Calcolare

$$\lim_n n \sin \frac{1}{\sqrt{n}}, \quad \lim_n \frac{n + \sin n}{n + \cos n}, \quad \lim_n n \log_2 \frac{1}{n}, \quad \lim_n n 2^{-\frac{1}{n}}.$$

4) Calcolare

$$\lim_n \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{\frac{n}{2}}, \quad \lim_n \left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^n, \quad \lim_n \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}, \quad \lim_n \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n$$

5) Calcolare

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{\frac{1}{x}}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{\frac{1}{x}}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(\cos x)}{x}. \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{x^2}}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \log\left(1 + \frac{1}{x}\right)(\sqrt{e^x} - e^{\sqrt{x}}), \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} (-\log x)^{\frac{1}{x}}, \\ \lim_n n^{\sqrt{n}} - (\sqrt{n})^n, \quad \lim_n \frac{2^n}{n!}, \quad \lim_n \frac{(n!)^2}{n^{2n}}, \quad \lim_n \left(\sin \frac{1}{n}\right)^n. \end{aligned}$$

6) Calcolare $\lim_n x_n$ sapendo che $x_0 = 1$ e per ogni n vale $x_{n+1} = \sqrt{x_n + 1}$.

7) Calcolare $\lim_n x_n$ sapendo che $x_0 = 2$ e per ogni n vale $x_{n+1} = \frac{x_n + 1}{2}$.

8) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos x}{x \sin x}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{\sqrt{x+1}} - e^{\sqrt{x}}}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x(\log \sqrt{x+1} - \sqrt{x}).$$