Lezione 1 Analisi matematica 1 · IADA
matematica 1 con esercitazioni CHIM

D. DEL SANTO delsanto@units.it

lunedì 16 - 18 H2/bis 3° piano
(scrivere sempre prima una mail)

orario

lun 11 - 13
mar 11 - 13
giov 11 - 13
ven 9 - 11 aula magna edificio C11

lezioni registrate

Testo: E. Giusti <
- Analisi Mat. 1 vol.
- esercizi e complementi

note del corso (su Moodle)

Tutorato: vedremo in seguito.

Lezione 1 (22/9/2025)

Il linguaggio della matematica

- proposizioni

"sono parti del discorso" a cui posso assegnare in modo non ambiguo il valore di V (vero) o F (falso)

p: "$3 \le 5$" V

q: "1 è soluzione dell'equazione $x^2+1=0$" F

r: "$\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x}$ non esiste" F

- connettivi logici

"$\neg$" si legge "non" $\neg p$ si legge "non p"

$\neg(3 \le 5)$ significa $3>5$

inverte i valori di V e F

connettivo "unario"

p	$\neg p$
V	F
F	V

connettivi binari

$\wedge$ si legge "e" congiunzione

$\vee$ si legge "o" disgiunzione

$\Rightarrow$ si legge "se... allora..." o anche "implica"

$\Leftrightarrow$ si legge "... se e solo se..." oppure "... è equivalente..."

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	F	V	V	F
F	F	F	F	V	V

tabella di verità dei connettivi

osservazione

significato di $p \Rightarrow q$

ho bisogno delle leggi di De Morgan

$$\neg(p \wedge q) = \neg p \vee \neg q$$
$$\neg(p \vee q) = \neg p \wedge \neg q$$

esercizio provare a fare le tabelle di verità

p "Paolo è più alto di 1,8 m"
q "Paolo pesa più di 85 Kg"

non è vero! (Paolo è più alto di 1,8 m e pesa più di 85 Kg)

cosa è vero! o Paolo non è più alto o Paolo non pesa....

p: piove
q: prendo l'ombrello

$p \Rightarrow q$
se piove allora prendo l'ombrello

non è vero! cioè piove e non prendo l'ombrello

$$\neg(p \Rightarrow q) = p \wedge \neg q$$
$$\neg(\neg(p \Rightarrow q)) = \neg(p \wedge \neg q)$$
$$p \Rightarrow q = \neg p \vee q$$

per noi $p \Rightarrow q$ significa $\boxed{\text{non } p \text{ oppure } q}$

esercizio "scrivere la tabella di $\neg p \vee q$"

Predicato

"una parte del discorso" in cui compaiono uno o più variabili (che prendono valore in un predefinito ambiente)

x prende valore nell'insieme degli studenti di questa classe

"x è biondo/a" $P(x)$

un predicato diventa una proposizione (e quindi vera o falsa) quando la variabile assume un certo valore

x = Elena

"Elena è bionda" $P(\text{Elena})$ è vera!

"Mattia è biondo" $P(\text{Mattia})$ è falsa

$x^2 + 2x - 3 = 0$ è vera? <u>dipende da x</u>

Sarà interessante trovare gli x che fanno diventare "vero il predicato".

I predicati possono avere più di una variabile

<u>es.</u> x varia tra gli astronomi
y " " le stelle

$R(x, y)$ "l'astronomo x studia la stella y"

un modo alternativo per trasformare un predicato in una proposizione è usare i quantificatori

$\forall x,$ si legge "per ogni x" (quantificatore universale)

$\exists x:$ " "esiste un x tale che" (quantificatore esistenziale)

$\forall x, P(x)$ ogni studente/essa è biondo/a
F!

$\exists x: P(x)$ c'è almeno uno studente/essa biondo/a
V!

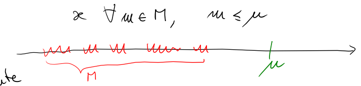
$R(x, y)$ l'astronomo x studia la stella y

$\forall x, \exists y: R(x, y)$ "ogni astronomo studia almeno una stella"

$\exists y: \forall x, R(x, y)$ "c'è una stella che è studiata da ogni astronomo"

$\exists x: \forall y, R(x, y)$ "c'è un astronomo che studia tutte le stelle"

<u>def.</u> sia $M \subseteq \mathbb{R}$
sia $\mu \in \mathbb{R}$ μ si dice maggiorante di M
se $\forall m \in M,$ $m \leq \mu$



Punto interessante
Come si fa la negazione di un quantificatore

$\forall x, P(x)$ ogni studente è biondo

$\neg(\forall x, P(x))$
$=$
$\exists x: \neg P(x)$

c'è almeno uno che non è biondo

$\neg(\exists x, Q(x))$
$=$
$\forall x: \neg Q(x)$

$Q(x)$ x pesa più di 90 kg

$\exists x, Q(x)$
c'è qualcuno che pesa più di 90 kg

non è vero /

tutti pesano meno!

$\neg(\forall x, \exists y: R(x, y))$ non è vero (ogni astronomo studia almeno una stella)

$\neg(\forall x, (\exists y: R(x, y)))$ c'è un astronomo

$\exists x: \neg(\exists y: R(x, y))$

$\exists x: \forall y, \neg R(x, y)$ → esiste un astronomo tale che per ogni stella l'astronomo non studia quella stella

$Q(x, y, z)$
nel dipartimento x il matematico y ha sbagliato la dimostrazione z

In ogni dipartimento c'è un matematico che ha sbagliato tutte le dimostrazioni

$\boxed{\forall x, \exists y: \forall z, Q(x, y, z)}$ non è vero!

$\exists x: \forall y, \exists z\ \neg Q(x, y, z)$

c'è un dipartimento in cui ogni matematico ha fatto bene almeno una dimostrazione