



# Modellazione solida

A.A. 2025/2026

*Computer-Aided Design*

**Ph.D. Eng. Domenico Marzullo**

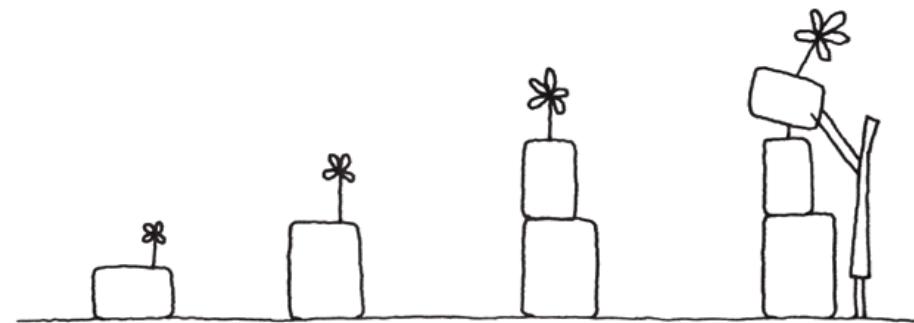


**UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DI TRIESTE**

**Dipartimento di Ingegneria e Architettura  
Università degli Studi di Trieste**

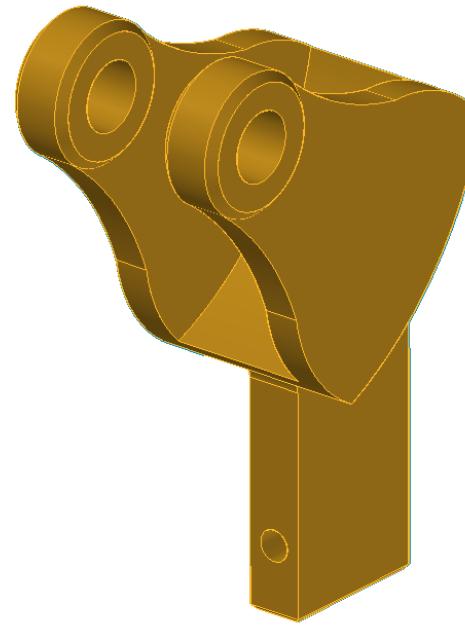
# Il disegno

Il disegno è indispensabile alla progettazione. Esso consente di trasmettere concetti e suggestioni *impossibili da esprimere in altro modo*

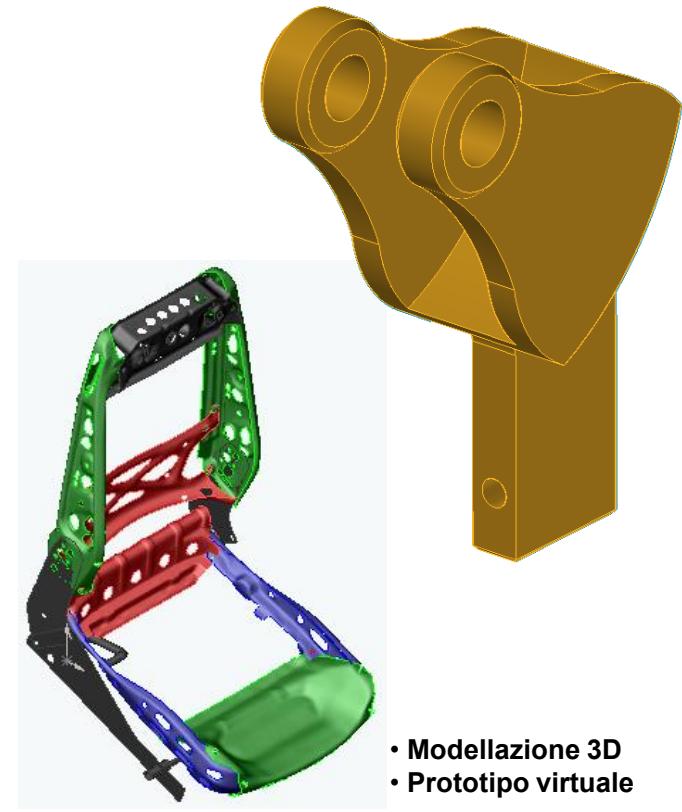
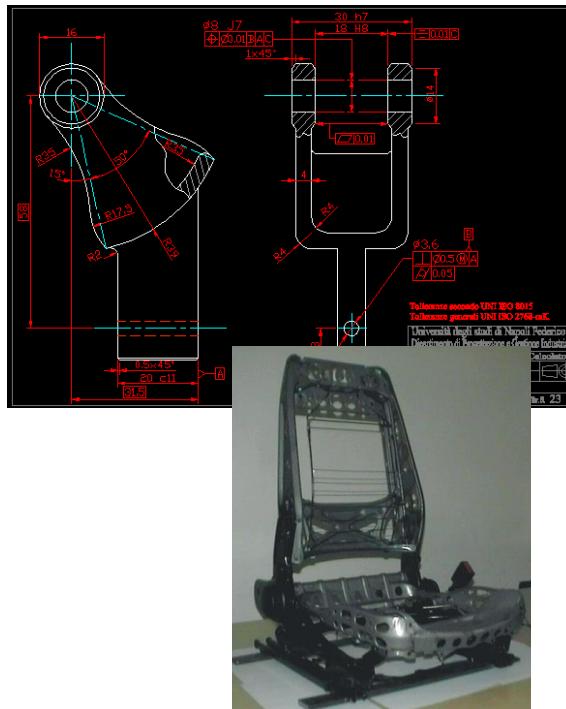


La progettazione assistita dall'elaboratore consiste nell'utilizzo di tecnologie informatiche, in particolare della **computer grafica**, per l'attività di **sviluppo di oggetti fisici o virtuali**.

I sistemi CAD, in particolare, sono volti alla creazione di modelli **geometrici tridimensionali o bidimensionali**.



- Disegno tecnico
- Prototipo fisico



- Modellazione 3D
- Prototipo virtuale

## Pro

### Disegno Tecnico

- Basso costo
- Basato su linguaggio normalizzato
- Ben noto nella comunità internazionale
- Strutturato

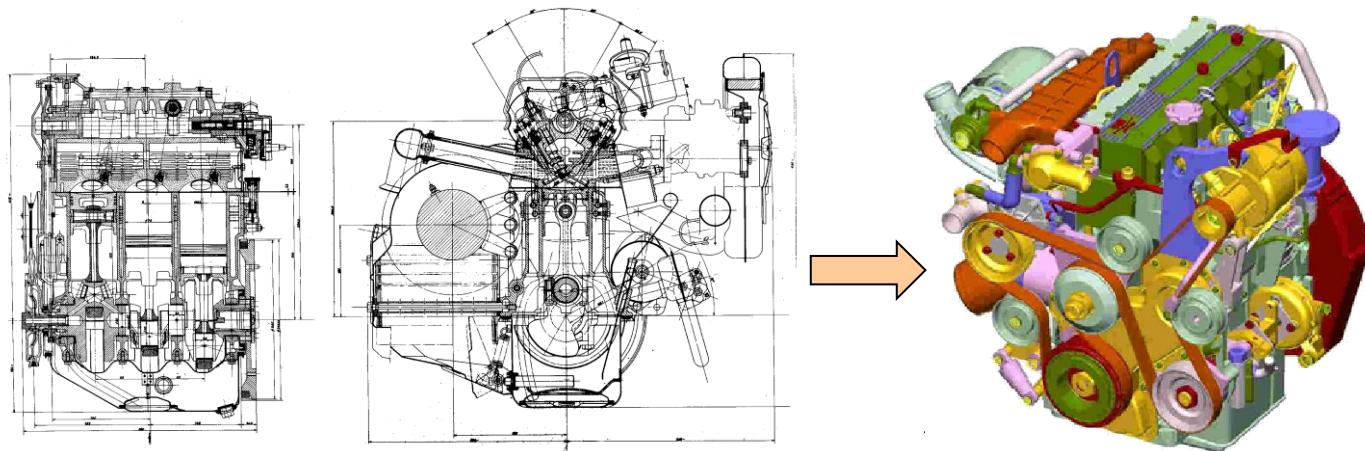
## Contro

- Interpretazione
- Comprensibile solo dalla comunità tecnica
- Difficile controllare correttezza e completezza
- Modello mentale preliminare

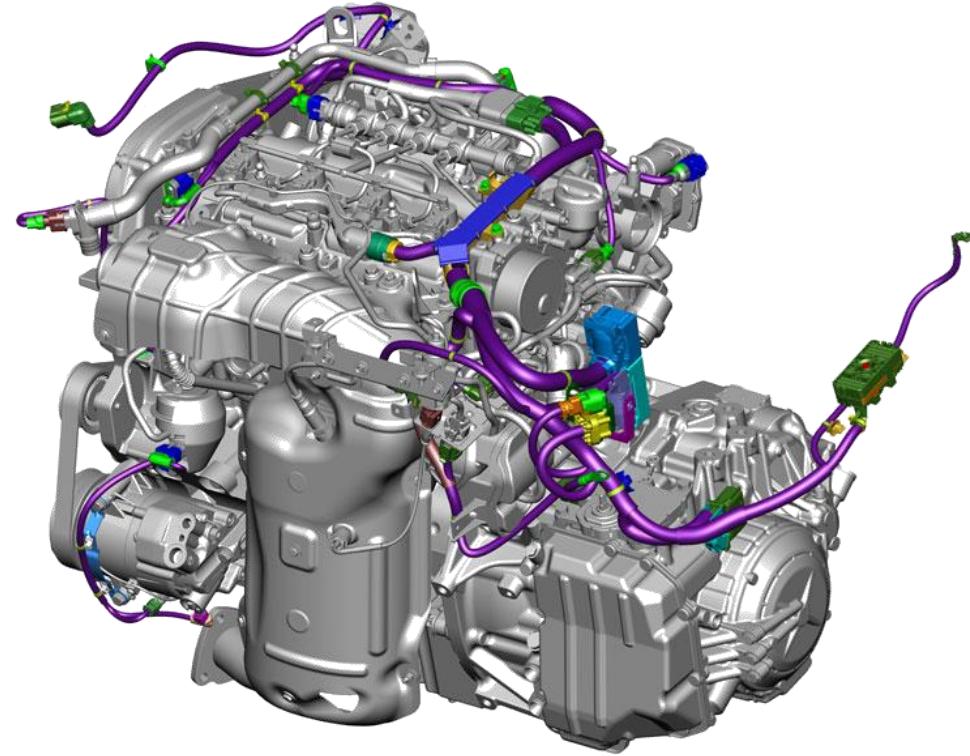
### Prototipo Fisico

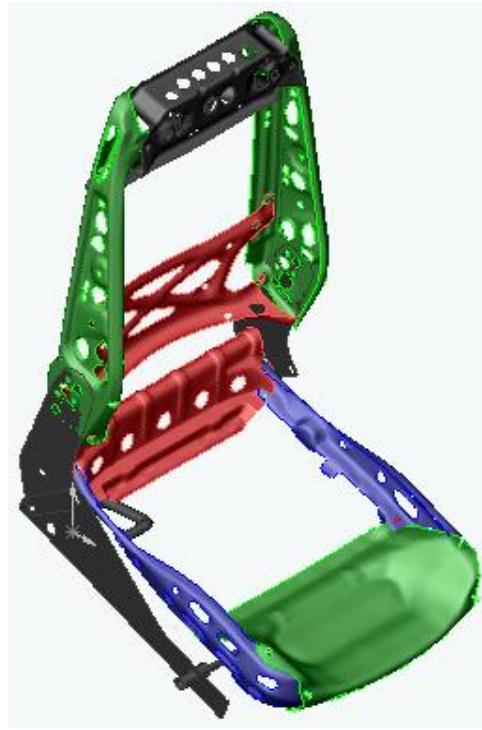
- Completo ed affidabile
- Immediato
- Può essere testato
- Feedback immediato

- Costi elevati
- Lunghi tempi di produzione
- Modifiche/alternative difficili
- Difficile ottenere informazioni strutturate quantitative



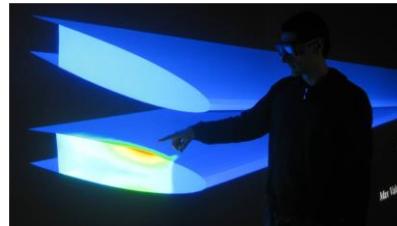
La combinazione di modelli CAD e sistemi di simulazione multifisici permette di realizzare veri e propri **prototipi virtuali**





# Il prototipo virtuale

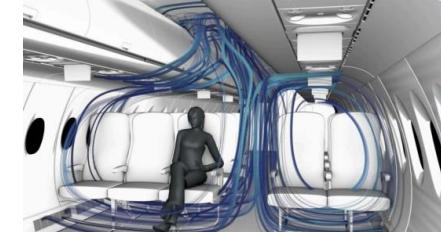
La cd ***“prototipazione virtuale”*** è una metodologia di **sviluppo del prodotto** che si avvale di strumenti CAD e CAE per condurre **esperimenti simulati e ridurre** il ricorso a prototipi fisici.



FEM analysis



Ergonomics



CFD analysis



Digital Mock-Up



Real test on PMU



Physical Mock-up



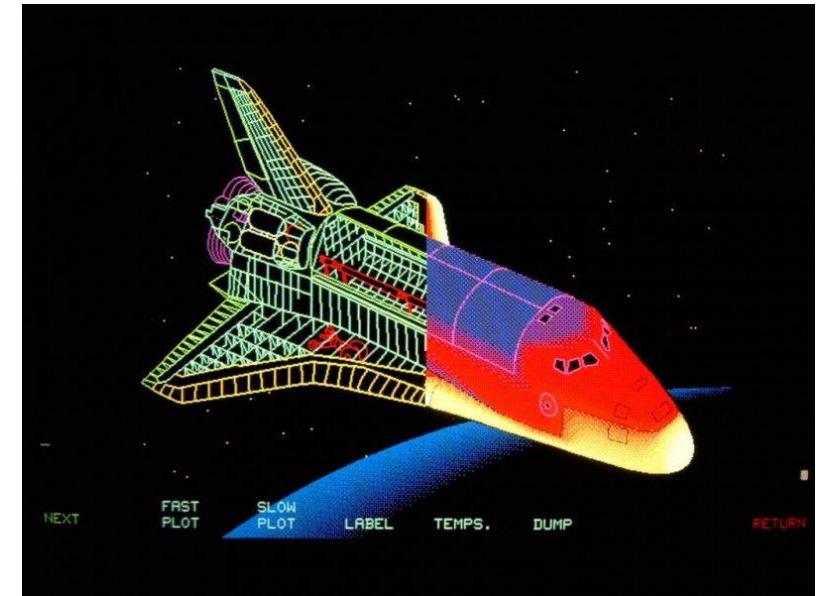
Real test on PMU



- Wireframe (storico)
- A superfici di confine
  - Poligonali
  - Implicite
  - Parametriche
- Volumetriche
  - Voxel- Ripartizione spaziale
  - Solid modeling – modellazione solida
    - Constructive solid geometry o CSG
    - Boundary representation (B- rep)
- Ibride

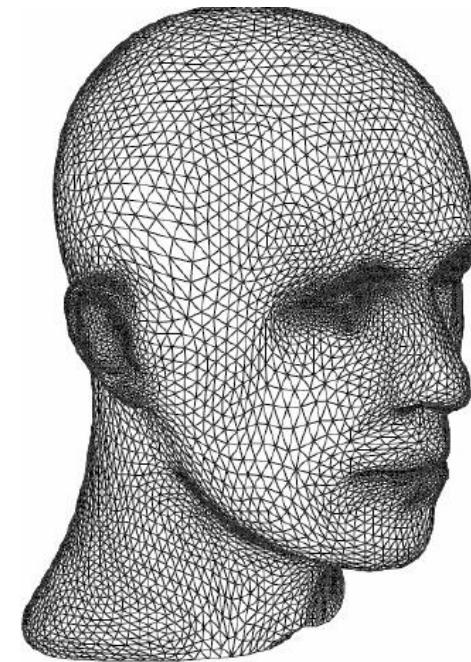
Un prototipo virtuale può contenere diversi tipi di oggetti (meccanismi, persone, nuvole, alberi, edifici, ecc.). Per ognuno di essi, è disponibile un'ampia varietà di **modelli di rappresentazione digitale**

- **Modelli wireframe**
- Modelli per superfici poligonali
- Modelli per superfici analitiche
- Modelli solidi
- Modelli procedurali (frattali, particellari, ecc.)



Un prototipo virtuale può contenere diversi tipi di oggetti (meccanismi, persone, nuvole, alberi, edifici, ecc.). Per ognuno di essi, è disponibile un'ampia varietà di **modelli di rappresentazione digitale**

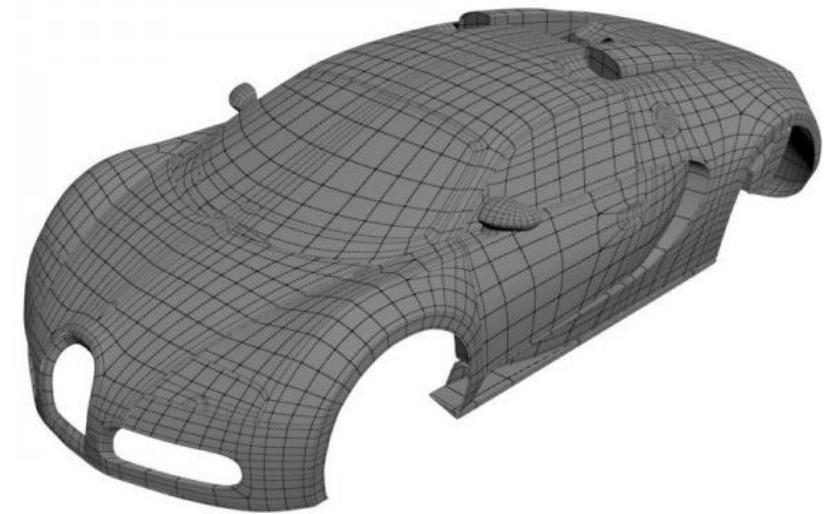
- Modelli wireframe
- **Modelli per superfici poligonali**
- Modelli per superfici analitiche
- Modelli solidi
- Modelli procedurali (frattali, particellari, ecc.)



[Zorin and Schröder, 2000]

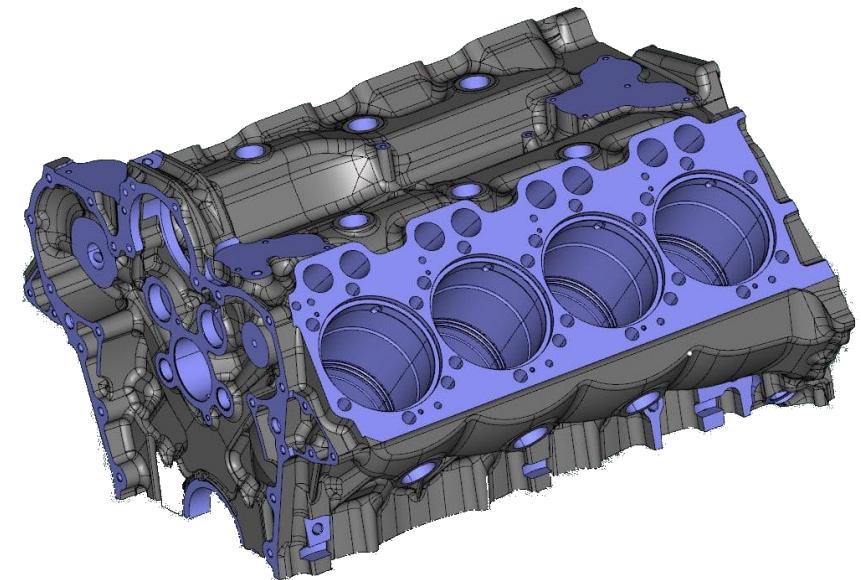
Un prototipo virtuale può contenere diversi tipi di oggetti (meccanismi, persone, nuvole, alberi, edifici, ecc.). Per ognuno di essi, è disponibile un'ampia varietà di **modelli di rappresentazione digitale**

- Modelli wireframe
- Modelli per superfici poligonali
- **Modelli per superfici analitiche**
- Modelli solidi
- Modelli procedurali (frattali, particellari, ecc.)



Un prototipo virtuale può contenere diversi tipi di oggetti (meccanismi, persone, nuvole, alberi, edifici, ecc.). Per ognuno di essi, è disponibile un'ampia varietà di **modelli di rappresentazione digitale**

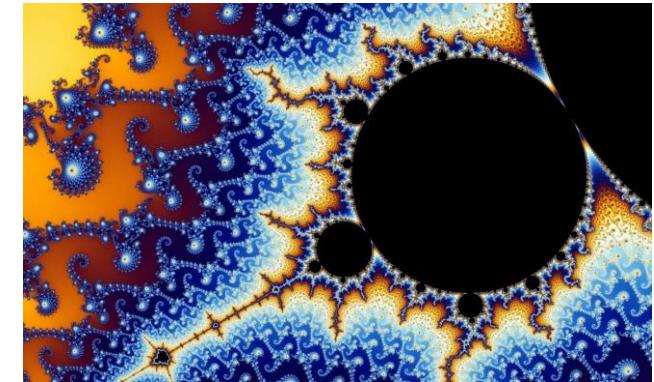
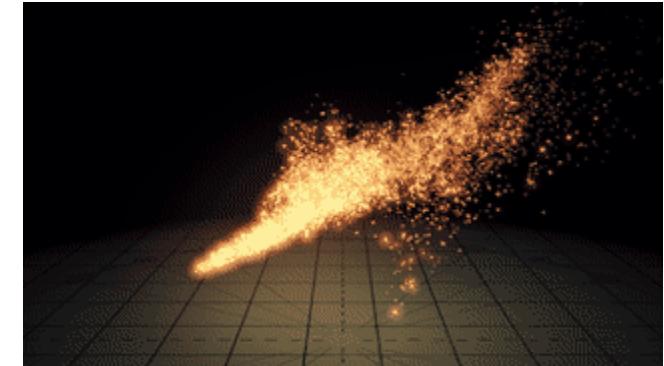
- Modelli wireframe
- Modelli per superfici poligonali
- Modelli per superfici analitiche
- **Modelli solidi**
- Modelli procedurali (frattali, particellari, ecc.)



# Modelli di rappresentazione

Un prototipo virtuale può contenere diversi tipi di oggetti (meccanismi, persone, nuvole, alberi, edifici, ecc.). Per ognuno di essi, è disponibile un'ampia varietà di **modelli di rappresentazione digitale**

- Modelli wireframe
- Modelli per superfici poligonali
- Modelli per superfici analitiche
- Modelli solidi
- **Modelli procedurali** (frattali, particellari, ecc.)

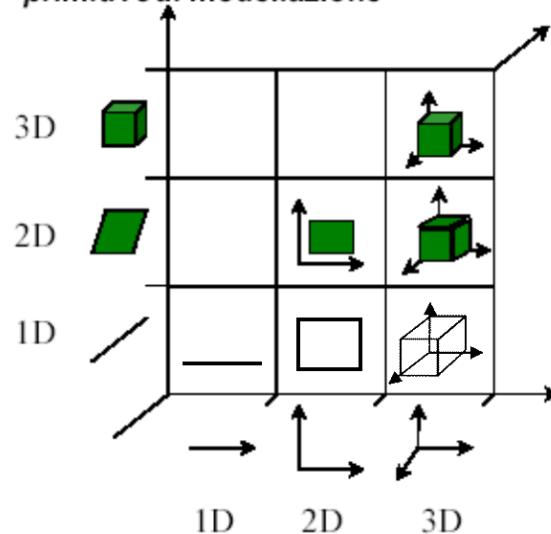


## Sistemi Drafting

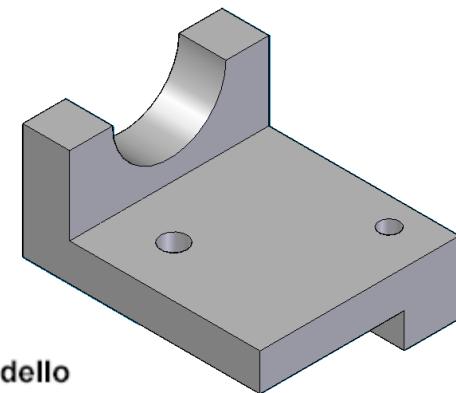
## Sistemi di modellazione

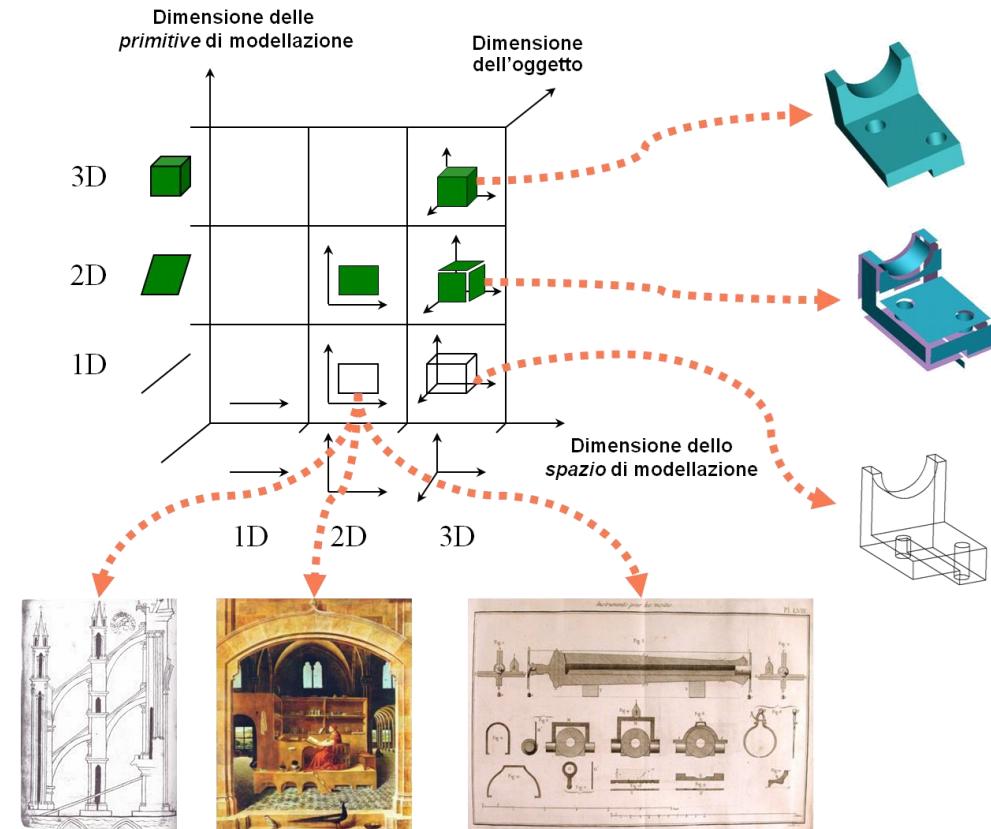
Dimensione delle  
primitive di modellazione

Dimensione  
dell'oggetto



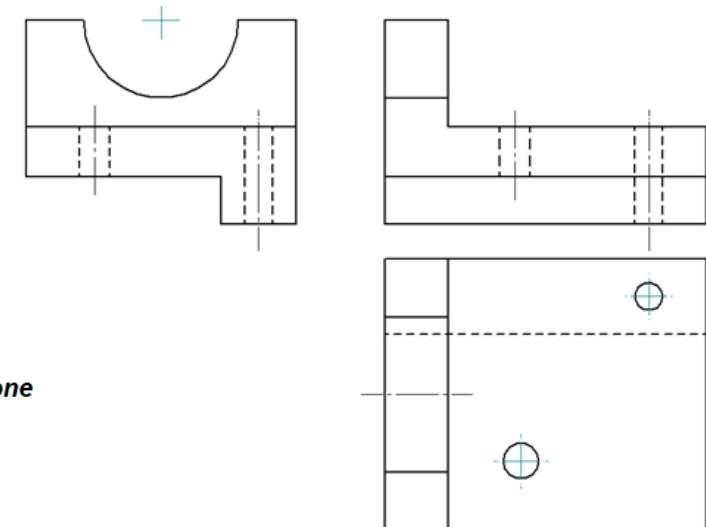
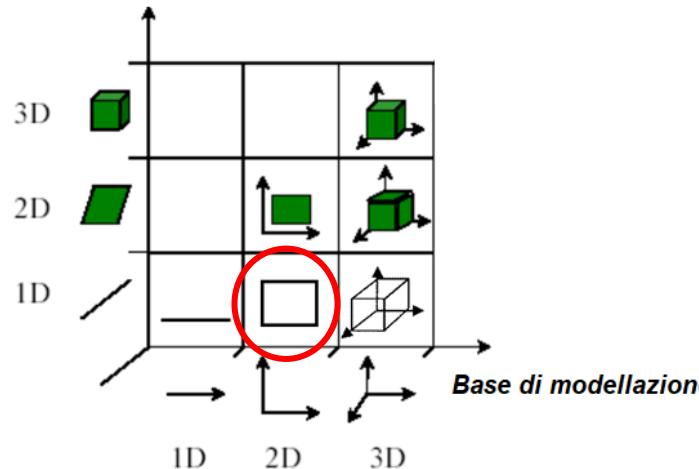
Dimensione dello  
spazio di modellazione



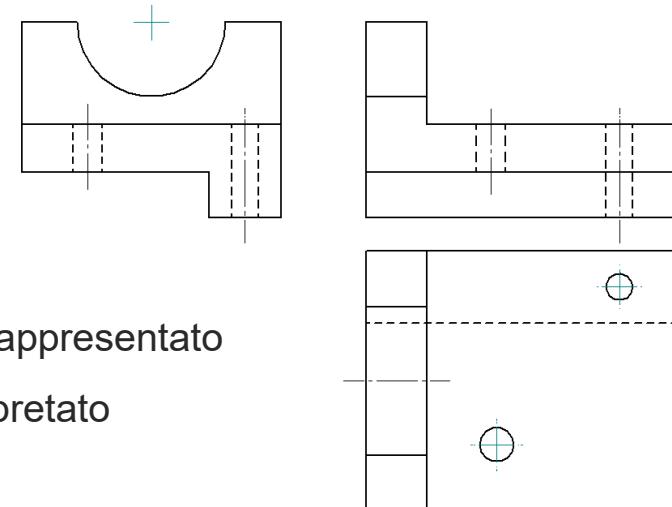


Il Modello è descritto per mezzo di punti e primitive unidimensionali (segmenti, archi di circonferenza, curve, ecc.) su un piano (drafting, sketching).

**primitive di modellazione**

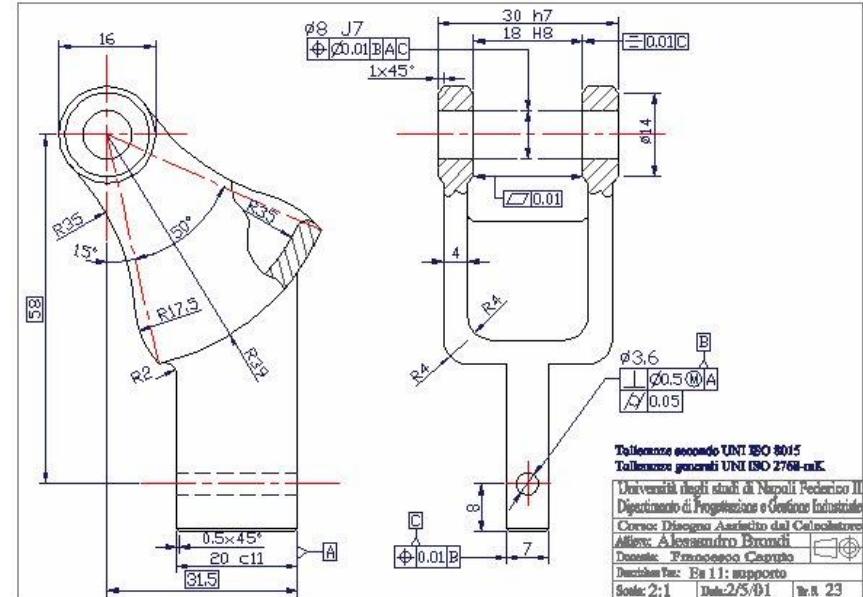
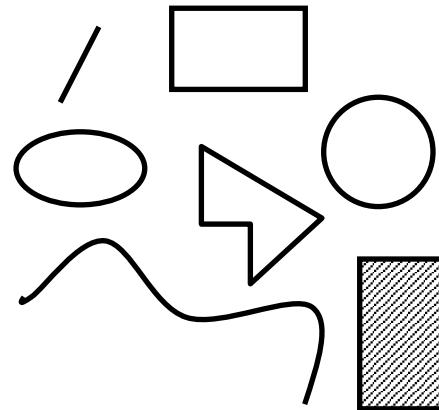


**Nessuna informazione sulle superfici!**



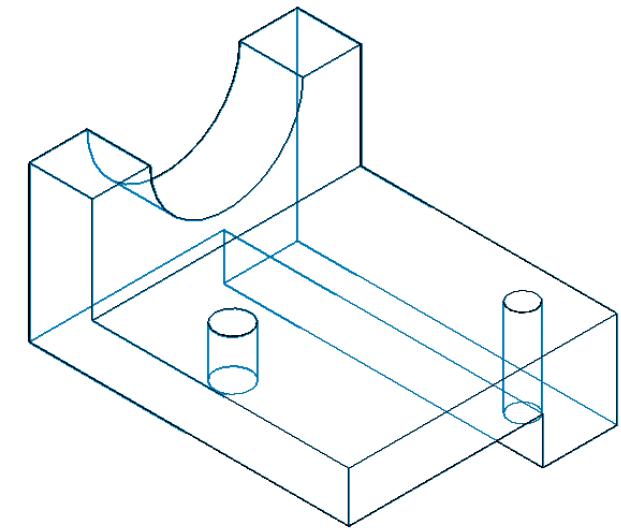
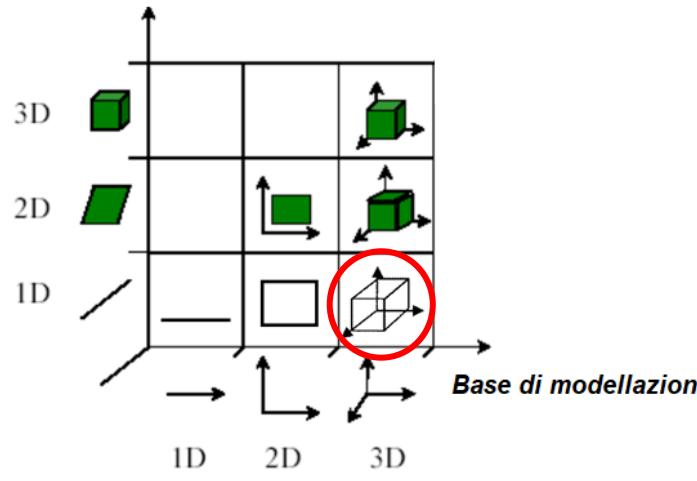
- ✓ Documentazione del prodotto
- ✓ *Editing* del documento e non dell'oggetto rappresentato
- ✓ Oggetto essenzialmente implicito: va interpretato
- ✓ Viste/sezioni “separate”
- ✓ Rappresentazione di geometria di contorno
- ✓ Difficoltà di comprendere geometrie complesse
- ✓ Rappresenta un *word processing* di documenti grafici

- Strumenti di disegno
  - Tipi di linea
  - Campitura
  - Quotatura
  - ecc.



Il Modello è descritto per mezzo di punti e primitive unidimensionali (segmenti, archi di circonferenza, curve, ecc.) nello spazio 3D.

**primitive di modellazione**



**Nessuna informazione sulle superfici!**



# **Caratteristiche di un sistema wireframe 3D**



- ✓ Possibilità di derivare direttamente disegni 2D
- ✓ Geometria “povera”
- ✓ Ambiguità di interpretazione
- ✓ Carenza di Normative appropriate
- ✓ Non adeguato per geometrie complesse
- ✓ Adottato molto come modalità di visualizzazione di modelli 3D

Il Modello è descritto per mezzo di tabelle di vertici e spigoli

Modello wireframe

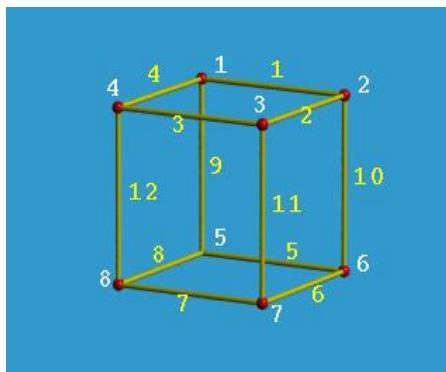


Tabella dei vertici

Tabella Vertici			
Vertice #	x	y	z
1	1	1	1
2	1	-1	1
3	-1	-1	1
4	-1	1	1
5	1	1	-1
6	1	-1	-1
7	-1	-1	-1
8	-1	1	-1

Tabella degli spigoli

Tabella Spigoli		
Spigolo #	Vertice iniziale	Vertice finale
1	1	2
2	2	3
3	3	4
4	4	1
5	5	6
6	6	7
7	7	8
8	8	5
9	1	5
10	2	6
11	3	7
12	4	8

Nota:

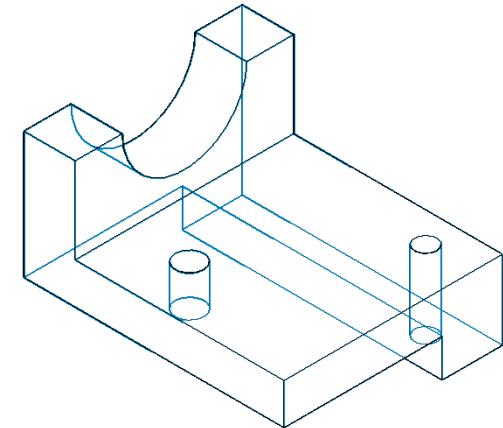
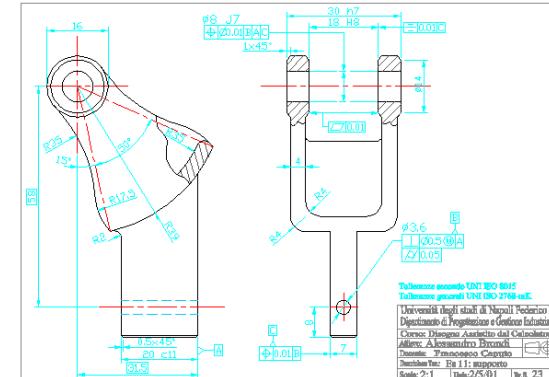
In caso di spigoli non rettilinei è necessario fornire a parte la descrizione matematica delle curve

## VANTAGGI:

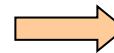
- ✓ Computazionalmente «leggero»
  - ✓ Modellazione diretta utile per schizzi e disegni tecnici

## SVANTAGGI

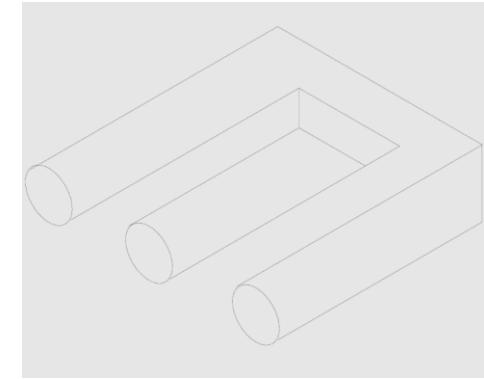
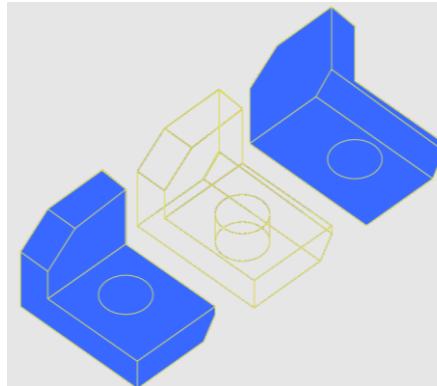
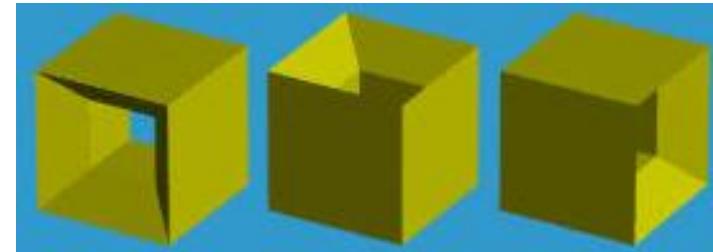
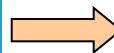
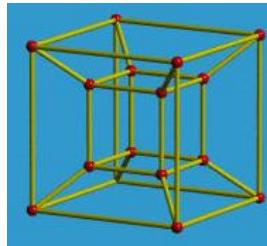
- ✓ **Ambiguità di interpretazione**
  - ✓ Non viene conservata la storia del design
  - ✓ Inadatto per rappresentare geometrie complesse
  - ✓ *Editing* del documento e non dell'oggetto rappresentato
  - ✓ Difficoltà di modifica e interpretazione



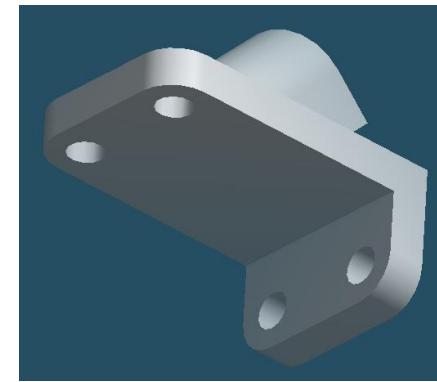
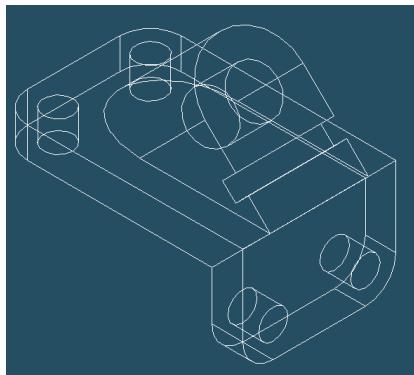
Non ci sono informazioni  
sulle facce della  
geometria



Problemi di interpretazione  
del modello

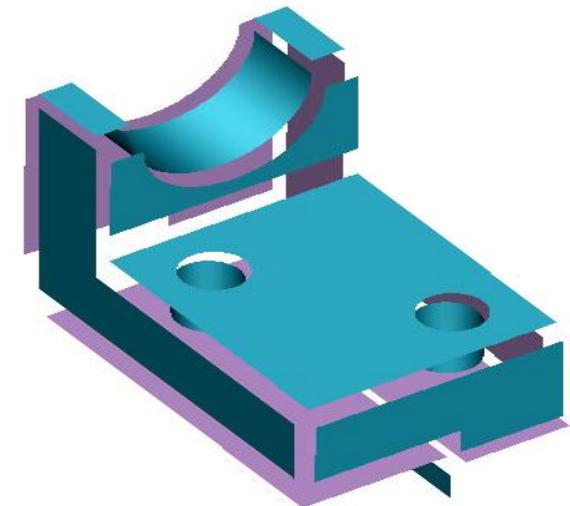
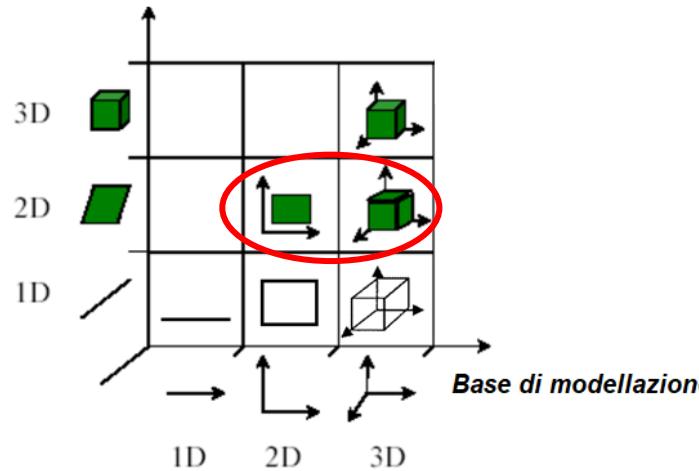


# *Ambiguità di rappresentazione*



La rappresentazione per superfici può essere considerata come un'estensione del modello *wireframe*. Punti e curve sono organizzati in superfici, la cui unione forma il modello tridimensionale.

## primitive di modellazione

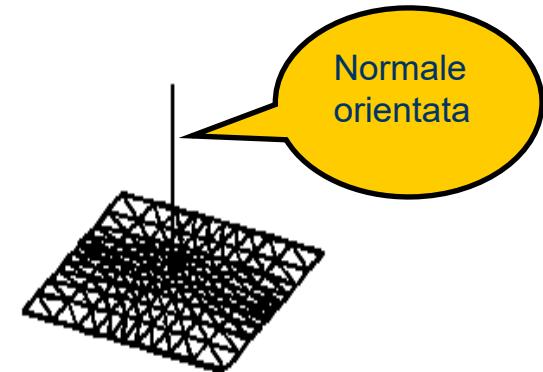
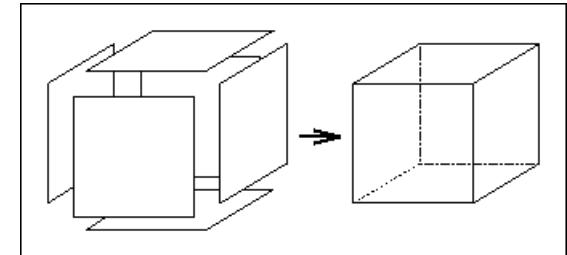


Con i modelli per superfici è possibile realizzare geometrie «pseudo-solidi», nelle quali l'unione delle superfici costituisce la frontiera di un sottospazio tridimensionale (*boundary representation, b-rep*). Non si tratta in ogni caso di veri modelli solidi: nessuna informazione sul volume racchiuso!



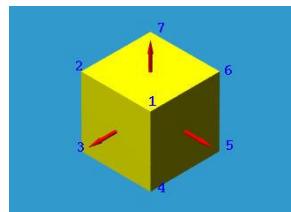
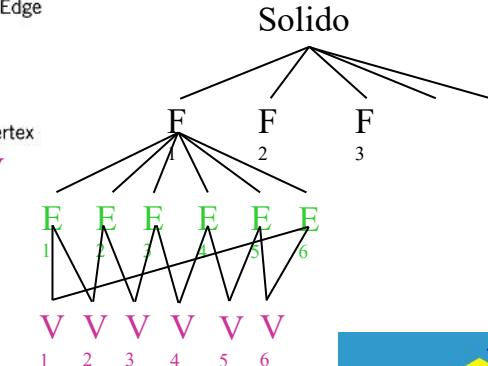
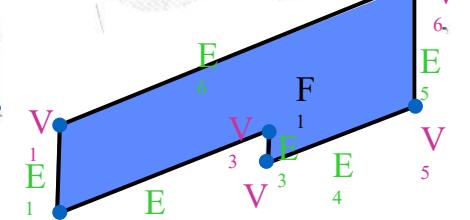
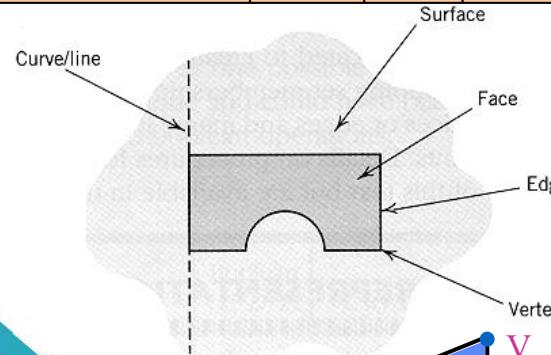
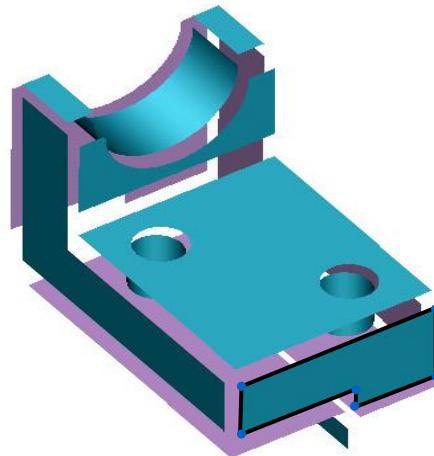
- ✓ Superfici 2D nello spazio 3D
- ✓ Sono definiti tutti i punti sulla superficie
  - ✓ Utile per le lavorazioni, la visualizzazione, ecc.
- ✓ Le superfici non hanno spessore e gli oggetti non hanno volume o proprietà solide
- ✓ Le superfici possono essere aperte

- Rappresenta la forma degli oggetti come un insieme di superfici connesse fra loro
- Gli involucri hanno spessore nullo e significato puramente geometrico e possono essere aperti o chiusi (tenuta stagna)
- A seconda del tipo di rappresentazione la superficie è caratterizzata matematicamente e può essere dotata di orientamento (in\out)



Entità Topologiche	Solido	Shell	Faccia	Loop	Spigolo	Vertice
Entità Geometriche						
			Surface	Superficie	Curve	Punto

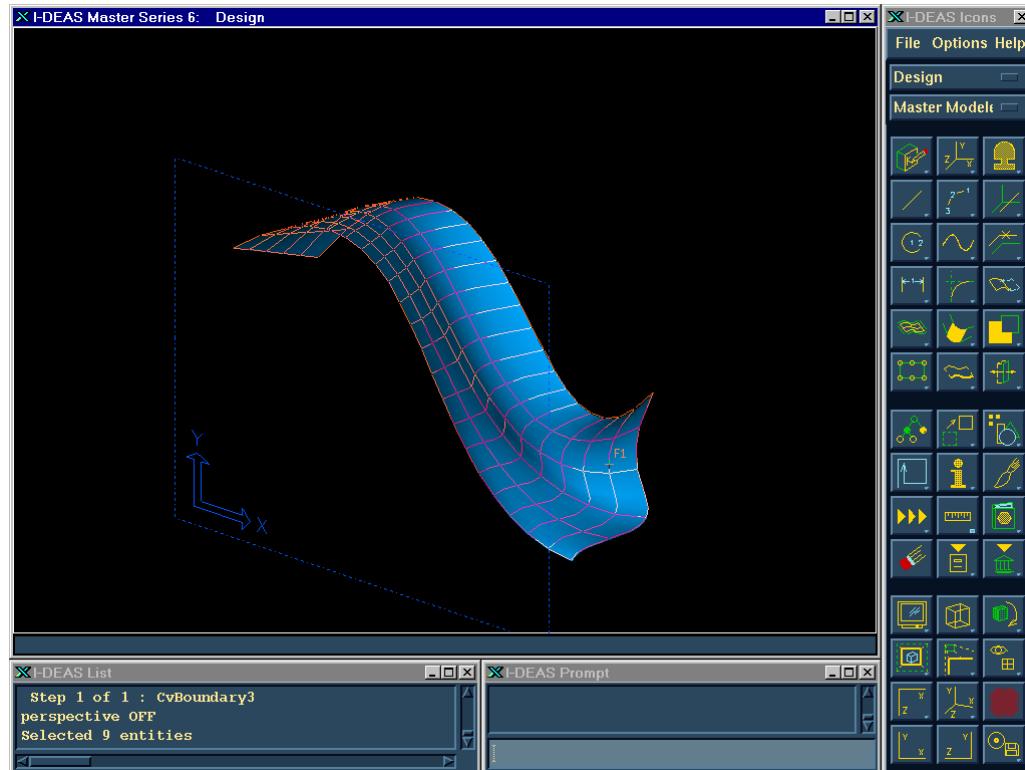
Relazioni  
tra entità



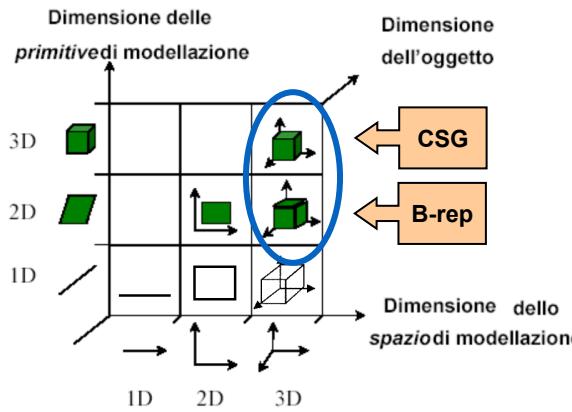
L'orientamento delle facce è fondamentale per valutare il vettore normale uscente che deve puntare all'esterno del solido. Per ogni faccia i vertici vengono organizzati, di solito in senso antiorario, per definire il verso della normale uscente.



# Modellazione per superfici







- Modellazione del prototipo
- Al centro dell'attenzione è la forma
- Rappresentazione con un numero limitato di primitive solide semplici organizzate con alcuni operatori logici

- Sistemi basati sulla rappresentazione delle superfici che delimitano l'oggetto (B-rep)
- Sistemi basati su primitive solide e criteri per la loro aggregazione (CSG)

- Rappresentazione geometrica precisa o approssimata
- Rappresentazione strutturata o non strutturata

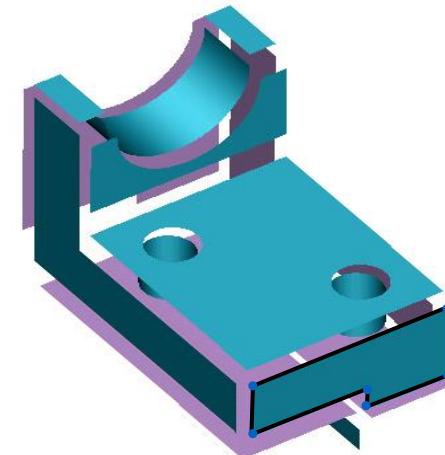
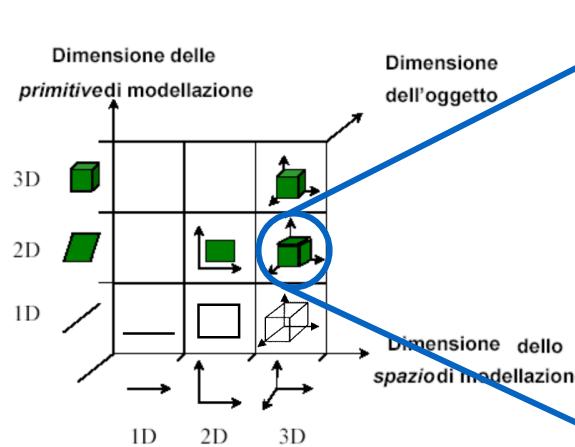


# **Caratteristiche della modellazione Solida**



- Completa e non ambigua
- I modelli hanno un volume e proprietà di massa
- La gran parte dei modellatori solidi sono feature-based
  - Geometria ottenuta aggiungendo e sottraendo features
- La gran parte dei modellatori solidi sono parametrici
  - Geometria modificabile agendo sui parametri (dimensioni)

Oggetto definito dalle superfici che lo delimitano (facce)  
e da relazioni di contiguità tra esse



La rappresentazione B-rep può essere considerata come un'estensione del modello *wireframe*. La superficie del solido consiste di un insieme ben organizzato di facce, che sono porzioni di superfici. L'insieme delle facce individua chiaramente ciò che è interno ( pieno) e ciò che è esterno (vuoto).



# ***Considerazioni sulla modellazione***

## ***B-rep***



### **Vantaggi**

- è semplice ottenere informazioni sui singoli elementi
- è facile visualizzare il solido creato
- adatta per generare viste, con eliminazione automatica delle parti nascoste

### **Svantaggi**

- richiede notevole spazio di memoria
- elevato costo computazionale

$$V - E + F - (L - F) - 2(S - G) = 0$$

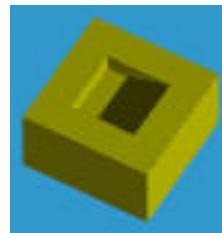
Formula di Eulero-Poincaré

- V: numero di vertici
- E: numero di spigoli
- F: numero di facce
- G: numero di fori
- S: numero di shell (il solido viene conteggiato come shell, quindi sempre  $S \geq 1$ )
- L: numero di percorsi chiusi (loop) sia delle facce esterne che interne

CUBO

$V = 8, E = 12, F = 6, G=0, S=1, L = F$  perché ogni faccia ha solo un loop esterno

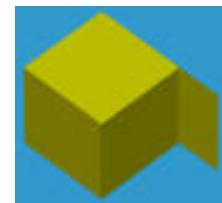
$$V-E+F-(L-F)-2(S-G) = 8-12+6-(6-6)-2(1-0) = 0$$



CUBO con scavo

$V = 16, E = 24, F = 11, G = 0, S= 1, L = 12$  (11 facce + loop interno della faccia superiore)

$$V-E+F-(L-F)-2(S-G) = 16-24+11-(12-11)-2(1-0)=0$$

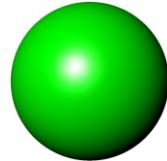
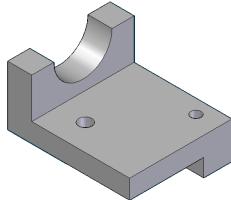


Attenzione!

La formula di Eulero-Poincaré è una condizione necessaria ma non sufficiente.  
Se la relazione è verificata, ciò non significa che il solido è valido.

$$V-E+F-(L-F)-2(S-G) = 10-15+7-(7-7)-2(1-0)=0$$

Geometria precisa

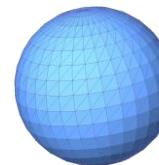
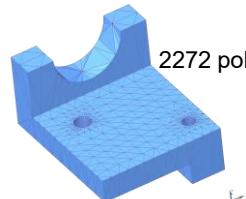


### Geometria precisa

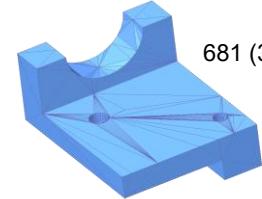
Il dominio delle primitive geometriche è limitato e per estenderlo si hanno due alternative

- per ogni famiglia di entità geometriche
  - modificare la struttura dati
  - creare i nuovi algoritmi di intersezione con tutte le geometrie esistenti
- generalizzare la rappresentazione matematica

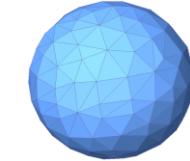
Geometria approssimata



2272 pol.



681 (30%)



288 (30%)

### Geometria approssimata

#### Vantaggi

- semplici e rapidi algoritmi di faceting
- unico kernel algoritmico
- piena compatibilità con l'evoluzione tecnologica della CG.
- dominio delle geometrie trattabili senza limiti

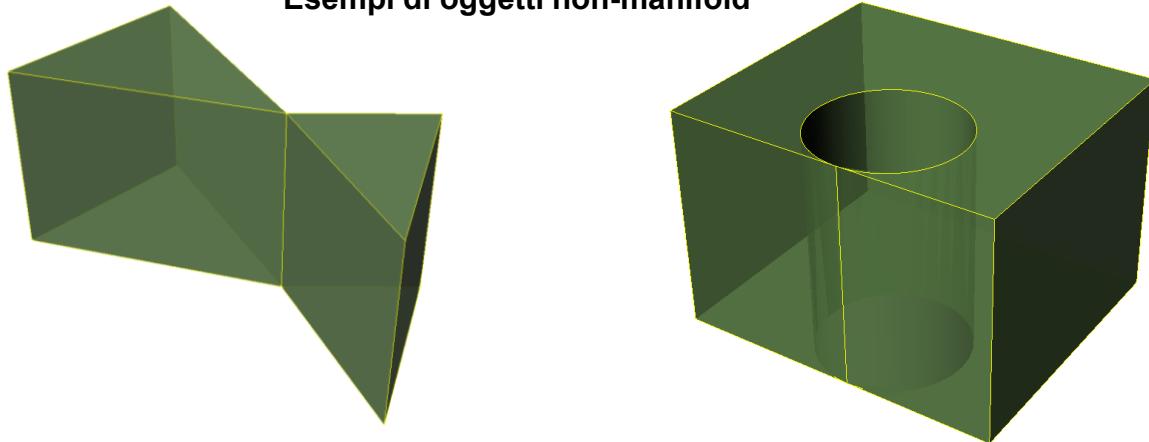
#### Svantaggi

- numero di faccette elevato o elevatissimo
- difficoltà nel cambiare approssimazione durante la modellazione
- differenze tra le rappresentazioni ed il modello interno

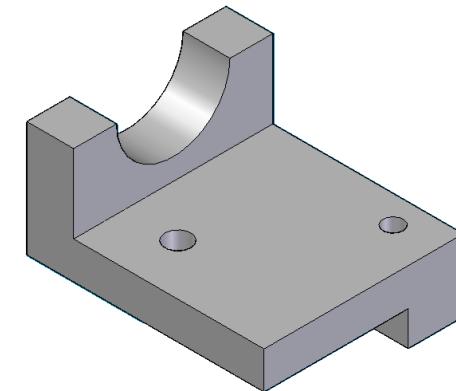
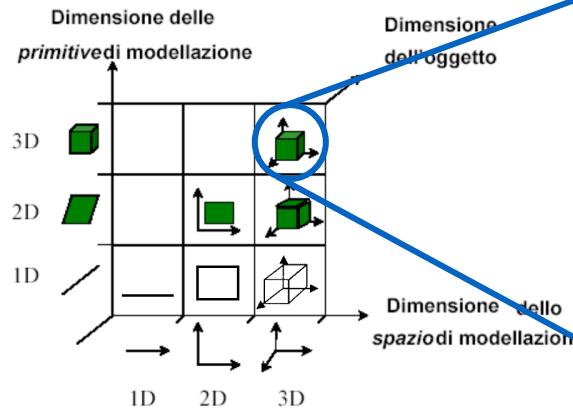
Un contorno manifold separa in modo non ambiguo una regione interna da una esterna

In oggetti manifold gli spigoli possono appartenere solo a due facce

Esempi di oggetti non-manifold

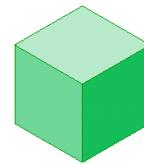


Alcuni sistemi CAD consentono di creare anche modelli non-manifold e solidi “aperti”, cioè solidi con qualche faccia mancante

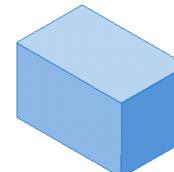


- Primitive Instancing**
- Sistemi basati su primitive solide e metodi costruttivi (C.S.G.)**
- Sistemi basati sulla decomposizione:**
  - per enumerazione spaziale**
  - Octree**

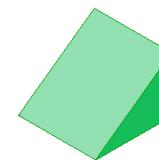
- A partire da semplici primitive solide si possono ottenere alcuni oggetti solidi di forma non complessa.
- Combinando in differenti modi le primitive
- Gli oggetti ottenuti sono molto limitati



Cubo



Prisma rettangolare



Prisma triangolare



Sfera



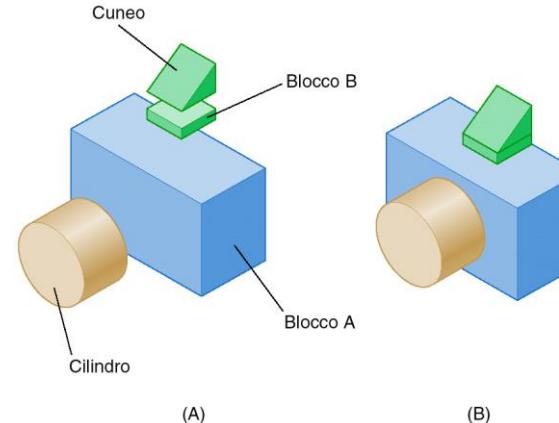
Cono



Toro



Cilindro



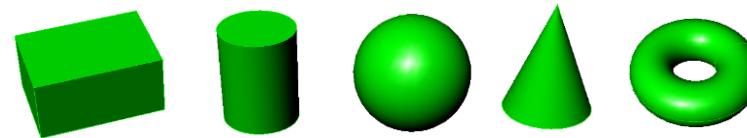
(A)

(B)

**C.S.G. = Constructive Solid Geometry**

Il solido è rappresentato come composizione di istanze parametrizzate di primitive di solidi mediante operazioni booleane e moti rigidi.

Parallelepipedo – Cilindro – Sfera – Cono – Toro

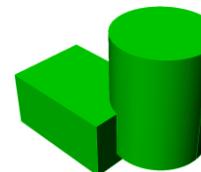


Le primitive di solito possono essere scalate, ruotate, traslate prima di essere combinate con gli operatori booleani (Unione – Sottrazione – Intersezione).

$A$



$A + B$



$A - B$



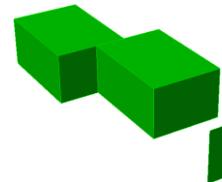
$B - A$



$A \cap B$



Le operazioni booleane su solidi non danno come risultato sempre un “solido”



$A \cap B$  è una superficie!

## Necessità di Operazioni booleane “regolarizzate”

- 1) Effettuare l'operazione “tradizionale”, che può generare un elemento non solido (superficie o curva).
- 2) Calcolare l'interno dell'oggetto ottenuto. Vengono rimosse tutte le entità di livello inferiore. Il risultato è un solido senza il suo contorno.
- 3) Calcolare la chiusura dell'oggetto ottenuto nella fase precedente. Questa operazione aggiunge tutto il contorno all'oggetto.

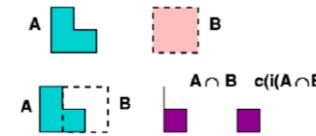
$$x^2 + y^2 + z^2 = 1$$

$$\text{Interno} \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 < 1$$

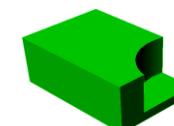
$$\text{Chiusura} \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$$

$$1$$

$$\text{Esterno} \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 > 1$$



$A +^* B$	= chiusura (int (A + B))
$A \cap^* B$	= chiusura (int (A ∩ B))
$A -* B$	= chiusura (int (A - B))



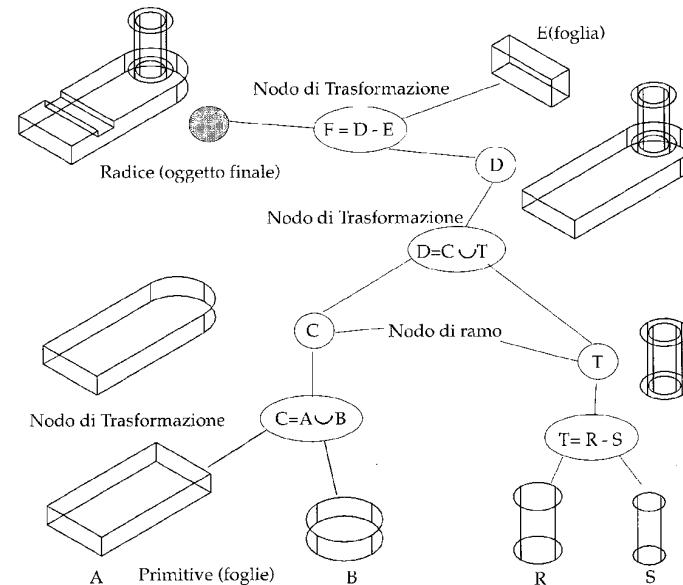
$A -* B$

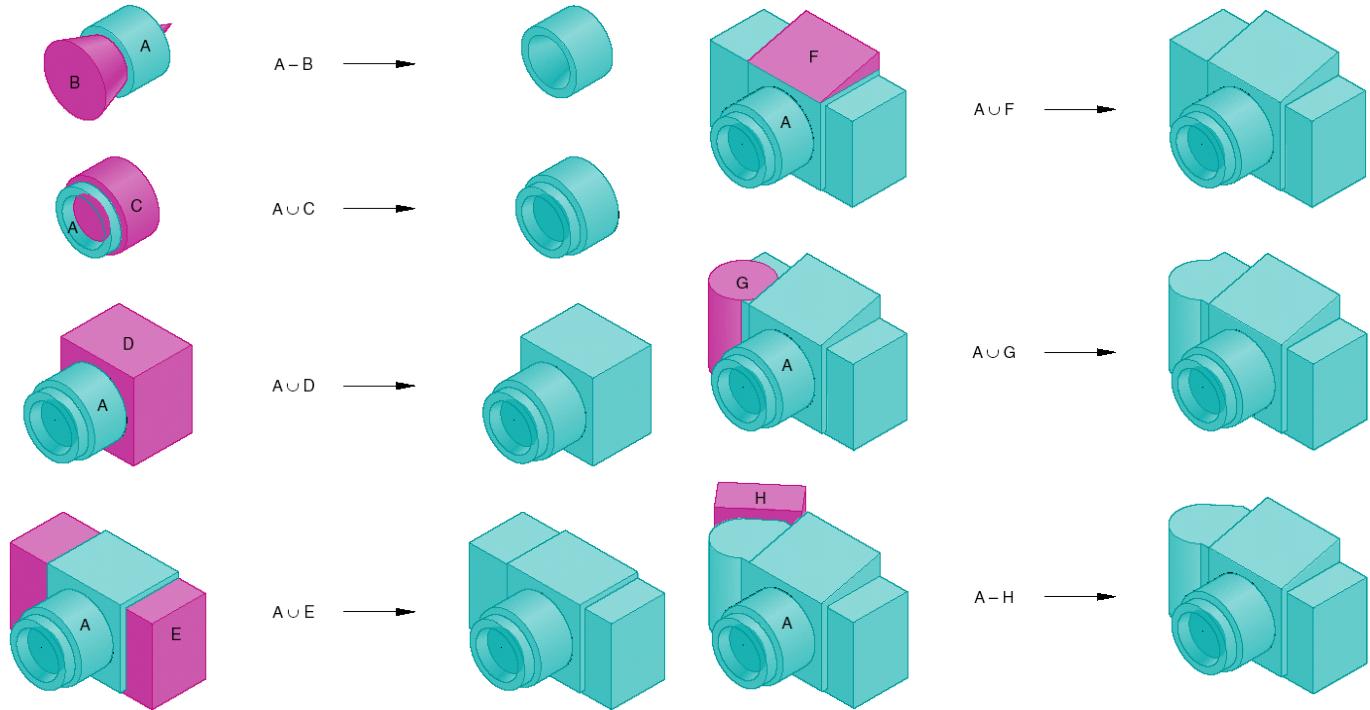
**Il modello solido è rappresentato implicitamente attraverso una struttura ad albero che riporta la combinazione di operazioni booleane e trasformazioni geometriche (traslazione, rotazione, scala) su solidi primitivi.**

**Il solido è descritto come una sequenza di operazioni.**

**Le foglie dell'albero CSG  
sono le primitive solide ed i  
nodi indicano le  
trasformazioni booleane.**

**Prima di effettuare  
un'operazione booleana è  
necessario posizionare  
nello spazio le primitive.**





- La potenza espressiva del CSG è determinata dalla disponibilità di primitive
- Rappresentazione non ambigua per uno specificato albero di operazioni
- Intrinsecamente non univoca: con le stesse operazioni ma in diverso ordine si ottengono solidi differenti
- La validità di una rappresentazione può essere controllata per mezzo della validità delle primitive

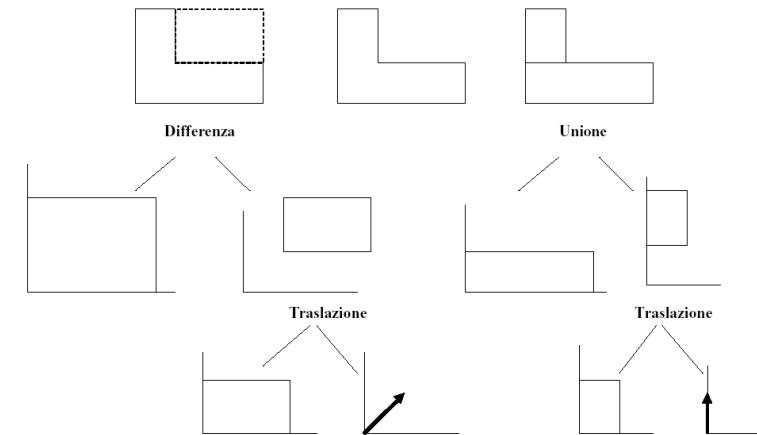
## Vantaggi

- parametrizzazione intrinseca dell'oggetto
- in contesti strutturati il modello procedurale può memorizzare delle relazioni funzionali

## Svantaggi

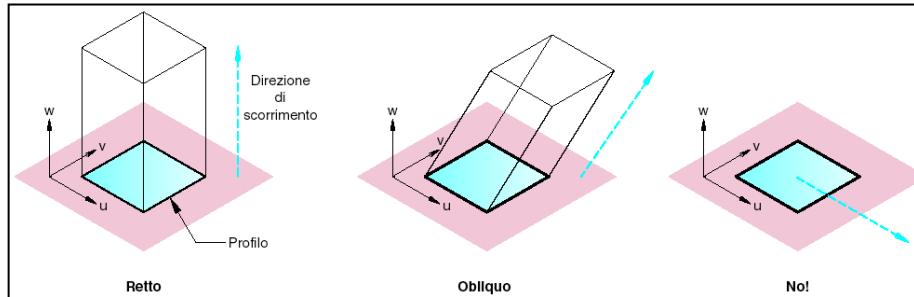
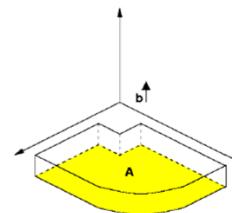
- esistono molti modi di rappresentare un oggetto
- è impossibile verificare la identità e/o differenza di due oggetti sulla base del loro modello CSG

## CSG: alberi alternativi

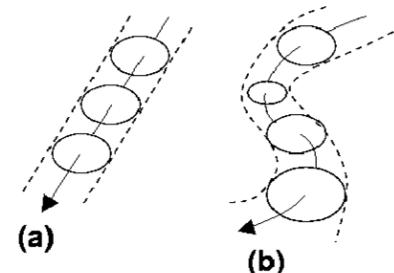


**Sweep = Scorrimento**

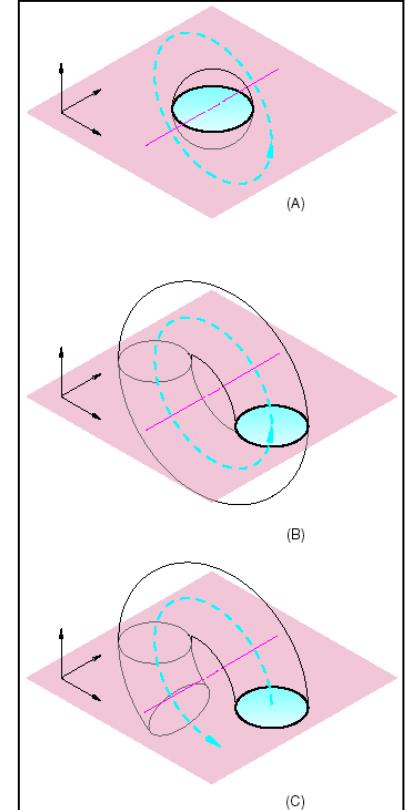
1. Creazione di un profilo piano
2. Assegnazione di una direzione
3. Estrusione del profilo lungo la direzione



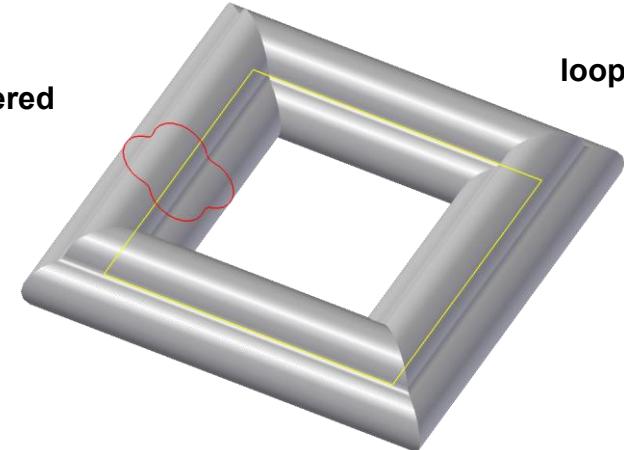
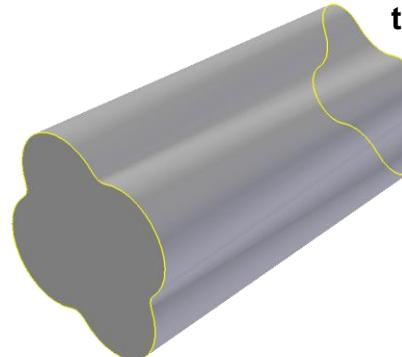
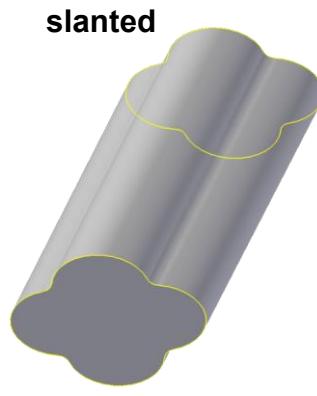
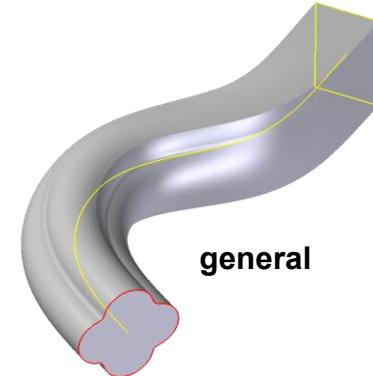
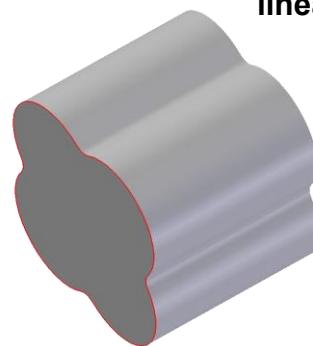
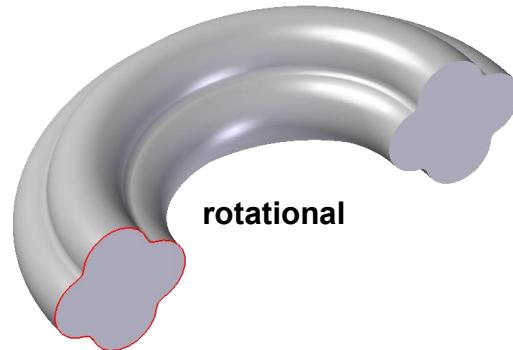
**Sweep lineare**



**Sweep generale**



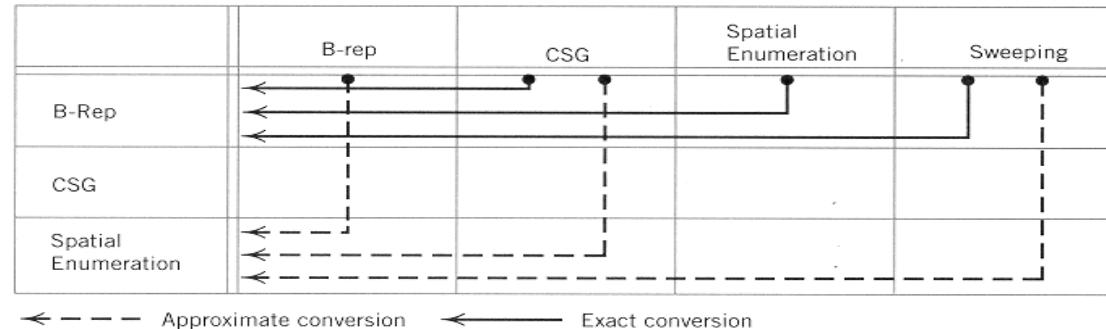
**Sweep rotazionale**



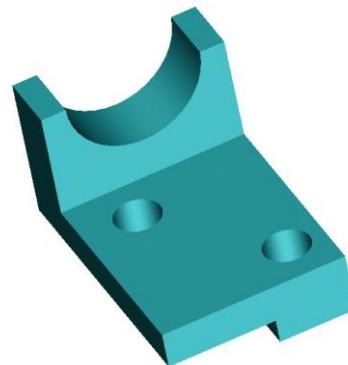
Molti sistemi CAD attuali hanno un'architettura interna ibrida e ciò offre i seguenti vantaggi:

- Alcuni funzioni di tipo CSG sono presenti in sistemi B-rep, perché più facili da maneggiare rispetto alle operazioni di Eulero
- I modellatori CSG spesso utilizzano un output di tipo B-rep nella visualizzazione perché è più facile da rappresentare
- Nella struttura ibrida sono presenti i database di entrambi i sistemi CSG e B-rep
- Il sistema B-rep consente di interrogare le geometrie di un modello CSG

**Possono presentarsi problemi nella conversione da una struttura all'altra con necessità di rappresentazioni approssimate**

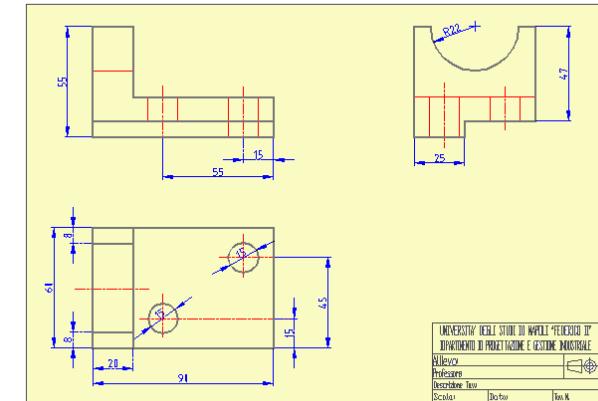
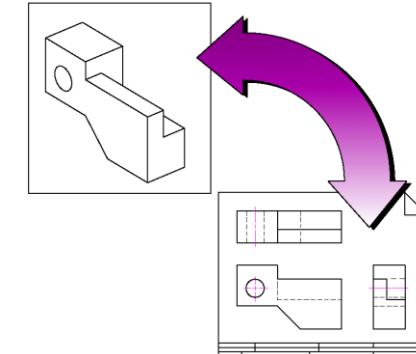


Concetto di Associatività tra modello 3D e tavola 2D



messaggio automatico

associatività



Prototipo numerico

Documento tecnico tradizionale