

Esercizi n.9

key words: Funzioni continue in un punto. Funzioni continue sul dominio. Punti di discontinuità.

1) Dire se le seguenti funzioni sono o no continue.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{\sin 2x} & , x \neq 0, \\ 2 & , x = 0. \end{cases} \quad f(x) = \begin{cases} \frac{e^{\sin x} - 1}{2x} & , x \neq 0, \\ \frac{1}{2} & , x = 0. \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 1}{x - 1} & , x \neq 1, \\ 1 & , x = 1. \end{cases} \quad f(x) = \begin{cases} \frac{\log(|x + 1|)}{x} & , -1 < x < 0, \\ 1 & , x \geq 0, \end{cases}$$

2) Le seguenti funzioni non sono definite in 0. Esiste un valore che esse dovrebbero assumere e, se sì, qual è, se si vuole che esse siano continue in tale punto?

$$e^{\frac{1}{x}}, \quad \frac{\sin x}{\arcsin x}, \quad \frac{e^{\sqrt{x^{-2}+1}} - e^{\sqrt{x^{-2}}}}{x}, \quad \frac{\log(1 + e^{-\frac{1}{|x|}})}{\arctan x}.$$

3) Classificare il tipo di discontinuità delle seguenti funzioni

$$f(x) = \begin{cases} x \sin\left(\frac{|x|}{x} + 1\right) & , x \neq 0, \\ 2 & , x = 0. \end{cases} \quad f(x) = \begin{cases} \arctan\left(\frac{1}{x}\right) & , x \neq 0, \\ 0 & , x = 0. \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} x e^{\frac{1}{x}} & , x \neq 0, \\ 0 & , x = 0. \end{cases} \quad f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} \cos x & , x \neq 0, \\ 1 & , x = 0. \end{cases}$$

4) Per quali valori di $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ è continua la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^\alpha \sin\left(\frac{1}{x} + 1\right) & , x > 0, \\ \frac{\sin \beta x}{x} + \gamma & , x \leq 0. \end{cases}$$