

A.A. 2025-2026 ELEMENTI DI TERMOFLUIDODINAMICA PER LE MACCHINE

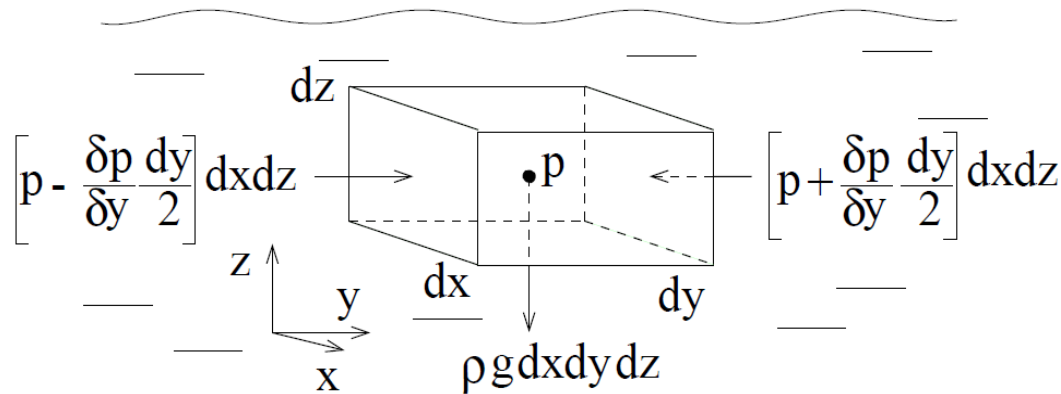
Lucia Parussini

Dipartimento di Ingegneria e Architettura, Università degli Studi di Trieste

Via Valerio 10 - 34127 Trieste - ITALY

E-mail: lparussini@units.it

Statica dei fluidi



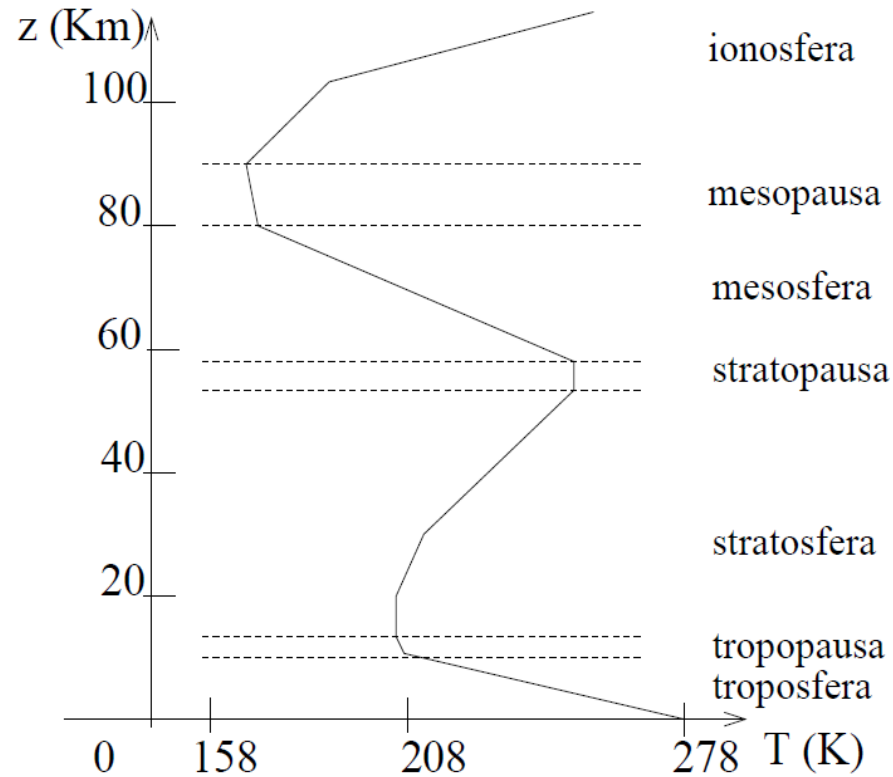
$$\begin{aligned} \left(p - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2} \right) dydz - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2} \right) dydz &= \rho dx dy dz a_x & \longrightarrow & -\frac{\partial p}{\partial x} dx dy dz = \rho a_x dx dy dz \\ \left(p - \frac{\partial p}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) dx dz - \left(p + \frac{\partial p}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) dx dz &= \rho dx dy dz a_y & \longrightarrow & -\frac{\partial p}{\partial y} dx dy dz = \rho a_y dx dy dz \\ \left(p - \frac{\partial p}{\partial z} \frac{dz}{2} \right) dx dy - \left(p + \frac{\partial p}{\partial z} \frac{dz}{2} \right) dx dy - \rho dx dy dz g &= \rho dx dy dz a_z & \longrightarrow & -\frac{\partial p}{\partial z} dx dy dz - \rho g dx dy dz = \rho a_z dx dy dz \end{aligned}$$

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} \longrightarrow \nabla p = \rho \mathbf{g} - \rho \mathbf{a}$$

$$(\mathbf{a} = \mathbf{0}) \longrightarrow \boxed{\nabla p = \rho \mathbf{g}}$$

LEGGE DI STEVINO

Statica dei fluidi

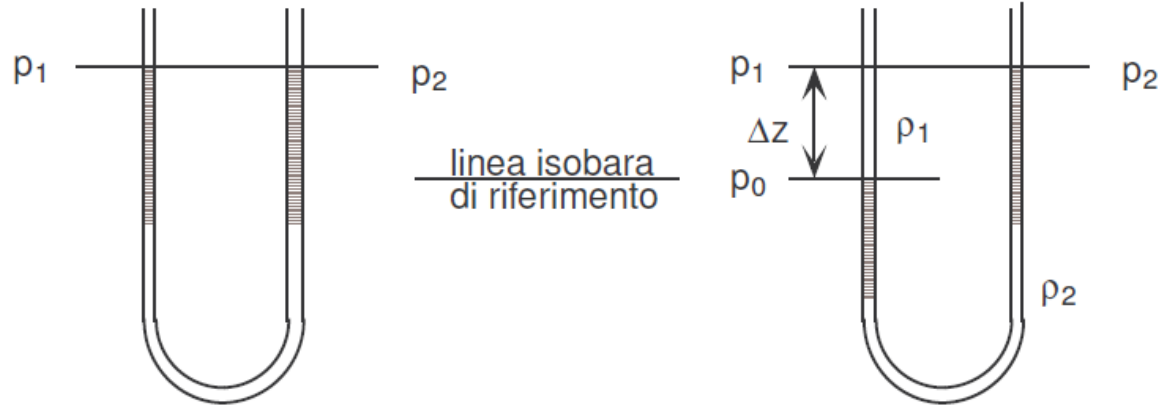


Statica dei fluidi

Manometro differenziale

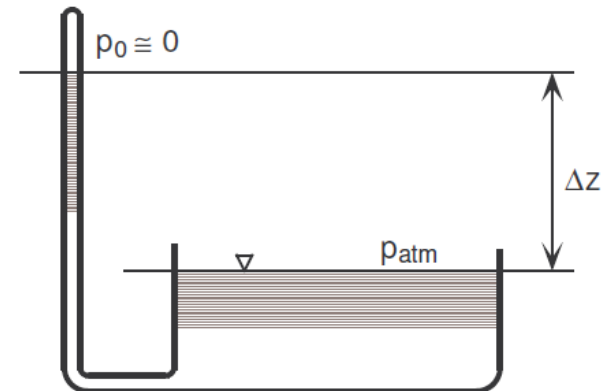
$$p_0 = p_1 + \rho_1 g \Delta z = p_2 + \rho_2 g \Delta z$$

$$\Delta p = p_1 - p_2 = (\rho_2 - \rho_1) g \Delta z$$



Il **barometro a mercurio** di Torricelli non è altro che un manometro a U con un ramo chiuso e un ramo aperto all'atmosfera, nel quale la lunghezza del ramo chiuso deve essere superiore al dislivello che corrisponde alla pressione atmosferica.

$$p_{\text{atm}} = 101325 \text{ Pa} = 1.01325 \text{ bar}$$



Statica dei fluidi

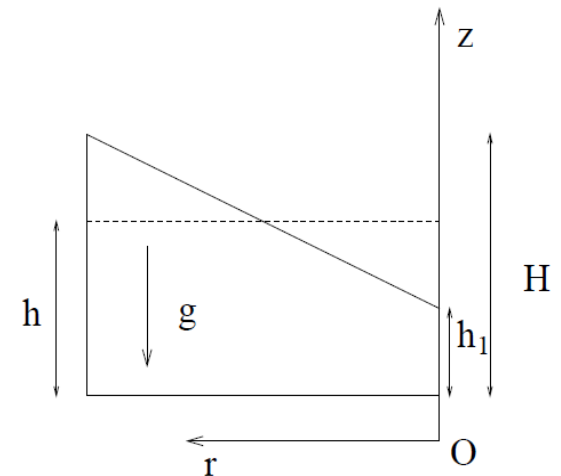
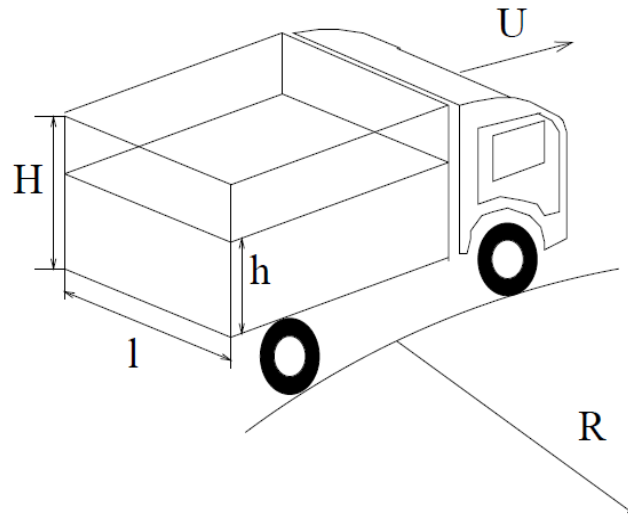
Esercizio

$$l = 2.5\text{m}$$

$$H = 2\text{m}$$

$$h = \frac{2}{3} H$$

$$R = 200\text{m}$$



Statica dei fluidi

Esercizio

$$h_1 = 22\text{cm}$$

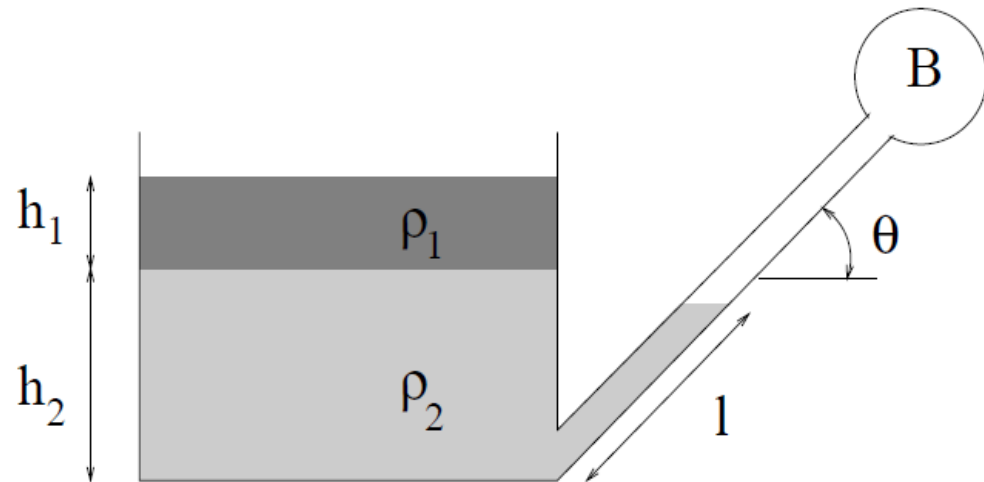
$$h_2 = 86\text{cm}$$

$$\rho_1 = 10870\text{kg/m}^3$$

$$\rho_2 = 11030\text{kg/m}^3$$

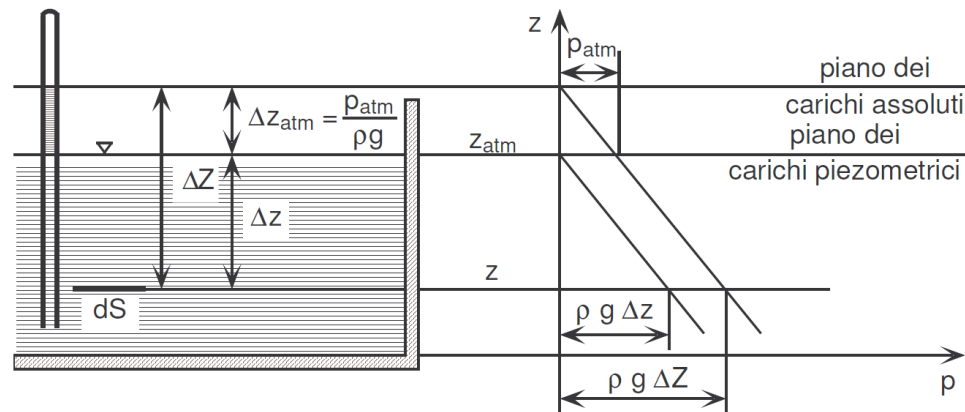
$$p_B = 1.7\text{atm}$$

$$l = 0.6\text{m}$$

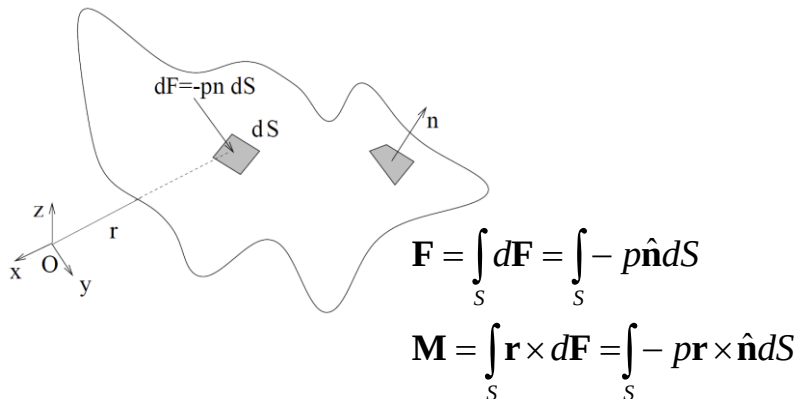


Statica dei fluidi

- Piano dei carichi assoluti
- Piano dei carichi piezometrici



Spinta idrostatica su superfici immerse in un liquido

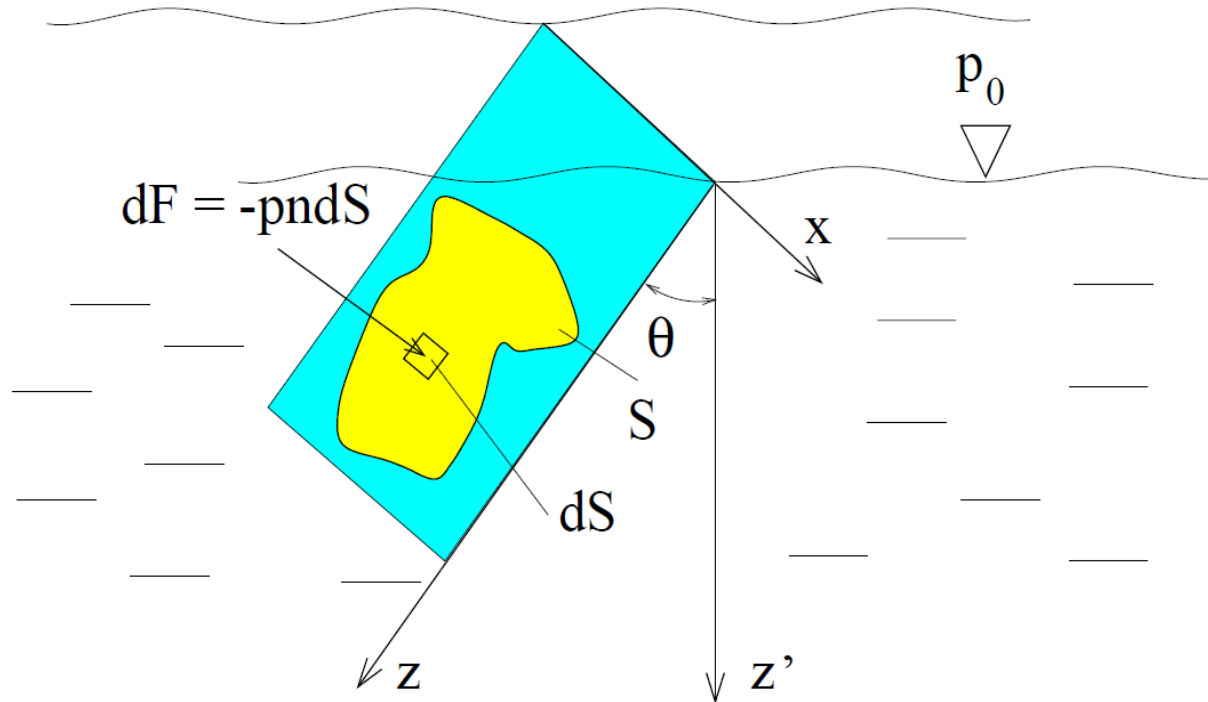


Diga di Hoover

Statica dei fluidi

Spinta idrostatica su superfici immerse in un liquido

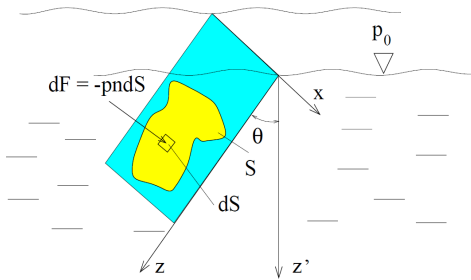
SPINTA SOPRA SUPERFICI PIANE



Statica dei fluidi

Spinta idrostatica su superfici immerse in un liquido

SPINTA SOPRA SUPERFICI PIANE



$$z' = z \cos \theta$$

$$p = \rho g z' \quad \text{per fluido incompressibile}$$

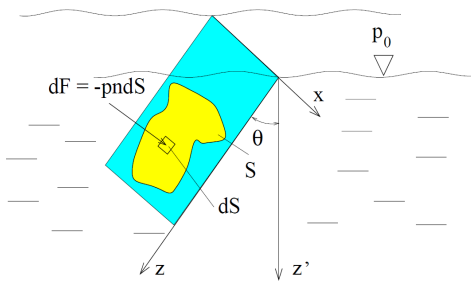
$$Z_c = \frac{\int z dS}{S} \quad \text{centroide}$$

$$\mathbf{F} = \int_S d\mathbf{F} = \int_S -p \hat{\mathbf{n}} dS = - \int_S \rho g z \cos \theta \hat{\mathbf{n}} dS = - \rho g \cos \theta \int_S z dS \hat{\mathbf{n}} = - \rho g Z_c' S \hat{\mathbf{n}}$$

Statica dei fluidi

Spinta idrostatica su superfici immerse in un liquido

SPINTA SOPRA SUPERFICI PIANE



$$I_x = \int_S z^2 dS \quad \text{momento di inerzia rispetto all'asse } x$$

$$I_{xz} = \int_S xz dS \quad \text{momento di inerzia centrifugo rispetto agli assi } x \text{ e } z$$

$$F = \rho g Z_c ' S \quad \text{modulo della spinta idrostatica}$$

$$\mathbf{M} = \int_S \mathbf{r} \times d\mathbf{F} = \int_S \mathbf{r} \times (-p\hat{\mathbf{n}}dS) = \mathbf{r}_R \times \mathbf{F}$$

$$M_x = Z_R F = Z_R \rho g Z_c \cos \theta S$$

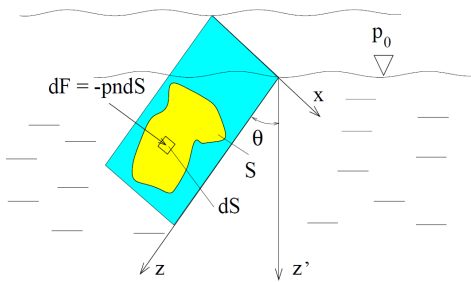
$$M_x = \int_S z dF = \int_S z p dS = \int_S z \rho g z \cos \theta dS = \rho g \cos \theta \int_S z^2 dS = \rho g \cos \theta I_x$$

$$Z_R \rho g Z_c \cos \theta S = \rho g \cos \theta I_x \quad \rightarrow \quad Z_R = \frac{I_x}{Z_c S}$$

Statica dei fluidi

Spinta idrostatica su superfici immerse in un liquido

SPINTA SOPRA SUPERFICI PIANE



$$I_x = \int_S z^2 dS \quad \text{momento di inerzia rispetto all'asse } x$$

$$I_{xz} = \int_S xz dS \quad \text{momento di inerzia centrifugo rispetto agli assi } x \text{ e } z$$

$$F = \rho g Z_c ' S \quad \text{modulo della spinta idrostatica}$$

$$\mathbf{M} = \int_S \mathbf{r} \times d\mathbf{F} = \int_S \mathbf{r} \times (-p \hat{\mathbf{n}} dS) = \mathbf{r}_R \times \mathbf{F}$$

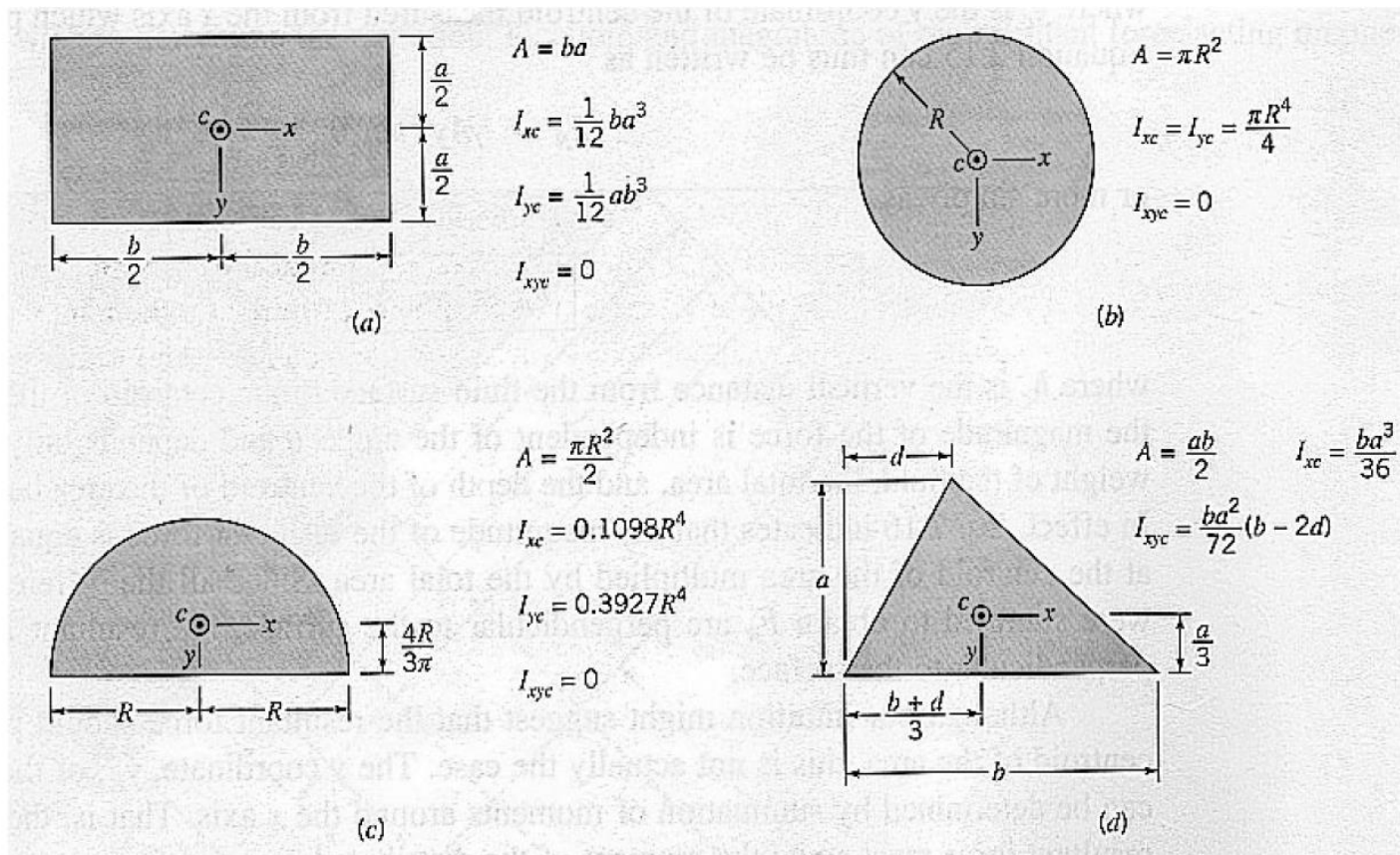
$$M_z = X_R F = X_R \rho g Z_c \cos \theta S$$

$$M_z = \int_S x dF = \int_S x p dS = \int_S x \rho g z \cos \theta dS = \rho g \cos \theta \int_S xz dS = \rho g \cos \theta I_{xz}$$

$$X_R \rho g Z_c \cos \theta S = \rho g \cos \theta I_{xz} \quad \rightarrow \quad X_R = \frac{I_{xz}}{Z_c S}$$

Statica dei fluidi

Spinta idrostatica su superfici immerse in un liquido



Momenti di inerzia di superficie delle sezioni più comuni

Statica dei fluidi

Spinta idrostatica su superfici immerse in un liquido

SPINTA SOPRA SUPERFICI PIANE

Il **teorema di Huygens-Steiner**, o teorema degli assi paralleli, permette di calcolare il momento di inerzia di un solido rispetto ad un asse parallelo a quello passante per il centro di massa.

$$I_x = I_{xC} + SZ_C^2$$

$$Z_R = \frac{I_x}{Z_C S} = \frac{I_{xC} + SZ_C^2}{Z_C S} = \frac{I_{xC}}{Z_C S} + Z_C \quad \longrightarrow \quad Z_R > Z_C$$

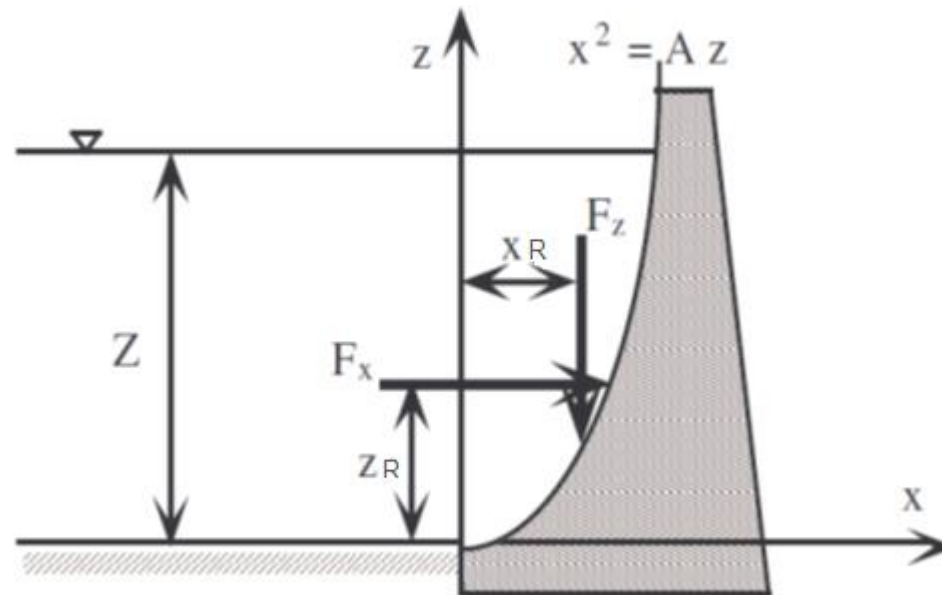
Statica dei fluidi

Esercizio

$$A = 2\text{m}$$

$$Z = 3\text{m}$$

$$Y = 1\text{m}$$



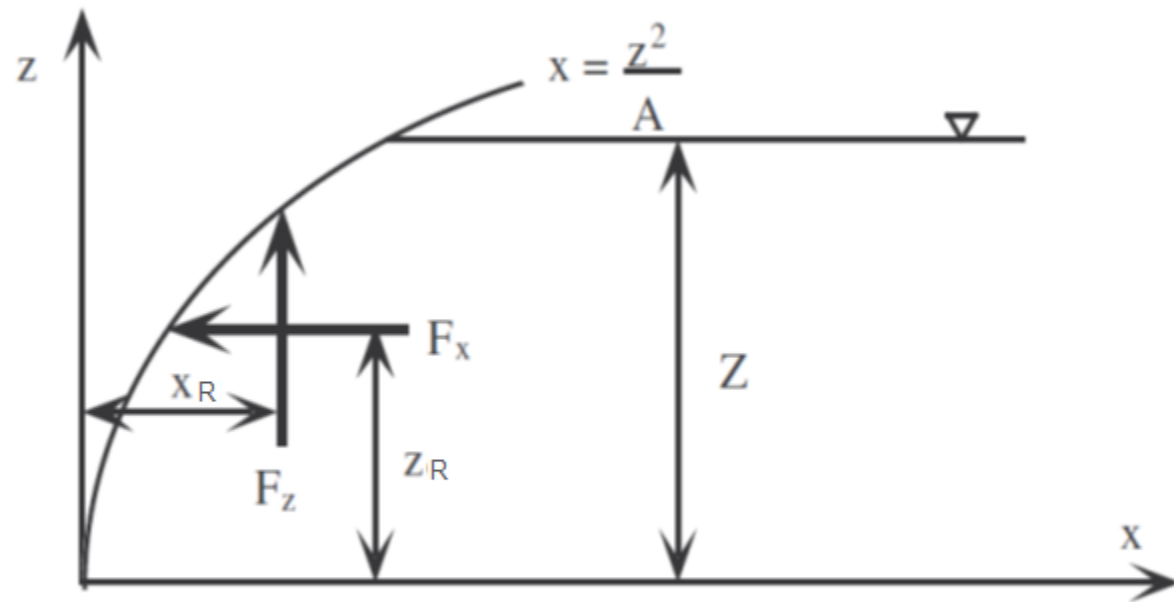
Statica dei fluidi

Esercizio

$$A = 4\text{m}$$

$$Y = 5\text{m}$$

$$Z = 4\text{m}$$



Statica dei fluidi

Spinta idrostatica su superfici immerse in un liquido

COMPONENTE VERTICALE

Caso di un *liquido situato sopra una superficie curva immersa*:

- uguale al peso del fluido;
- diretta verso il basso;
- passa attraverso il baricentro del fluido **reale** effettivamente presente.

Caso di un *liquido situato sotto una superficie curva immersa*:

- essere uguale al peso del fluido immaginario soprastante inserito;
- essere diretta verso l'alto;
- passare attraverso il baricentro del fluido **immaginario** non effettivamente presente.

Riassumendo, la forza verticale su una superficie curva immersa in un fluido è uguale al peso del fluido che "sta" oppure "potrebbe stare" verticalmente su di essa.

COMPONENTE ORIZZONTALE

- uguale al prodotto della proiezione S_v della superficie curva S sul piano verticale per la pressione p_c all'altezza del baricentro geometrico C della proiezione S_v

$$F_{io} = F_i \sin \alpha = p_c S \sin \alpha = p_c S_v$$

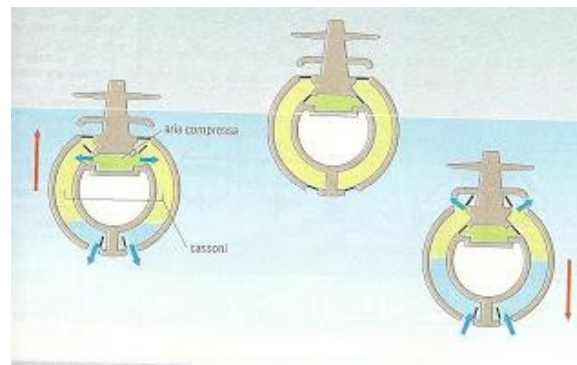
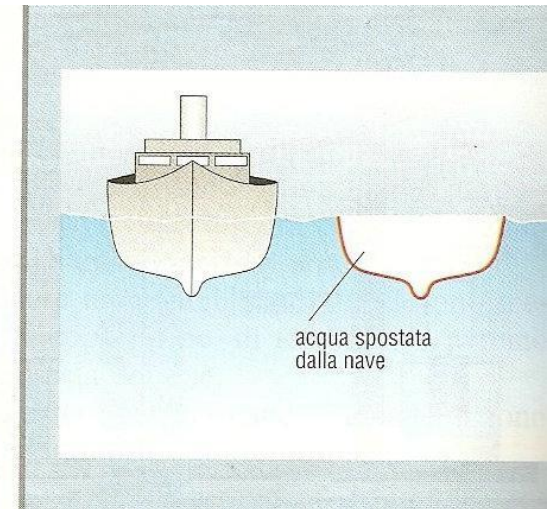
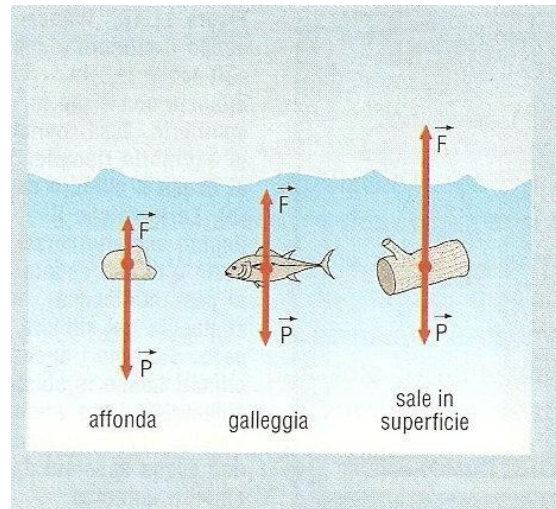
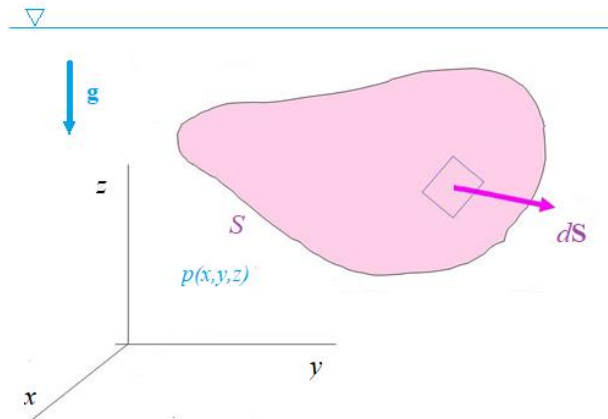
dove α è l'angolo fra la superficie S e il piano orizzontale dei carichi piezometrici.

Statica dei fluidi

Corpi immersi

SPINTA DI ARCHIMEDE

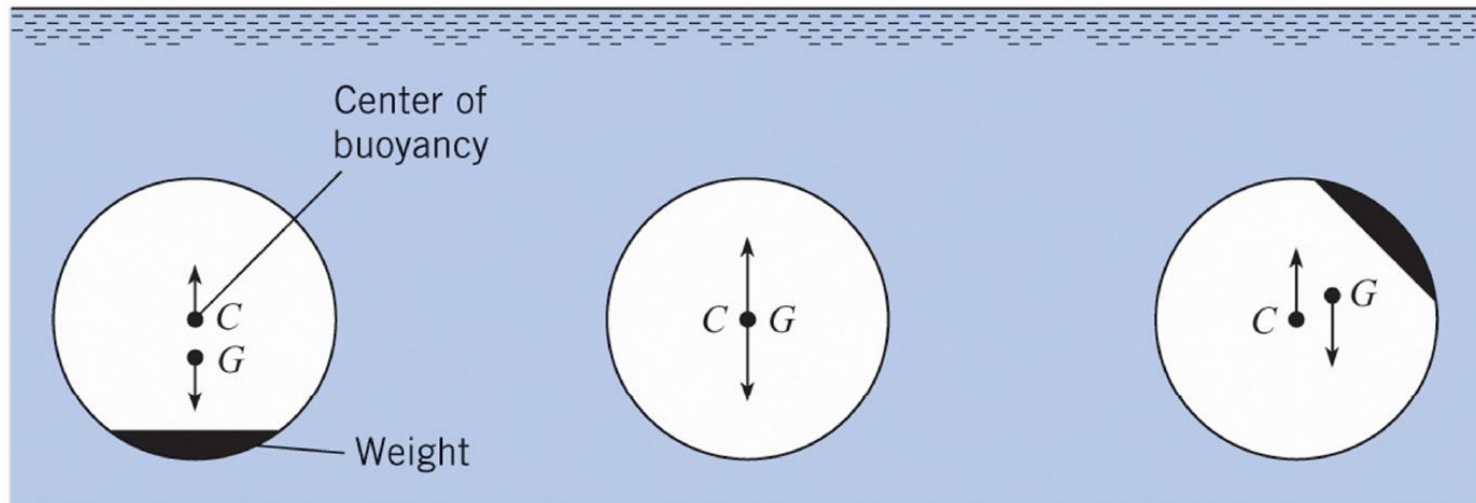
$$\mathbf{F} = -\rho g V$$



Un sottomarino può comportarsi come un pesce, che può galleggiare o affondare gonfiando o sgonfiando la vescica natatoria, variando cioè la sua densità media allagando o svuotando i cassoni

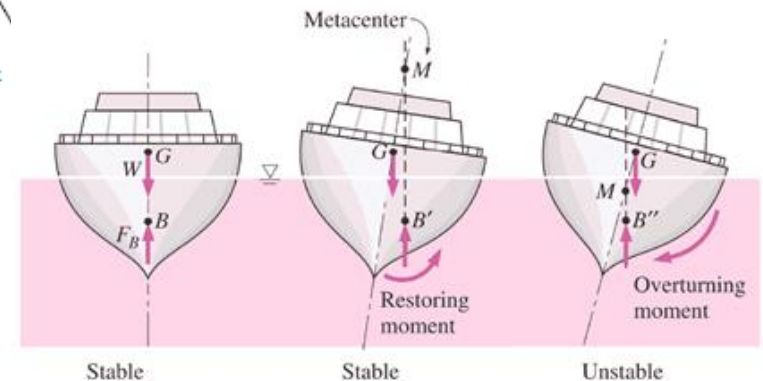
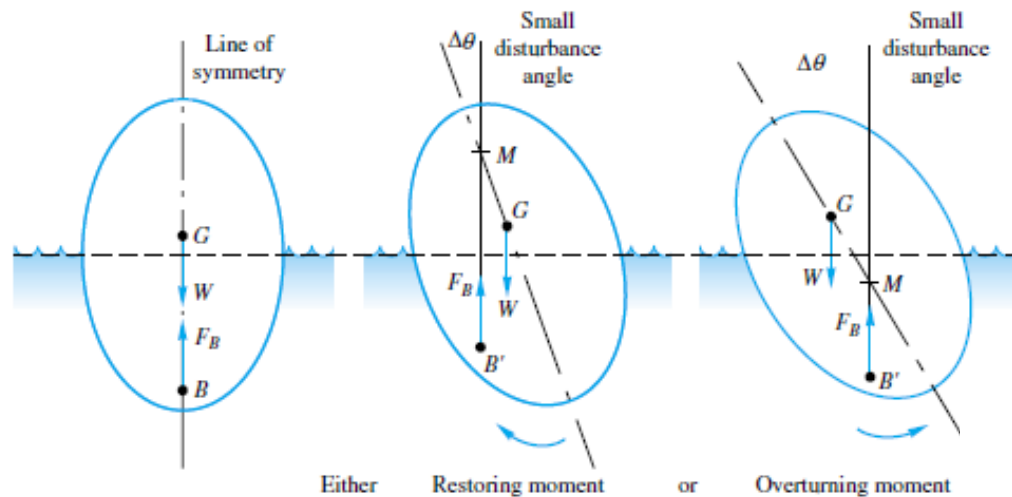
Statica dei fluidi

Corpi immersi



Statica dei fluidi

Corpi galleggianti



B = baricentro della parte immersa

G = baricentro del corpo

W = forza peso

F_B = forza di galleggiamento = W

M = metacentro (punto di incontro tra F_B e l'asse del corpo ovvero del prolungamento di GB in condizioni d'equilibrio)

distanza GM = altezza metacentrica

$GM > 0$ equilibrio stabile, $GM < 0$ equilibrio instabile, $GM = 0$ equilibrio indifferente

Statica dei fluidi

Esercizio

$$D = 0.1\text{m}$$

$$L = 20\text{m}$$

$$y = 15\text{m}$$

$$\rho_{\text{acqua}} = 1000\text{kg/m}^3$$

$$\rho_{\text{asta}} = 700\text{kg/m}^3$$

