

GEO SCRITTO 2/7/2024

Domande

1. e) $\frac{1-i}{3-2i} = \frac{(1-i)(3+2i)}{9+4} = \frac{5-i}{13}$

2. c)

3. e)

4. c)

5. e)

$$\det \begin{pmatrix} -1 & k \\ k & -1 \end{pmatrix} = 1 - k^2 \neq 0 \Rightarrow k \neq \pm 1.$$

6. a) $\Leftrightarrow$ i vettori $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -k \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1-k \end{pmatrix}$ sono l.i.

cioè $\forall k$

7. a)

8. c)

9. a) $P_A(t) = \det \begin{pmatrix} 1-t & i \\ 0 & -1-t \end{pmatrix} = t^2 - 1 \Rightarrow Sp = \{\pm 1\}$

2 autovalori distinti

10. a) $B = \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$ è base ortonormale.

$M_B^B(f) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ è simmetrica

Esercizi

1. (a) Osserviamo che le coordinate di v_3 e v_2 non soddisfanno il SL $\Rightarrow V \cap U = \{0\}$

Inoltre v_1 e v_2 sono l.i.

$$\begin{aligned}\Rightarrow \dim(U + V) &= \dim(U) + \dim(V) = \\ &= \dim(U) + 2 = 4 - \operatorname{rg} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + 2 \\ &= 4 - 3 + 2 = 3\end{aligned}$$

una
soluzione
 $\neq 0$ di SL

$$\det = -1$$

$$\dim(U \cap V) = 0$$

Base di $U + V$, $B = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, v_1, v_2 \right\}$

(e) $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$

$$\det \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} = -1 - (-2) \neq 0$$

$\Rightarrow$ i vettori sono l.i.

c) No, $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + v_3 \notin V \cup U$.

2. (a)

$$H': \begin{cases} x = 1 + t(-1) \\ y = 0 + t \cdot 0 \\ z = 0 + t \cdot 2 \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \quad \text{forma parametrica}$$

$$\Rightarrow \text{eq. cartesiane} \quad \begin{cases} 2x + z = 2 \\ y = 0 \end{cases}$$

$$P: \det \begin{pmatrix} x-1 & -1 & -1 \\ y & 1 & 0 \\ z & 0 & 1 \end{pmatrix} = x-1 + y + z = 0$$

$$(e) \quad (A|e) = \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right)$$

$$\text{rg}(A) = 3 \Rightarrow \text{rg}(A|e) = 3$$

$\Rightarrow H$ e P sono incidenti.

c) Sì

(idea)

