

## ESERCIZI DI MATEMATICA – Foglio 1

**Esercizio 1.** Dati i seguenti insiemi

$$A = \{n \in \mathbb{N} \mid \exists k \in \mathbb{N} \text{ tale che } n = 6k\}$$

$$B = \{n \in \mathbb{N} \mid \exists k \in \mathbb{N} \text{ tale che } n = 8k\}$$

dire quale delle seguenti affermazioni vera:

- a)  $A \cap B = \{n \in \mathbb{N} \mid \exists k \in \mathbb{N} \text{ tale che } n = 48k\}$
- b)  $A \cap B = \emptyset$
- c)  $A \cap B = \{n \in \mathbb{N} \mid \exists k \in \mathbb{N} \text{ tale che } n = 24k\}$
- d)  $A \cap B = \{\text{numeri pari}\}$
- e)  $A \cap B = \{0\}$

**Esercizio 2.** Dati i seguenti insiemi

$$A = \{n \in \mathbb{N} \mid \exists k \in \mathbb{N} \text{ tale che } n = 2k\}$$

$$B = \{n \in \mathbb{N} \mid n \leq 17\}$$

dire quali delle seguenti affermazioni sono vere (il complementare é fatto in  $\mathbb{N}$ ):

- a)  $\complement A \cap B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17\}$
- b)  $\complement A \cap B = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ dispari e } n > 17\}$
- c)  $\complement A \cap B = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16\}$
- d)  $A \cap B = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16\}$
- e)  $A \cap B = \emptyset$

**Esercizio 3.** Dati i seguenti sottoinsiemi di  $\mathbb{R}$

$$A = ]-\infty, -2[, \quad B = ]3, 5[, \quad C = [-3, 2[$$

descrivere esplicitamente gli insiemi:

- a)  $\complement A, \complement B, \complement C,$
- b)  $A \cap B, A \cup C, A \cup B \cup C,$
- c)  $A \setminus C, \complement(\complement A \cap C),$
- d)  $(A \cup B) \cap C, (A \cap B) \cup C.$

**Esercizio 4.** Descrivere tramite intervalli i sottoinsiemi di  $\mathbb{R}$  individuati dalle seguenti condizioni:

- a)  $x > -1$  o  $x \geq 2$
- b)  $x \leq 7$  e  $x > 3$
- c)  $x > -1$  o  $x \leq 2$
- d)  $x > 3$  e  $x < -7$

**Esercizio 5.** Dire quali dei seguenti sottoinsiemi di  $\mathbb{R}$  sono limitati (superiormente, inferiormente) e determinarne gli estremi superiore e inferiore:

$$\{x \in \mathbb{R} \mid 4 < x^2 \leq 9\}, \quad \{(n+3)^{-1} \mid n \in \mathbb{N}\}, \quad \{p^2 \mid p \in \mathbb{Z}\},$$

$$\{p^3 \mid p \in \mathbb{Z}\}, \quad \{(-1)^n - (n+1)^{-1} \mid n \in \mathbb{N}\}.$$

**Esercizio 6.** Risolvere le seguenti disequazioni:

$$\sqrt{3x-1} < 2+x; \quad x-1 < \sqrt{2x}; \quad \sqrt{x+3} < \sqrt{2x+1}.$$

**Esercizio 7.**

- Verificare che la funzione  $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ ,  $f(n) = 4n$  é iniettiva ma non suriettiva.
- Verificare che la funzione  $g: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}$ ,  $g(n) = n^2 + 3$  non é né iniettiva né suriettiva.
- Verificare che la funzione  $h: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$ ,  $h(q) = 4q + \frac{1}{2}$  é biiettiva e trovarne l'inversa.

**Esercizio 8.** Determinare l'immagine delle seguenti funzioni  $f: X \rightarrow \mathbb{R}$ :

- $X = \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + 1$ ;
- $X = ]-\infty, -2] \cap [2, +\infty[$ ,  $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$ ;
- $X = [-2, 2]$ ,  $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ .

**Esercizio 9.** Determinare il dominio e l'immagine della funzione composta

$f \circ g$ , dove

- $f(x) = \sqrt{x}$  con  $x \in [0, +\infty[$ ;  $g(x) = x^2 - 1$  con  $x \in \mathbb{R}$ .
- $f(x) = x^2 - 1$  con  $x \in \mathbb{R}$ ;  $g(x) = \sqrt{x}$  con  $x \in [0, +\infty[$ .
- $f(x) = \sqrt{x}$  con  $x \in [0, +\infty[$ ;  $g(x) = \sin x$  con  $x \in \mathbb{R}$ .

**Esercizio 10.** Dire se le seguenti funzioni ammettono un'inversa definita su

$\text{Im}(f)$  e, in caso affermativo, scrivere una formula esplicita per la funzione inversa:

- $f(x) = x^5 + 1$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ;
- $f(x) = x^4 - 2$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ;
- $f(x) = (x^3 + 1)^{-1}$ ,  $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .