

A.A. 2025-2026 ELEMENTI DI TERMOFLUIDODINAMICA PER LE MACCHINE

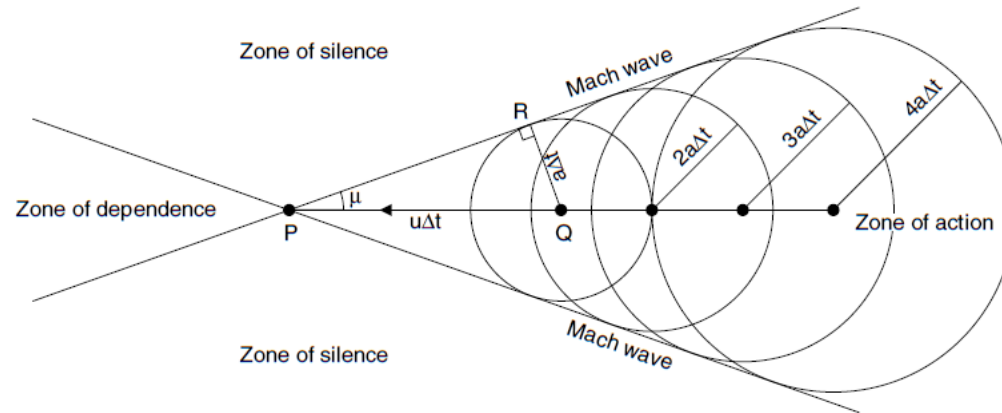
Lucia Parussini

Dipartimento di Ingegneria e Architettura, Università degli Studi di Trieste

Via Valerio 10 - 34127 Trieste - ITALY

E-mail: lparussini@units.it

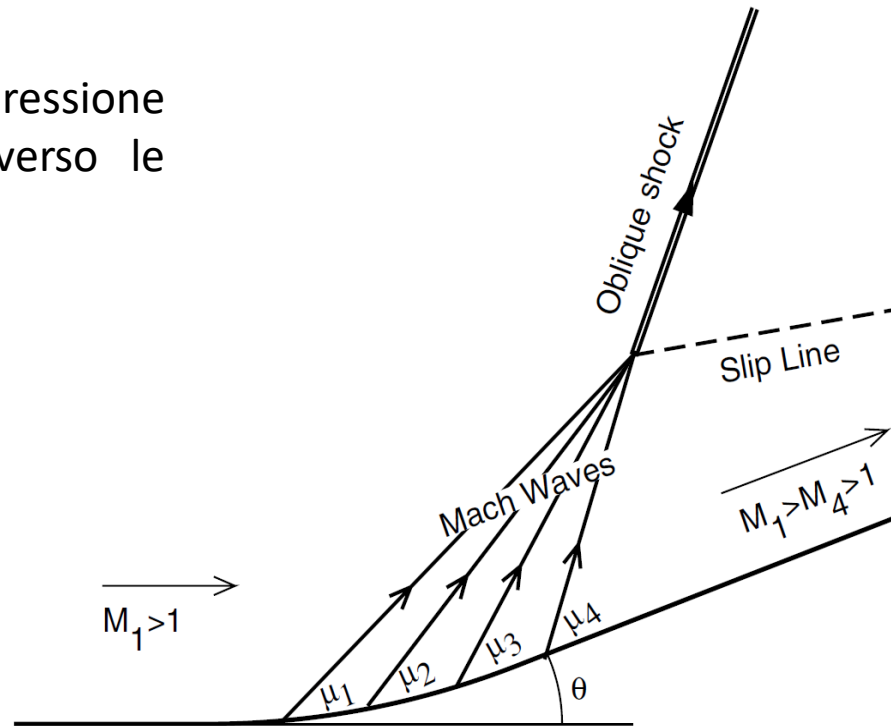
Flussi alla Prandtl-Meyer



Sorgente di disturbi di pressione che si muove a velocità supersonica.

Flussi alla Prandtl-Meyer

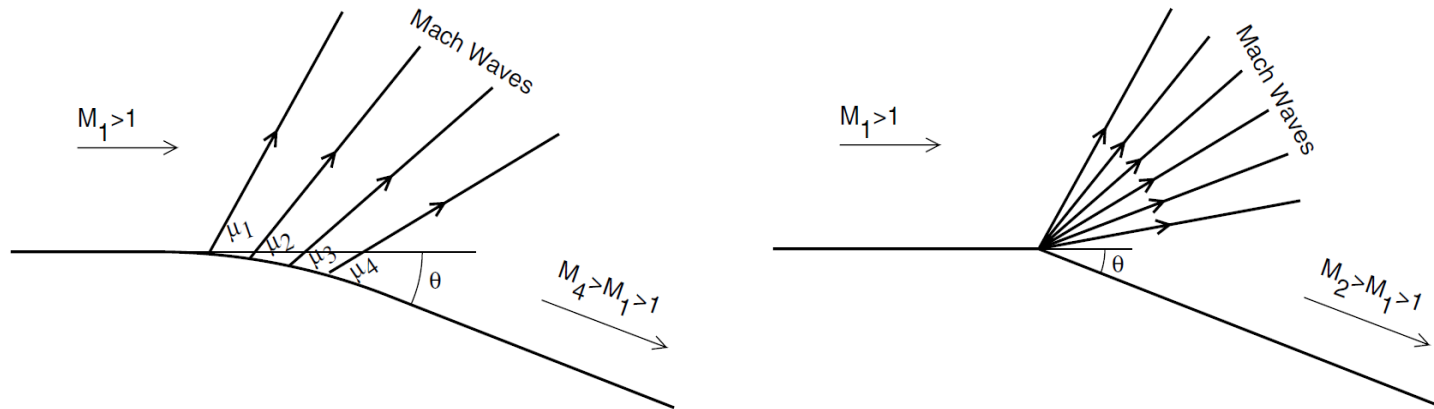
Processo di compressione
isoentropico attraverso le
onde di Mach.



Flusso supersonico su uno spigolo smussato concavo.

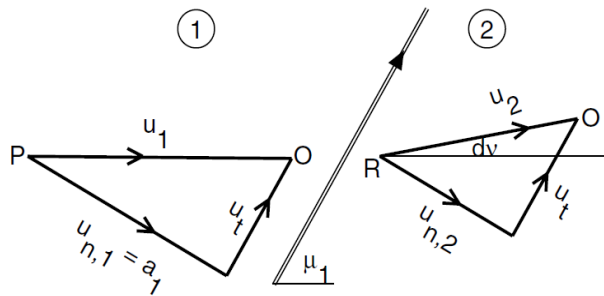
Flussi alla Prandtl-Meyer

Processo di espansione
isoentropico attraverso le
onde di Mach.

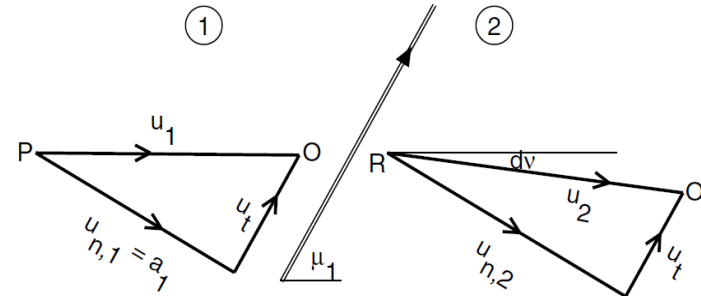


Flusso supersonico su uno spigolo smussato convesso e uno spigolo vivo convesso.

Flussi alla Prandtl-Meyer

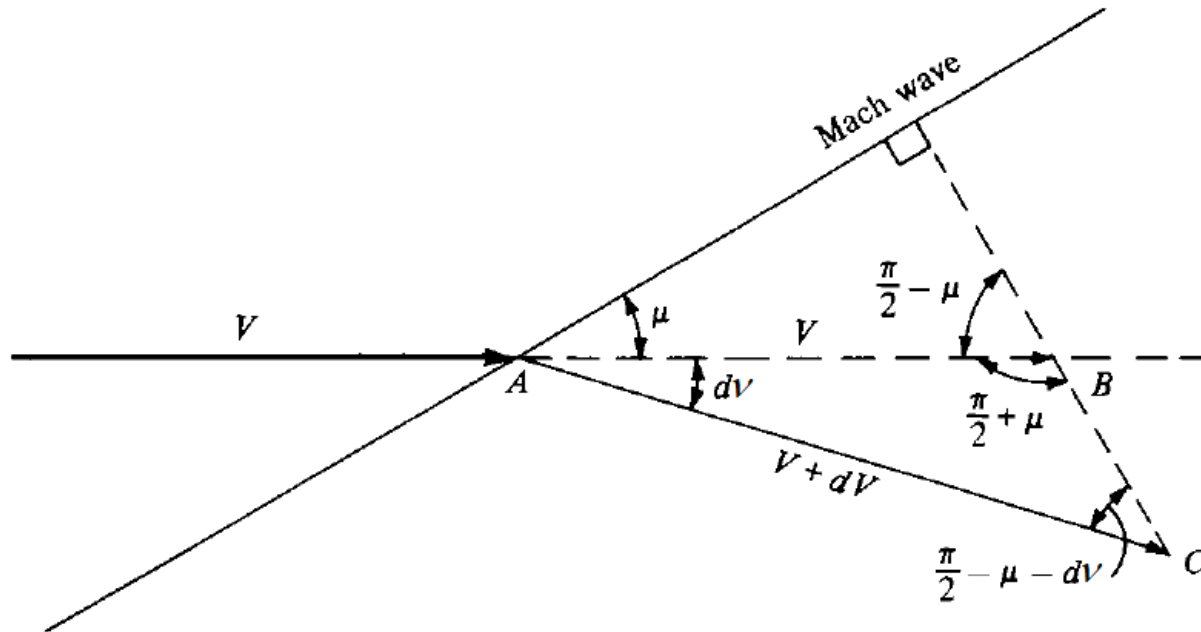


Triangoli di velocità in un'onda di Mach di compressione.



Triangoli di velocità in un'onda di Mach di espansione.

Flussi alla Prandtl-Meyer



Costruzione geometrica di una variazione infinitesimale di velocità attraverso un'onda infinitamente debole (onda di Mach).

Consideriamo il triangolo ABC, per il teorema dei seni:

$$\frac{V + dV}{V} = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \mu\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \mu - dv\right)}$$

Flussi alla Prandtl-Meyer

Funzione di Prandtl-Meyer

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \mu\right) = \cos \mu$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \mu - d\nu\right) = \cos(\mu + d\nu) = \cos \mu \cos d\nu - \sin \mu \sin d\nu$$

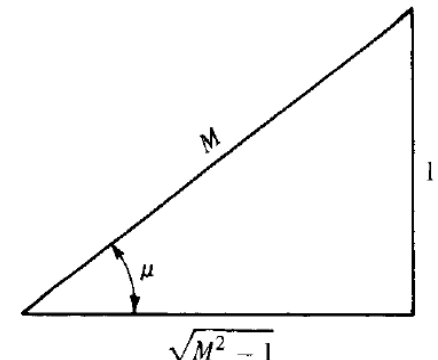
$$\text{se } d\nu \rightarrow 0 \quad \sin d\nu \approx d\nu \quad \cos d\nu \approx 1$$

$$\longrightarrow \frac{V + dV}{V} = \frac{\cos \mu}{\cos \mu - d\nu \sin \mu} = \frac{1}{1 - d\nu \tan \mu}$$

In generale $\text{se } x < 1 \quad \frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots$

$$\text{quindi } 1 + \frac{dV}{V} \approx 1 + d\nu \tan \mu \longrightarrow d\nu = \frac{1}{\tan \mu} \frac{dV}{V}$$

$$\longrightarrow d\nu = \sqrt{M^2 - 1} \frac{dV}{V}$$



Flussi alla Prandtl-Meyer

Funzione di Prandtl-Meyer

$$\frac{dV}{V} = \frac{dM}{M} + \frac{da}{a}$$

$$\frac{a_0^2}{a^2} = \frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2$$

$$a = a_0 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{-1/2} \quad \longrightarrow \quad \frac{da}{a} = -\frac{1}{2} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{-1} (\gamma-1) M dM$$

$$da = -\frac{1}{2} a_0 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{-3/2} (\gamma-1) M dM$$

$$\frac{dV}{V} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)} \frac{dM}{M} \quad \longrightarrow \quad dv = \frac{\sqrt{M^2 - 1}}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)} \frac{dM}{M}$$

Flussi alla Prandtl-Meyer

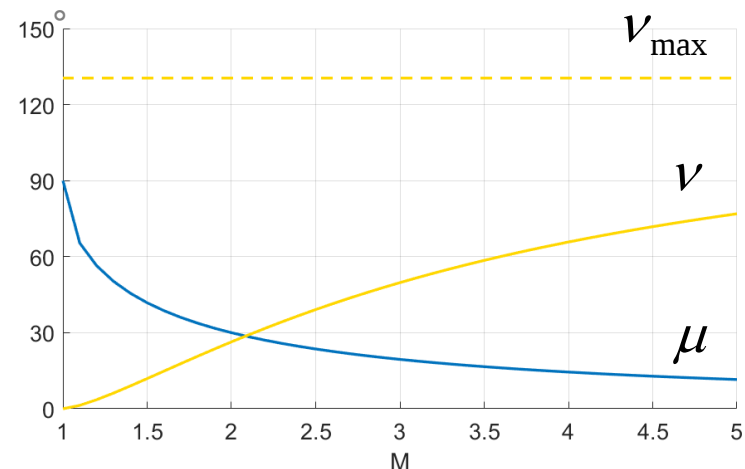
Funzione di Prandtl-Meyer

$$\nu = \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \tan^{-1} \sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma+1} (M^2 - 1)} - \tan^{-1} \sqrt{M^2 - 1}$$

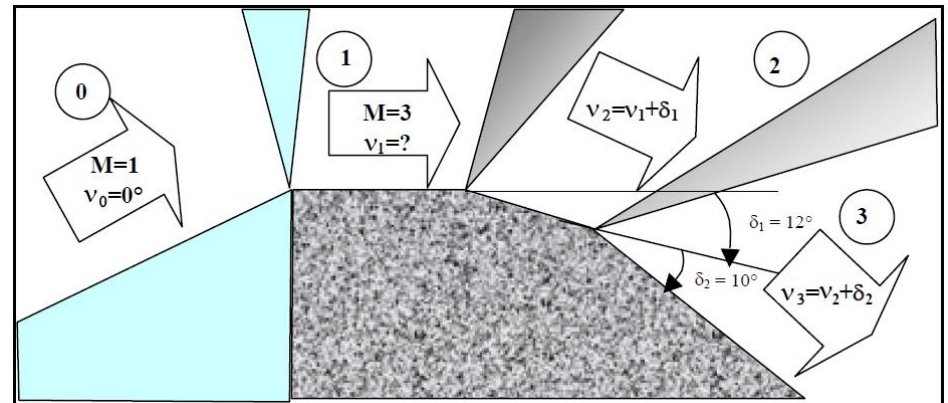
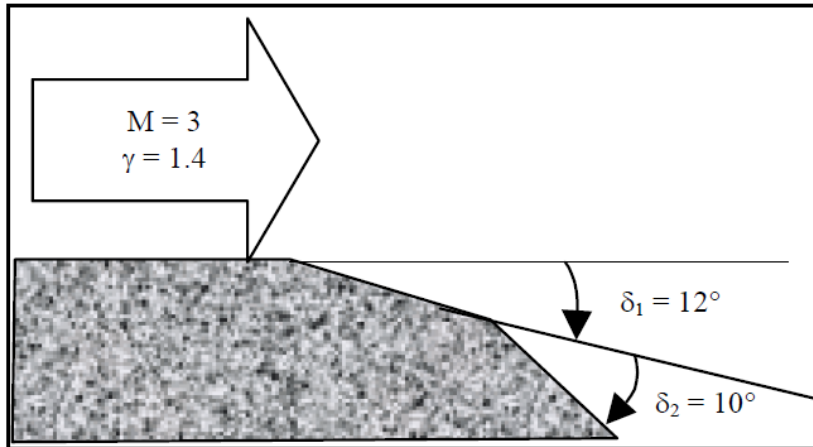
Angolo di cui viene deviato un flusso sonico per raggiungere il numero di Mach supersonico M o del quale il flusso supersonico a numero di Mach M deve essere deviato per raggiungere il Mach sonico.

$$M \rightarrow 1 \quad \nu_{\min} = 0$$

$$M \rightarrow \infty \quad \nu_{\max} = \frac{\pi}{2} \left(\sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} - 1 \right)$$



Flussi alla Prandtl-Meyer



zona	v	M	p/p_0	T/T_0	p/p_1	T/T_1
0	<u>0</u>	<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>	19.4061	2.3331
1	49.7574	<u>3</u>	0.05153	0.4286	1	1
2	<u>61.7574</u>	3.711	0.01846	0.3196	0.3582	0.8357
3	<u>71.7574</u>	4.4933	0.006596	0.2382	0.1280	0.5557

Flussi alla Prandtl-Meyer

Onde di Mach discrete

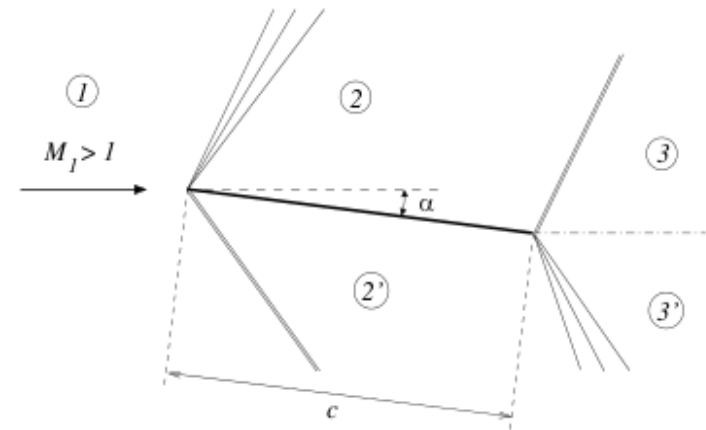
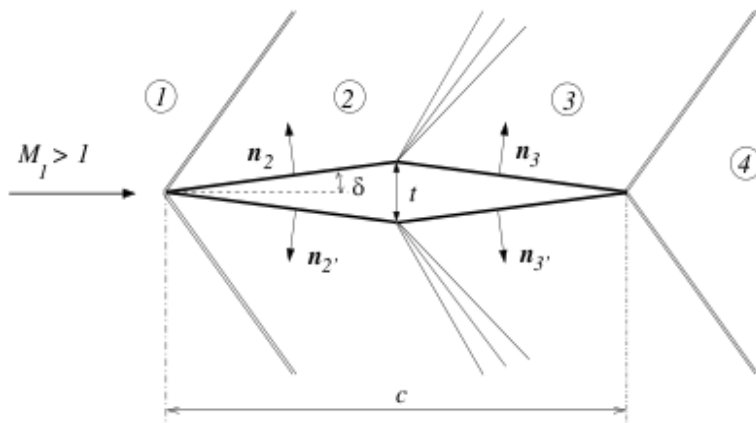
$$\mu_m = \frac{\mu_1 + \mu_2}{2}$$

$$\mu_m = \sin^{-1} \left(\frac{1}{M_m} \right) = \sin^{-1} \left(\frac{2}{M_1 + M_2} \right)$$

$$\mu_m = \sin^{-1} \left(\frac{a_m}{u_m} \right)$$

Teoria urti espansioni

$$\mathbf{F} = -\oint p \hat{\mathbf{n}} dS = D\hat{\mathbf{i}} + L\hat{\mathbf{j}}$$



Profilo a diamante e lastra piana a incidenza