

Soluzioni - Rappresetazioni grafiche e Misure di posizione e variabilità  
Sara Geremia  
2 Novembre 2023

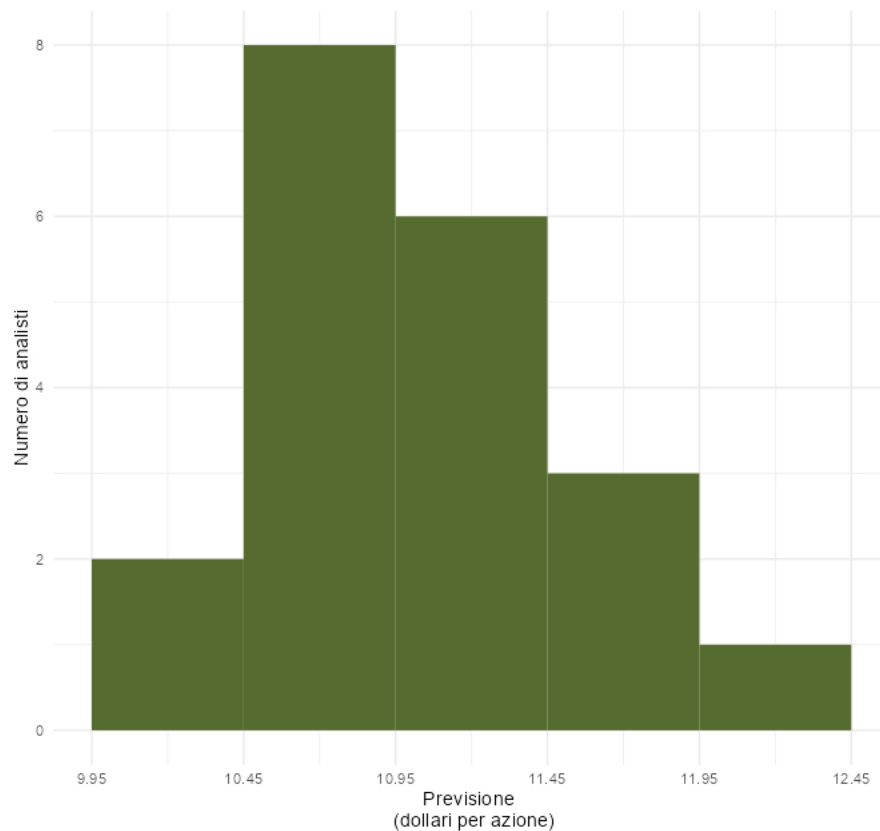
## Esercizi Capitolo 2: Rappresentazioni grafiche

### 2.52

È stato chiesto a un campione di 20 analisti finanziari di prevedere, per il prossimo anno, gli utili per azione di una certa società (dollari per azione). I risultati sono raccolti nella tabella seguente:

| Previsione         | (9.95, 10.45] | (10.45, 10.95] | (10.95, 11.45] | (11.45, 11.95] | (11.95, 12.45] |
|--------------------|---------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| Numero di analisti | 2             | 8              | 6              | 3              | 1              |

(a) Disegnate l'istogramma.



(b) Trovate le frequenze relative.

(c) Trovate le frequenze cumulate.

(d) Trovate e interpretate le frequenze percentuali cumulate

| <b>Previsione</b>      | <b>(9.95, 10.45]</b> | <b>(10.95, 10.95]</b> | <b>(10.95, 11.45]</b> | <b>(11.45, 11.95]</b> | <b>(11.95, 12.45]</b> |
|------------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| Numero di analisti     | 2                    | 8                     | 6                     | 3                     | 1                     |
| Frequenza relativa     | 0.1                  | 0.4                   | 0.3                   | 0.15                  | 0.05                  |
| Frequenza cumulata     | 0.1                  | 0.5                   | 0.80                  | 0.95                  | 1                     |
| Frequenza cumulata (%) | 10%                  | 50%                   | 80%                   | 95%                   | 100%                  |

Le frequenze percentuali cumulate indicano la percentuale totale di dati che si trova entro o prima di un determinato valore o intervallo nella distribuzione. Questi valori percentuali cumulati sono utili per capire come i dati sono distribuiti e per identificare i punti di taglio significativi nella distribuzione. Ad esempio, il 50% degli analisti ha indicato che gli utili per azione per il prossimo anno saranno inferiori a 10.95\$.

## 2.54

Un docente vuole esaminare l'eventuale relazione tra i voti degli studenti al test d'ingresso e le loro valutazioni (in una scala di valori più ampia) nell'esame finale. I risultati, per un campione casuale di 8 studenti, sono raccolti nella seguente tabella:

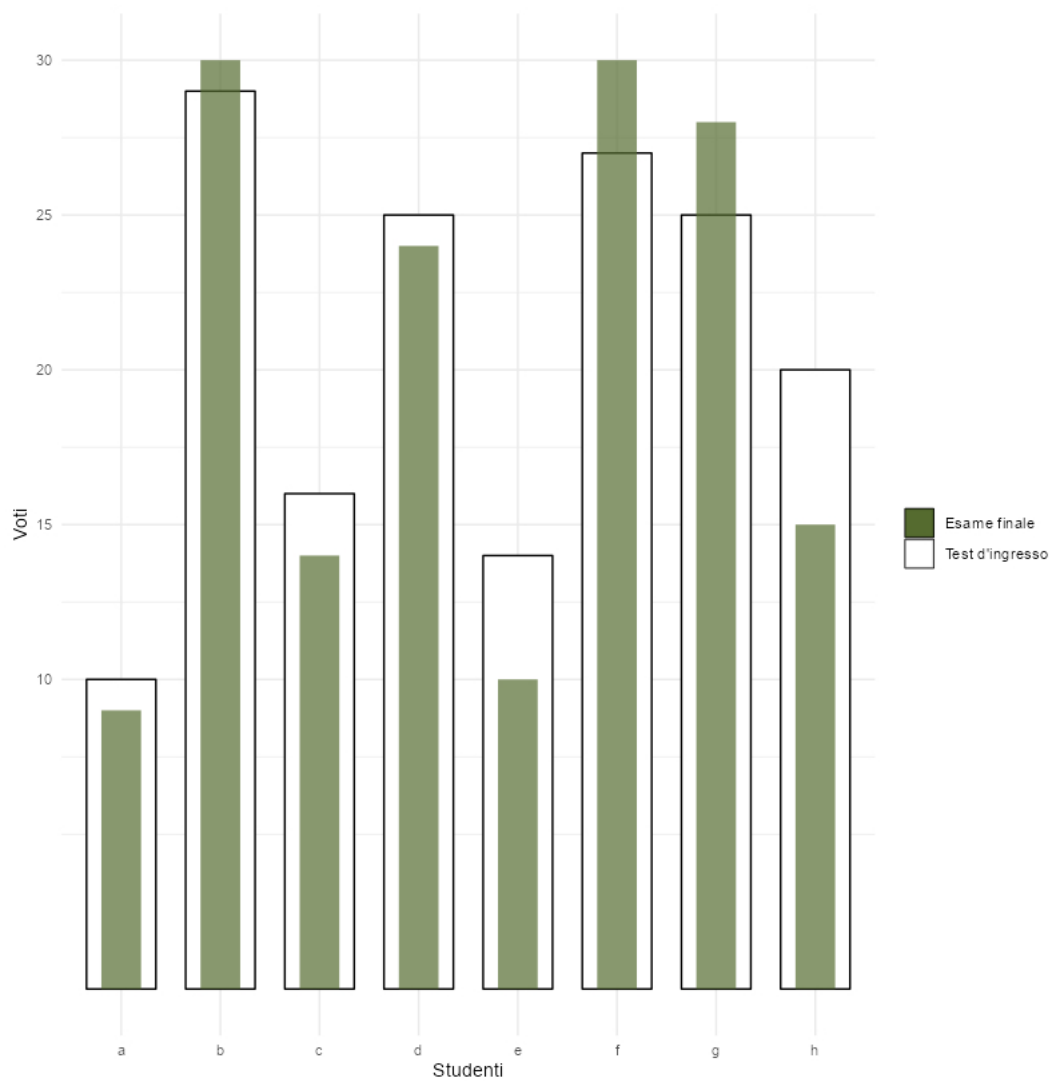
|                            |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----------------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|
| <b>Test d'ingresso (X)</b> | 10 | 29 | 16 | 25 | 14 | 27 | 25 | 20 |
| <b>Esame finale (Y)</b>    | 19 | 60 | 28 | 49 | 20 | 60 | 56 | 31 |

(a) Rappresentate i voti degli 8 studenti con un diagramma a barre sovrapposte.

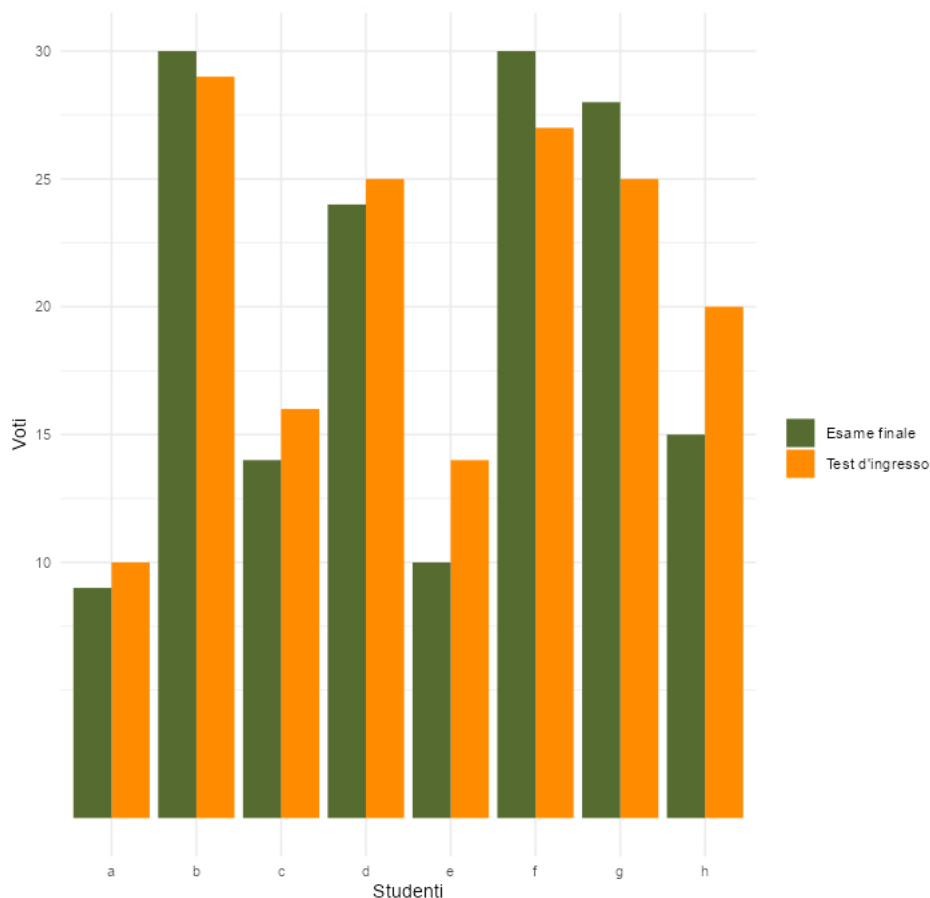
La scala di valori per le valutazioni nell'esame finale è più ampia. Assegnamo le valutazioni su una scala 0-30 per renderle confrontabili con le valutazioni del test d'ingresso.

$$19 : 60 = x : 30 \rightarrow x = \frac{19 \cdot 30}{60} = 9.5$$

|                                      |     |    |    |      |    |    |    |      |
|--------------------------------------|-----|----|----|------|----|----|----|------|
| <b>Test d'ingresso (X)</b>           | 10  | 29 | 16 | 25   | 14 | 27 | 25 | 20   |
| <b>Esame finale - scala 0-30 (Y)</b> | 9.5 | 30 | 14 | 24.5 | 10 | 30 | 28 | 15.5 |



(b) Rappresentate i voti degli 8 studenti con un diagramma a barre accostate.



(c) Trovate il minimo, il primo quartile, la mediana, il terzo quartile e il massimo delle distribuzioni delle variabili X e Y.

La mediana la si ottiene dalla distribuzione disaggregata ordinata, individuando il valore centrale tra gli 8 valori delle distribuzioni.

|                                      |     |    |    |      |      |    |    |    |
|--------------------------------------|-----|----|----|------|------|----|----|----|
| <b>Test d'ingresso (X)</b>           | 10  | 14 | 16 | 20   | 25   | 25 | 27 | 29 |
| <b>Esame finale (Y)</b>              | 19  | 20 | 28 | 31   | 49   | 56 | 60 | 60 |
| <b>Esame finale - scala 0-30 (Y)</b> | 9.5 | 10 | 14 | 15.5 | 24.5 | 28 | 30 | 30 |

Essendo  $n = 8$  pari (per entrambe le distribuzioni), abbiamo che la mediana si colloca tra la 4<sup>a</sup> e la 5<sup>a</sup> osservazione (nei dati ordinati) per tutte e tre le distribuzioni.

$$Me_X = \frac{20+25}{2} = 22.5$$

$$Me_Y = \frac{15.5+24.5}{2} = 20$$

Il primo quartile lo si individua sempre nella distribuzione (disaggregata) ordinata ma prendendo i 4 valori a sinistra della mediana esclusa (per forza in quanto non è un valore osservato). Pertanto esso si trova tra la 2<sup>a</sup> e la 3<sup>a</sup> osservazione della prima metà dei dati:

$$Q1_X = \frac{14+16}{2} = 15$$

$$Q1_Y = \frac{10+14}{2} = 12$$

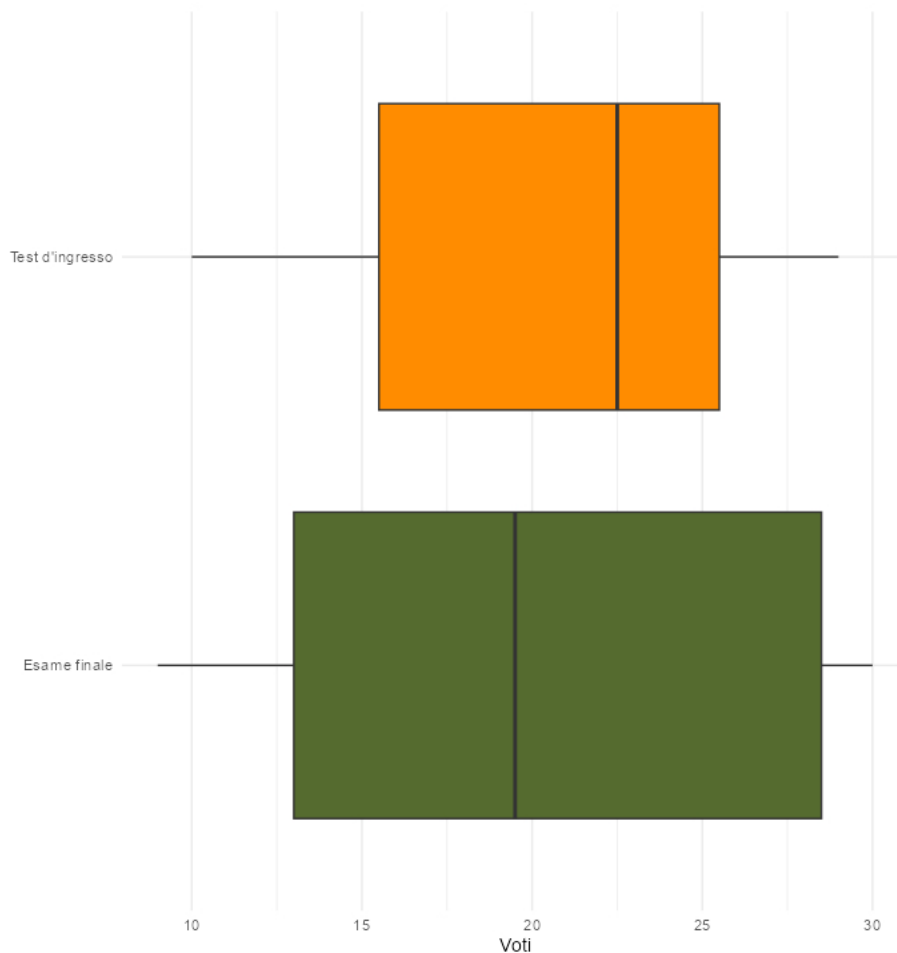
Il terzo quartile lo si individua sempre nella distribuzione (disaggregata) ordinata ma prendendo i 4 valori a destra della mediana (esclusa). Pertanto esso si trova tra la 6<sup>a</sup> e la 7<sup>a</sup> osservazione della seconda metà dei dati:

$$Q3_X = \frac{25+27}{2} = 26$$

$$Q3_Y = \frac{28+30}{2} = 29$$

| Quantili                      | Min | I Quartile | Mediana | III Quartile | Max |
|-------------------------------|-----|------------|---------|--------------|-----|
| Test d'ingresso (X)           | 10  | 15         | 22.5    | 26           | 29  |
| Esame finale (Y)              | 19  | 24         | 40      | 58           | 60  |
| Esame finale - scala 0-30 (Y) | 9.5 | 12         | 20      | 29           | 30  |

(d) Costruite il boxplot.



## 2.64

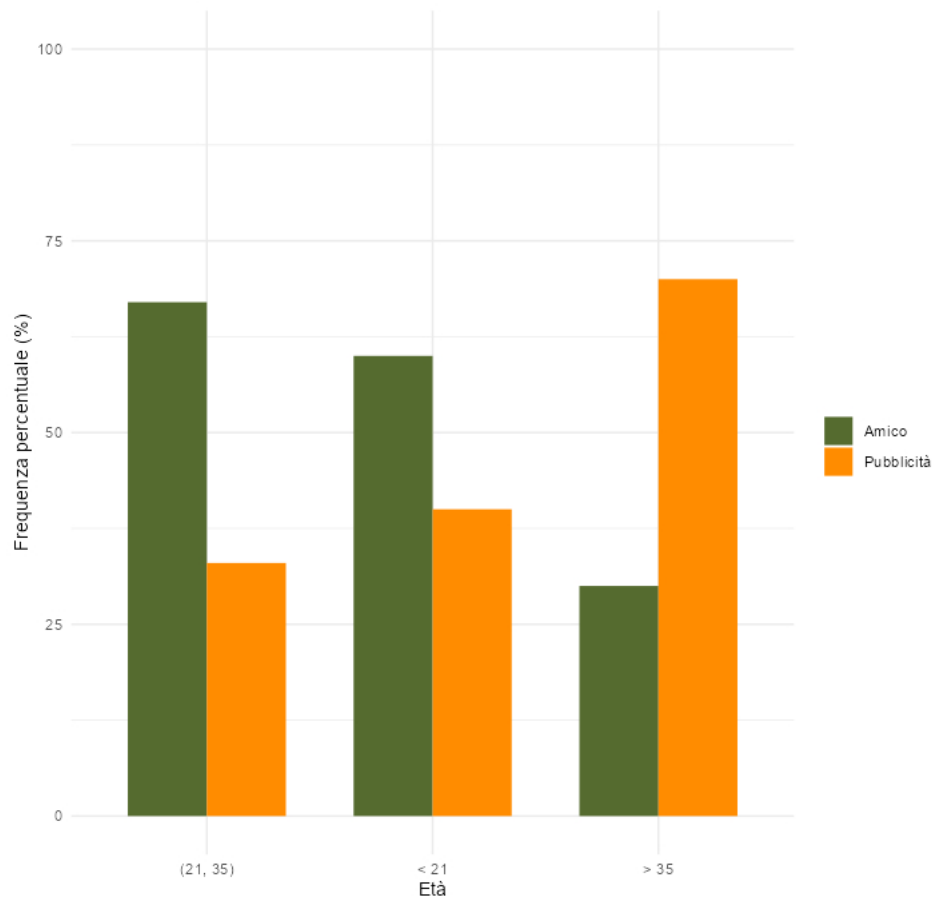
Come si viene a conoscenza di un nuovo prodotto? A un campione casuale di 200 clienti di un certo negozio, oltre all'età, è stato chiesto se erano venuti a conoscenza del nuovo prodotto da un amico o attraverso la pubblicità sui giornali locali. I risultati hanno indicato che 50 persone avevano meno di 21 anni, 90 appartenevano al gruppo di età tra i 21 e i 35 anni e 60 avevano più di 35 anni. Di coloro con meno di 21 anni, 30 erano venuti a conoscenza del nuovo prodotto da un amico e i rimanenti attraverso un annuncio

pubblicitario sul giornale locale. Un terzo delle persone nella fascia di età dai 21 ai 35 aveva conosciuto il prodotto dallo stesso annuncio pubblicitario, i rimanenti da un amico. Nella categoria degli intervistati con più di 35 anni, il 30% aveva saputo del prodotto da un amico e i rimanenti dall'annuncio sul giornale locale.

(a) Descrivete i dati con una tabella di contingenza.

|          | Amico | Pubblicità |
|----------|-------|------------|
| < 21     | 30    | 20         |
| (21, 35] | 60    | 30         |
| > 35     | 18    | 42         |

(b) Descrivete i dati graficamente.



Il grafico a barre mette a confronto per fascia di età la percentuale di clienti che erano venuti a conoscenza del prodotto da un amico con la percentuale di clienti che erano venuti a conoscenza del prodotto attraverso la pubblicità sui giornali.

## Esercizi Capitolo 3: Misure di posizione e variabilità

### 3.46

Un importante aeroporto ha recentemente adato a un consulente esterno lo studio dei problemi relativi ai ritardi nel traffico aereo. Il consulente ha rilevato, per un campione di voli, il numero di minuti di ritardo di ciascun aereo: i risultati sono raccolti nella tabella seguente:

| Minuti di ritardo | (0, 10] | (10, 20] | (20, 30] | (30, 40] | (40, 50] | (50, 60] |
|-------------------|---------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Numero di voli    | 30      | 25       | 13       | 6        | 5        | 4        |

(a) Valutate il numero medio di minuti di ritardo

| Minuti di ritardo   | (0, 10] | (10, 20] | (20, 30] | (30, 40] | (40, 50] | (50, 60] | Totale |
|---------------------|---------|----------|----------|----------|----------|----------|--------|
| Valore centrale (C) | 5       | 15       | 25       | 35       | 45       | 55       |        |
| Numero di voli (P)  | 30      | 25       | 13       | 6        | 5        | 4        | 83     |
| C*P                 | 150     | 375      | 325      | 210      | 225      | 220      | 1505   |

$$Media = \frac{1505}{83} = 18.13$$

(b) Calcolate la varianza e la deviazione standard campionarie.

$$Varianza = \frac{(5-18.13)^2*30+(15-18.13)^2*25+(25-18.13)^2*13+(35-18.13)^2*6+(45-18.13)^2*5+(55-18.13)^2*4}{83} = 202.2355$$

$$DeviazioneStandard = \sqrt{202.2355} = 14.22095$$

### 3.53

Considerate le seguenti quattro popolazioni.

- 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8
- 1, 1, 1, 1, 8, 8, 8, 8
- 1, 1, 4, 4, 5, 5, 8, 8
- -6, -3, 0, 3, 6, 9, 12, 15

Tutte presentano la stessa media. Senza eseguire calcoli ordinate le popolazioni in base all'entità delle loro varianze, dalla più piccola alla più grande, quindi calcolate effettivamente le varianze.

- 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8
- 1, 1, 4, 4, 5, 5, 8, 8
- 1, 1, 1, 1, 8, 8, 8, 8
- -6, -3, 0, 3, 6, 9, 12, 15

$$Media = \frac{1+2+3+4+5+6+7+8}{8} = 4.5$$

Varianza:

$$\bullet \frac{(1-4.5)^2+(2-4.5)^2+(3-4.5)^2+(4-4.5)^2+(5-4.5)^2+(6-4.5)^2+(7-4.5)^2+(8-4.5)^2}{8} = 5.25$$

$$\bullet \frac{(1-4.5)^2*2+(4-4.5)^2*2+5*2+(8-4.5)^2*2}{8} = 7.4375$$

$$\bullet \frac{(1-4.5)^2*4+(8-4.5)^2*4}{8} = 12.25$$

$$\bullet \frac{(-6-4.5)^2+(-3-4.5)^2+(0-4.5)^2+(3-4.5)^2+(6-4.5)^2+(9-4.5)^2+(12-4.5)^2+(15-4.5)^2}{8} = 47.25$$