



Modellazione solida

A.A. 2025/2026

Computer-Aided Design

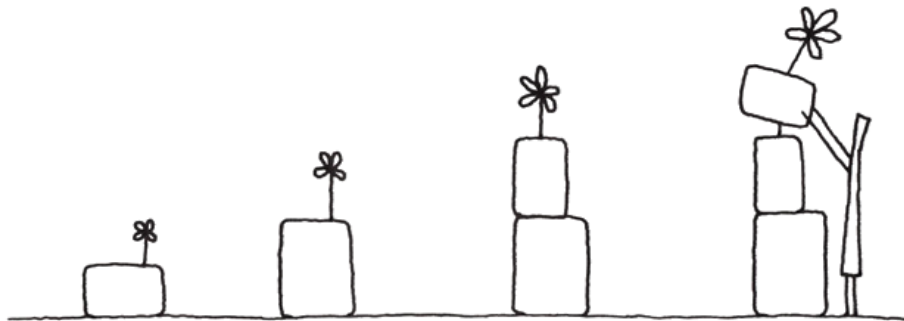
Ph.D. Eng. Domenico Marzullo



**UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI TRIESTE**

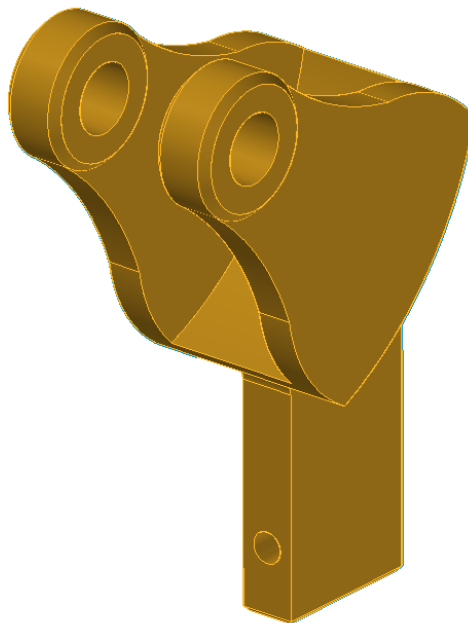
**Dipartimento di Ingegneria e Architettura
Università degli Studi di Trieste**

Il disegno è indispensabile alla progettazione. Esso consente di trasmettere concetti e suggestioni *impossibili da esprimere in altro modo*

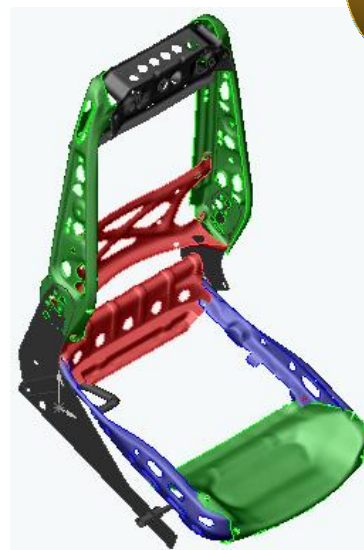
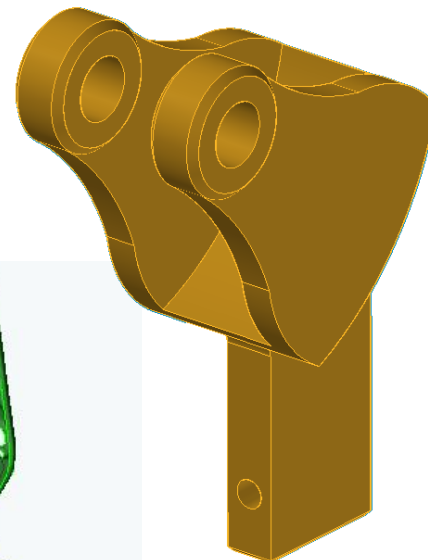
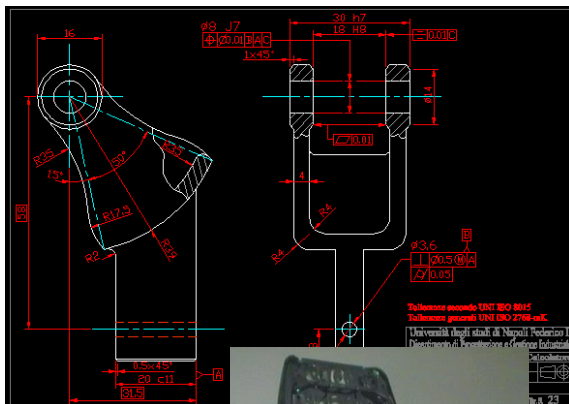


La progettazione assistita dall'elaboratore consiste nell'utilizzo di tecnologie informatiche, in particolare della **computer grafica**, per l'attività di **sviluppo di oggetti fisici o virtuali**.

I sistemi CAD, in particolare, sono volti alla creazione di modelli **geometrici tridimensionali** o bidimensionali.



- Disegno tecnico
- Prototipo fisico



- Modellazione 3D
- Prototipo virtuale

Pro

Contro

Disegno Tecnico

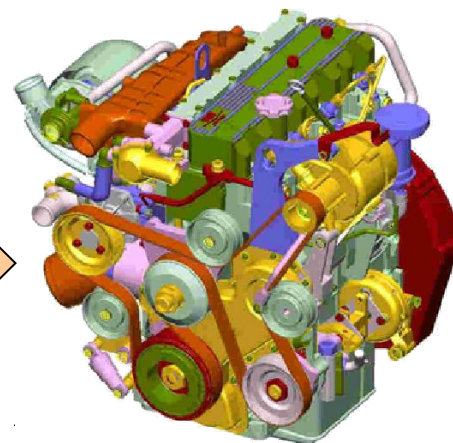
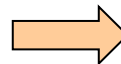
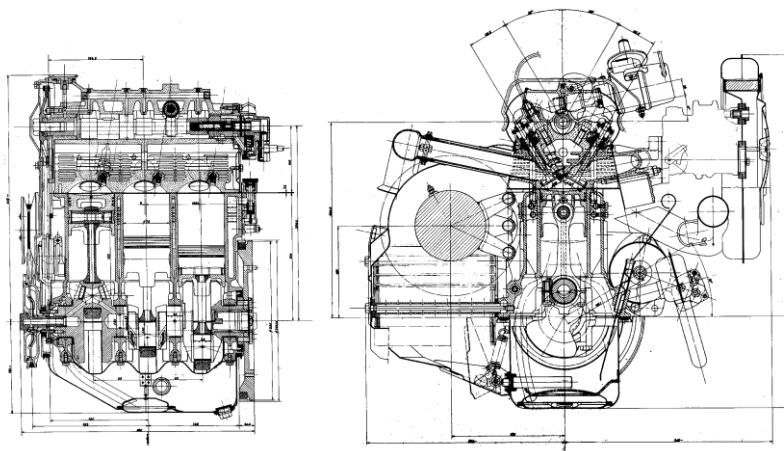
- Basso costo
- Basato su linguaggio normalizzato
- Ben noto nella comunità internazionale
- Strutturato

- Interpretazione
- Comprensibile solo dalla comunità tecnica
- Difficile controllare correttezza e completezza
- Modello mentale preliminare

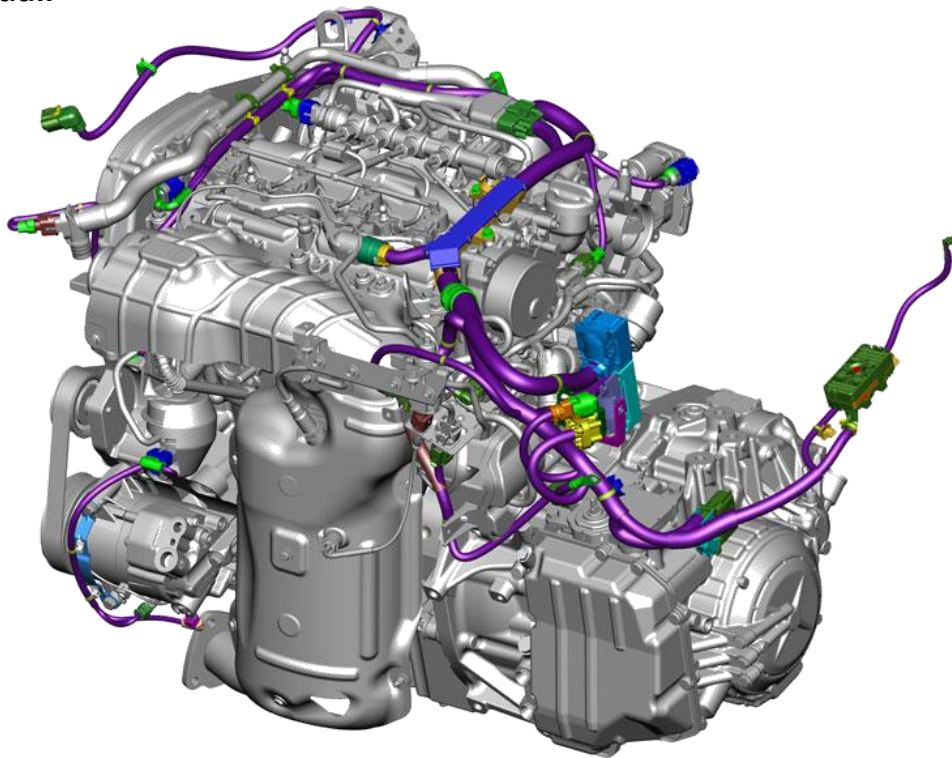
Prototipo Fisico

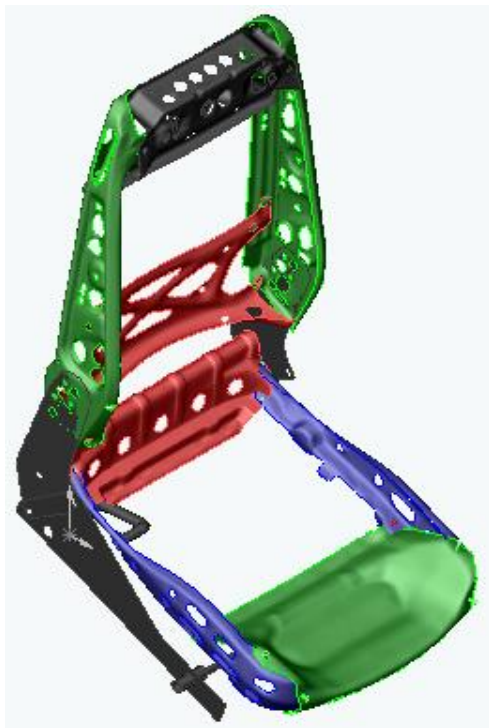
- Completo ed affidabile
- Immediato
- Può essere testato
- Feedback immediato

- Costi elevati
- Lunghi tempi di produzione
- Modifiche/alternative difficili
- Difficile ottenere informazioni strutturate quantitative

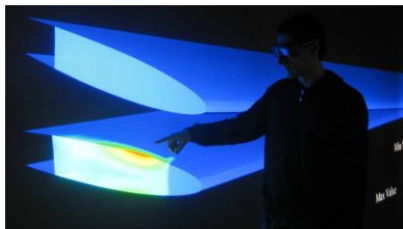


La combinazione di modelli CAD e sistemi di simulazione multifisici permette di realizzare veri e propri **prototipi virtuali**

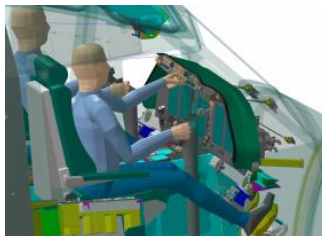




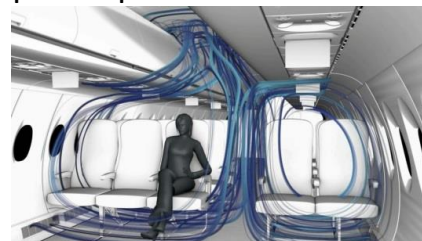
La cd “**prototipazione virtuale**” è una metodologia di **sviluppo del prodotto** che si avvale di strumenti CAD e CAE per condurre **esperimenti simulati** e **ridurre** il ricorso a prototipi fisici.



FEM analysis



Ergonomics



CFD analysis



Digital Mock-Up



Real test on PMU



Physical Mock-up



Real test on PMU



Tipi rappresentazione 3D



■ Wireframe (storico)

■ A superfici di confine

- Poligonali
- Implicite
- Parametriche

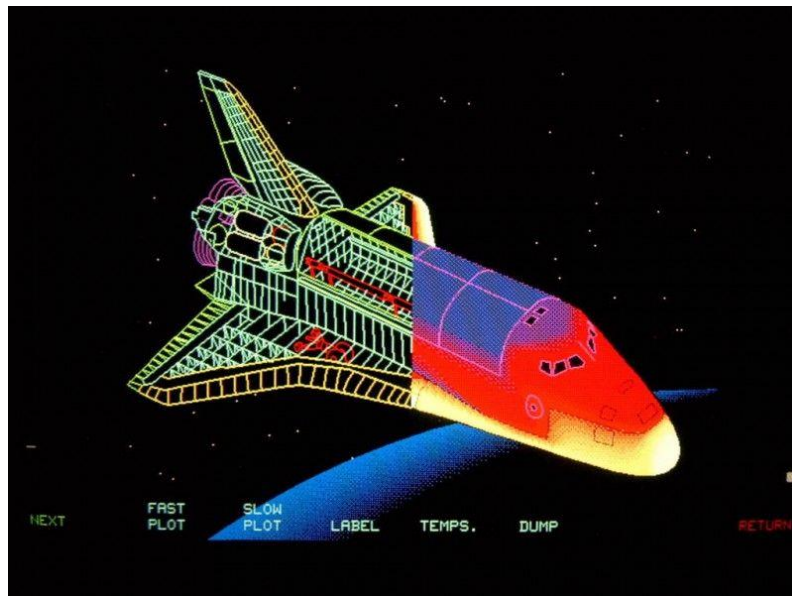
■ Volumetriche

- Voxel- Ripartizione spaziale
- Solid modeling – modellazione solida
 - Constructive solid geometry o CSG
 - Boundary representation (B- rep)

■ Ibride

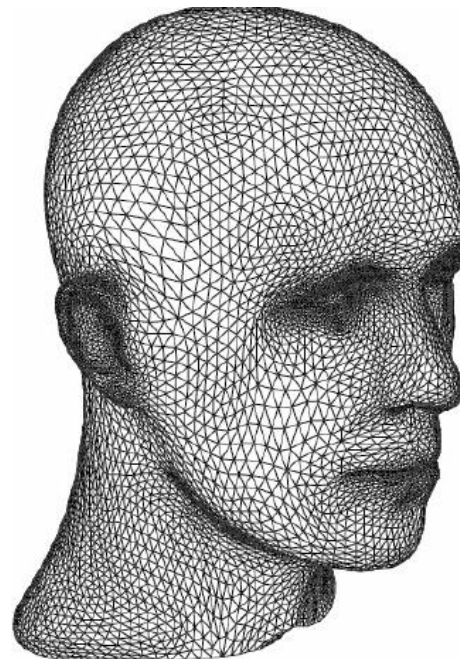
Un prototipo virtuale può contenere diversi tipi di oggetti (meccanismi, persone, nuvole, alberi, edifici, ecc.). Per ognuno di essi, è disponibile un'ampia varietà di **modelli di rappresentazione digitale**

- **Modelli wireframe**
- Modelli per superfici poligonali
- Modelli per superfici analitiche
- Modelli solidi
- Modelli procedurali (frattali, particellari, ecc.)



Un prototipo virtuale può contenere diversi tipi di oggetti (meccanismi, persone, nuvole, alberi, edifici, ecc.). Per ognuno di essi, è disponibile un'ampia varietà di **modelli di rappresentazione digitale**

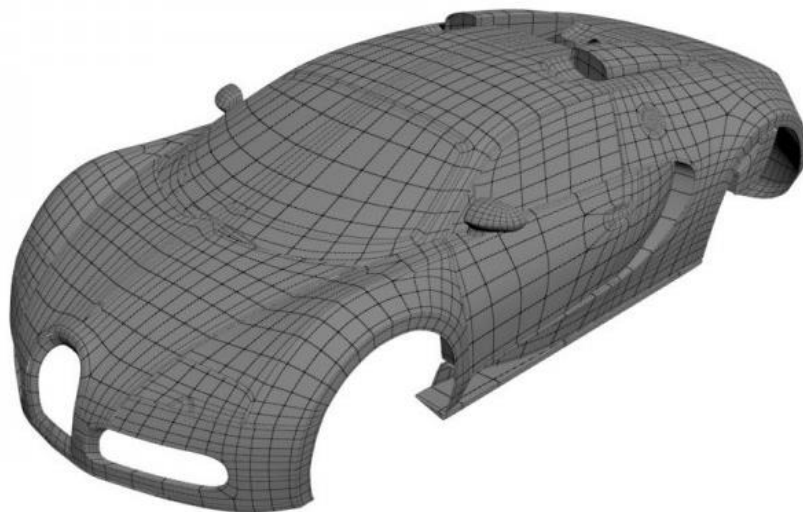
- Modelli wireframe
- **Modelli per superfici poligonali**
- Modelli per superfici analitiche
- Modelli solidi
- Modelli procedurali (frattali, particellari, ecc.)



[Zorin and Schröder, 2000]

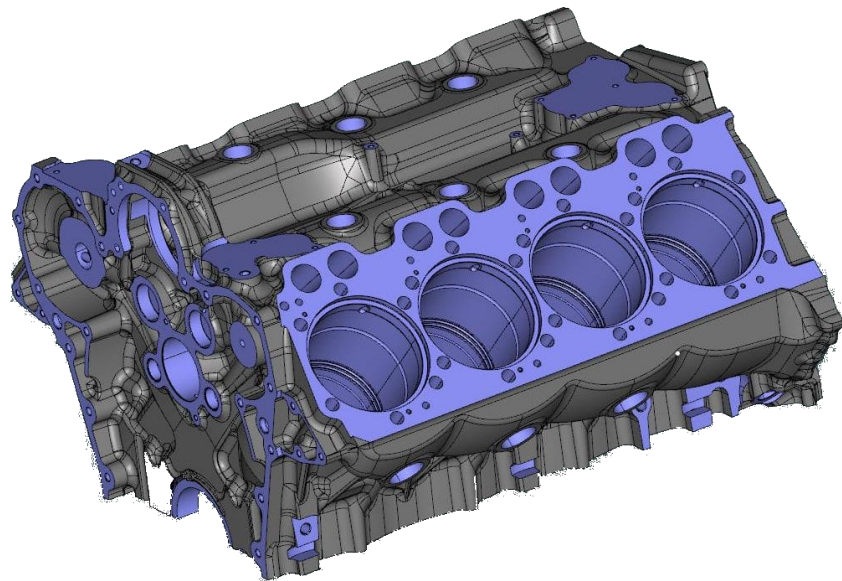
Un prototipo virtuale può contenere diversi tipi di oggetti (meccanismi, persone, nuvole, alberi, edifici, ecc.). Per ognuno di essi, è disponibile un'ampia varietà di **modelli di rappresentazione digitale**

- Modelli wireframe
- Modelli per superfici poligonali
- **Modelli per superfici analitiche**
- Modelli solidi
- Modelli procedurali (frattali, particellari, ecc.)



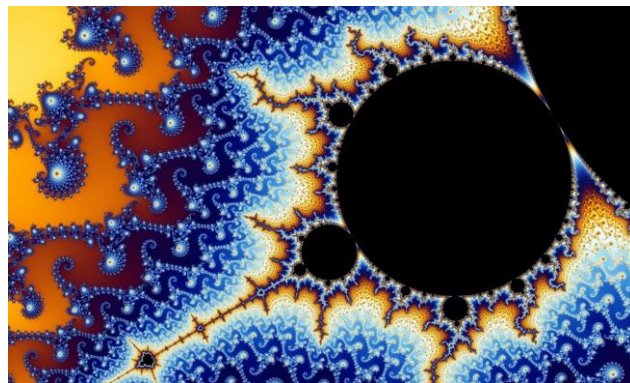
Un prototipo virtuale può contenere diversi tipi di oggetti (meccanismi, persone, nuvole, alberi, edifici, ecc.). Per ognuno di essi, è disponibile un'ampia varietà di **modelli di rappresentazione digitale**

- Modelli wireframe
- Modelli per superfici poligonali
- Modelli per superfici analitiche
- **Modelli solidi**
- Modelli procedurali (frattali, particellari, ecc.)



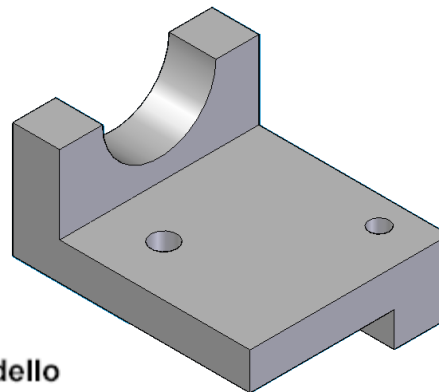
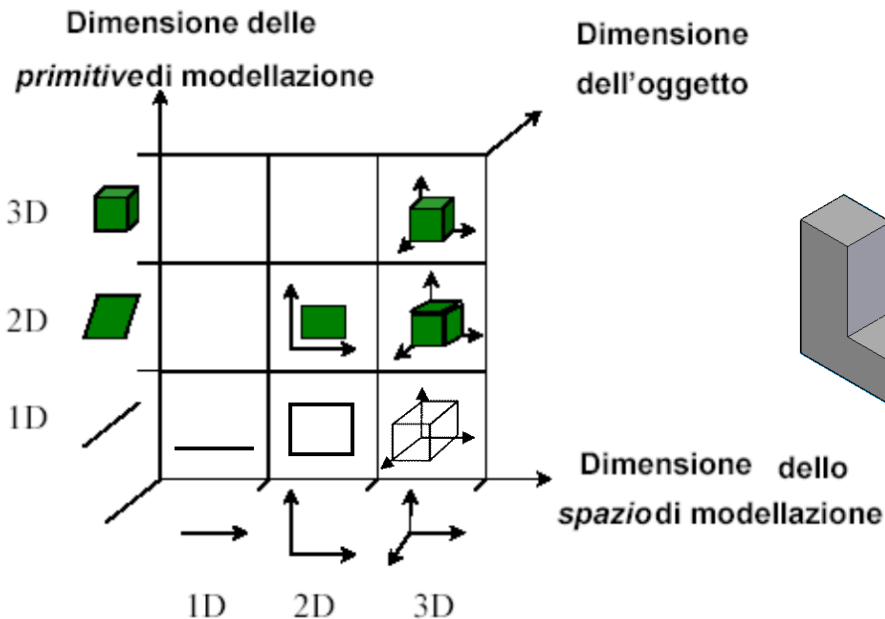
Un prototipo virtuale può contenere diversi tipi di oggetti (meccanismi, persone, nuvole, alberi, edifici, ecc.). Per ognuno di essi, è disponibile un'ampia varietà di **modelli di rappresentazione digitale**

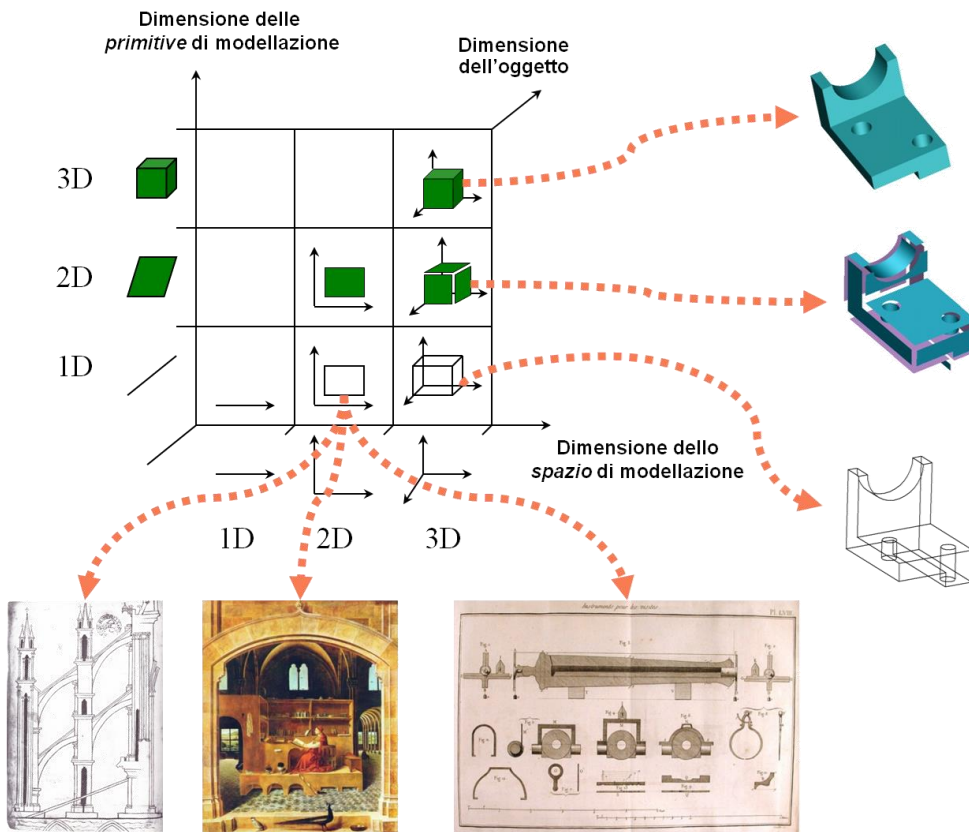
- Modelli wireframe
- Modelli per superfici poligonali
- Modelli per superfici analitiche
- Modelli solidi
- **Modelli procedurali** (frattali, particellari, ecc.)



Sistemi Drafting

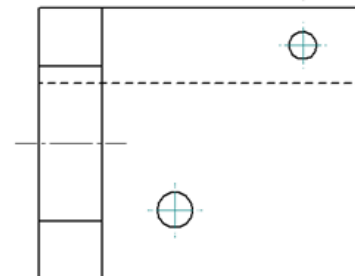
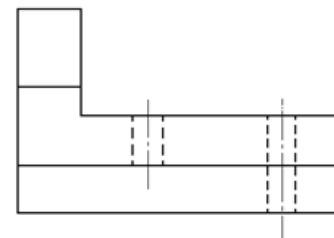
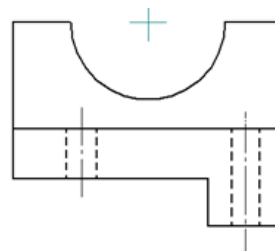
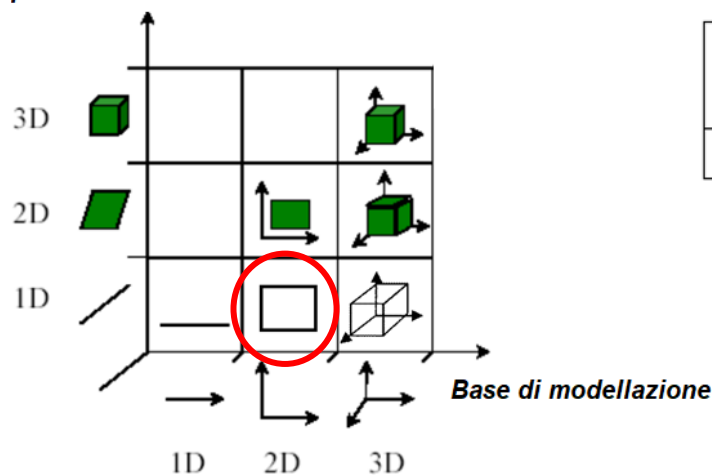
Sistemi di modellazione



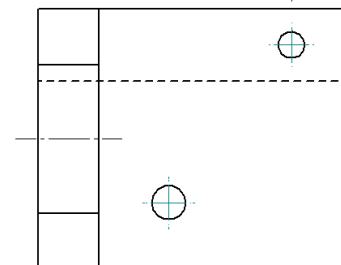
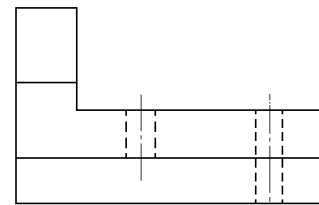
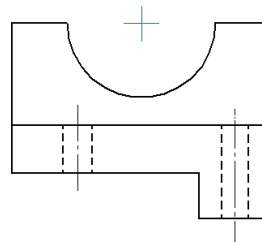


Il Modello è descritto per mezzo di punti e primitive unidimensionali (segmenti, archi di circonferenza, curve, ecc.) su un piano (drafting, sketching).

primitive di modellazione

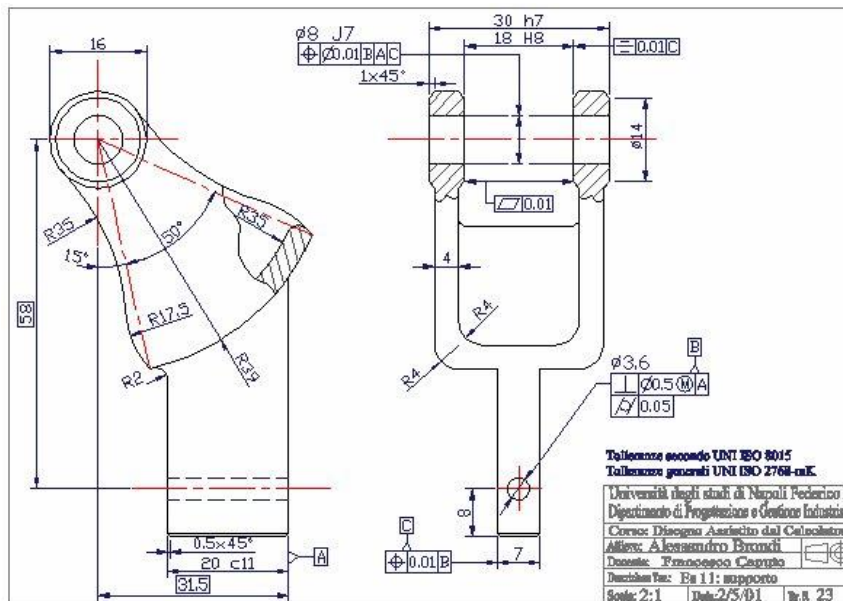
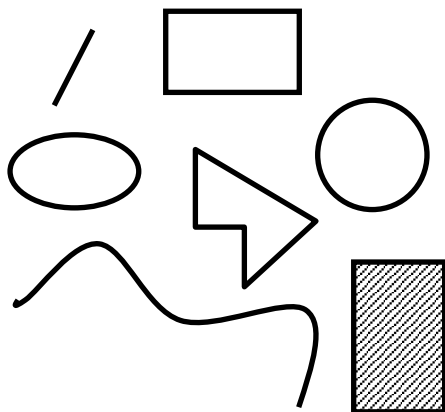


Nessuna informazione sulle superfici!



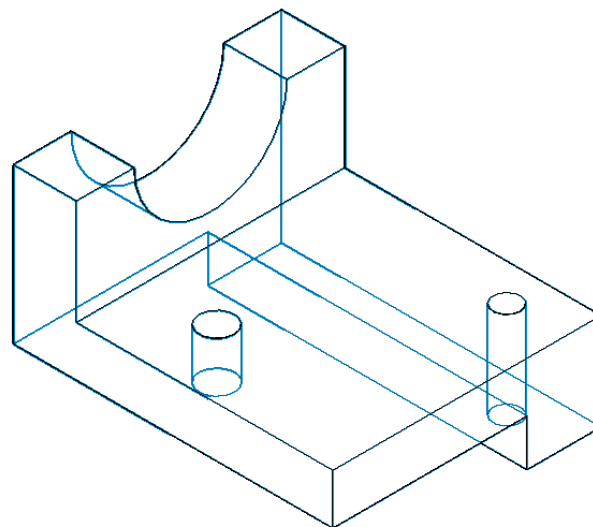
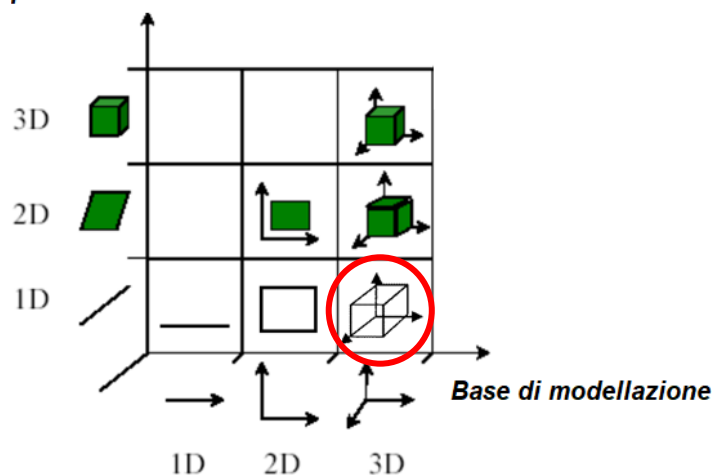
- ✓ Documentazione del prodotto
- ✓ *Editing* del documento e non dell'oggetto rappresentato
- ✓ Oggetto essenzialmente implicito: va interpretato
- ✓ Viste/sezioni “separate”
- ✓ Rappresentazione di geometria di contorno
- ✓ Difficoltà di comprendere geometrie complesse
- ✓ Rappresenta un *word processing* di documenti grafici

- Strumenti di disegno
- Tipi di linea
- Campitura
- Quotatura
- ecc.



Il Modello è descritto per mezzo di punti e primitive unidimensionali (segmenti, archi di circonferenza, curve, ecc.) nello spazio 3D.

primitive di modellazione



Nessuna informazione sulle superfici!



Caratteristiche di un sistema wireframe 3D



- ✓ Possibilità di derivare direttamente disegni 2D
- ✓ Geometria “povera”
- ✓ Ambiguità di interpretazione
- ✓ Carenza di Normative appropriate
- ✓ Non adeguato per geometrie complesse
- ✓ Adottato molto come modalità di visualizzazione di modelli 3D

Il Modello è descritto per mezzo di tabelle di vertici e spigoli

Modello wireframe

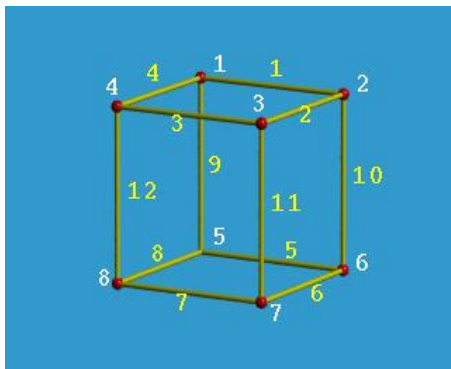


Tabella dei vertici

Tabella Vertici			
Vertice #	x	y	z
1	1	1	1
2	1	-1	1
3	-1	-1	1
4	-1	1	1
5	1	1	-1
6	1	-1	-1
7	-1	-1	-1
8	-1	1	-1

Tabella degli spigoli

Tabella Spigoli		
Spigolo #	Vertice iniziale	Vertice finale
1	1	2
2	2	3
3	3	4
4	4	1
5	5	6
6	6	7
7	7	8
8	8	5
9	1	5
10	2	6
11	3	7
12	4	8

Nota:

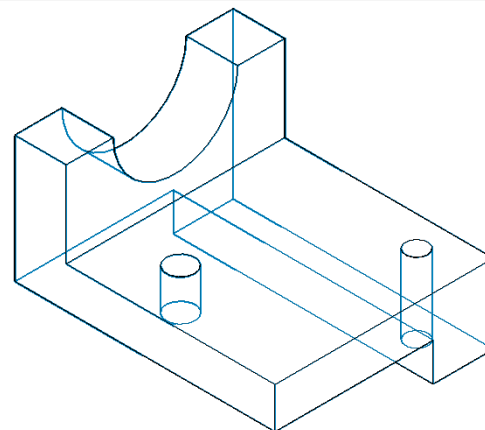
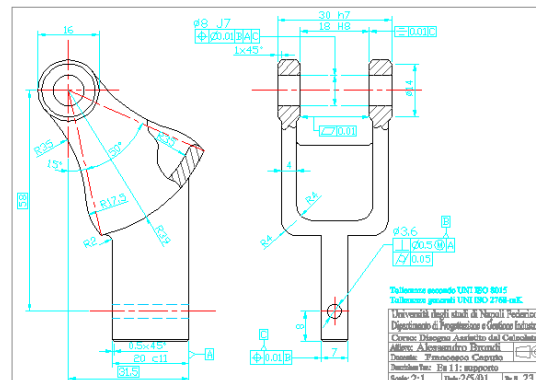
In caso di spigoli non rettilinei è necessario fornire a parte la descrizione matematica delle curve

VANTAGGI:

- ✓ Computazionalmente «leggero»
- ✓ Modellazione diretta utile per schizzi e disegni tecnici

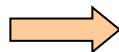
SVANTAGGI

- ✓ **Ambiguità di interpretazione**
- ✓ Non viene conservata la storia del design
- ✓ Inadatto per rappresentare geometrie complesse
- ✓ *Editing* del documento e non dell'oggetto rappresentato
- ✓ Difficoltà di modifica e interpretazione

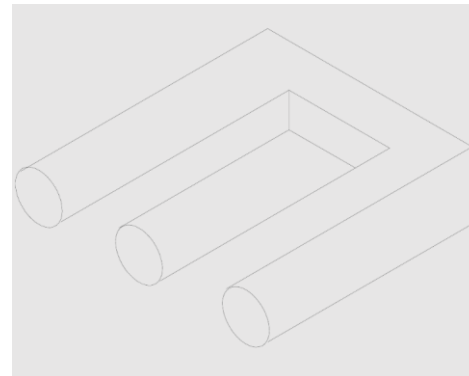
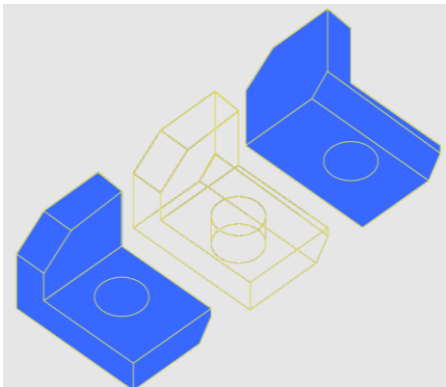
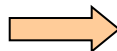
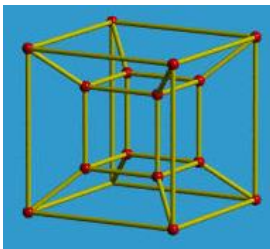


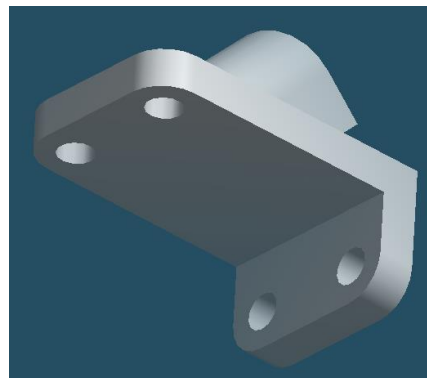
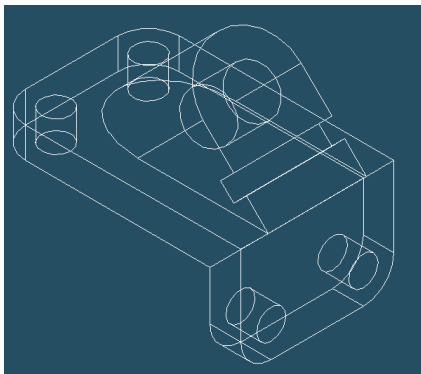
Ambiguità di rappresentazione

Non ci sono informazioni
sulle facce della
geometria



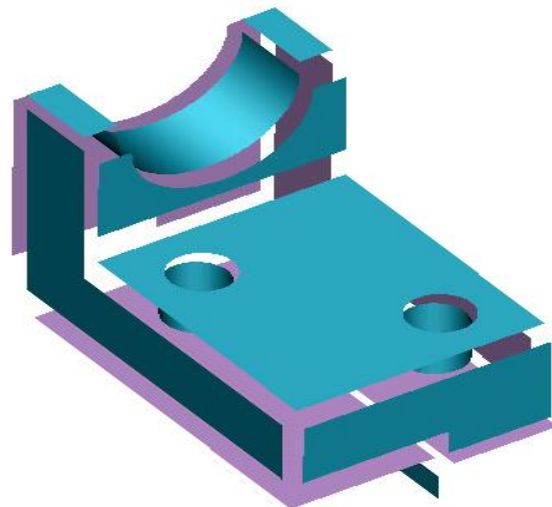
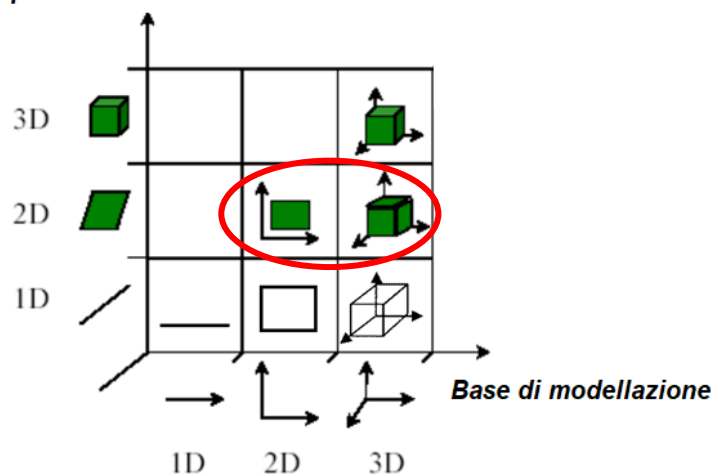
Problemi di interpretazione
del modello





La rappresentazione per superfici può essere considerata come un'estensione del modello *wireframe*. Punti e curve sono organizzati in superfici, la cui unione forma il modello tridimensionale.

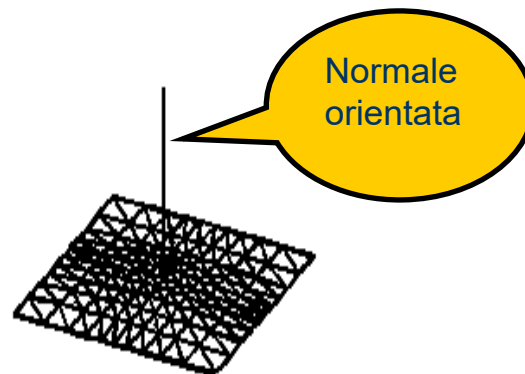
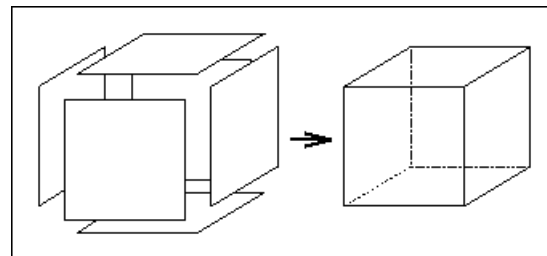
primitive di modellazione



Con i modelli per superfici è possibile realizzare geometrie «pseudo-solidi», nelle quali l'unione delle superfici costituisce la frontiera di un sottospazio tridimensionale (***boundary representation, b-rep***). **Non si tratta in ogni caso di veri modelli solidi: nessuna informazione sul volume racchiuso!**

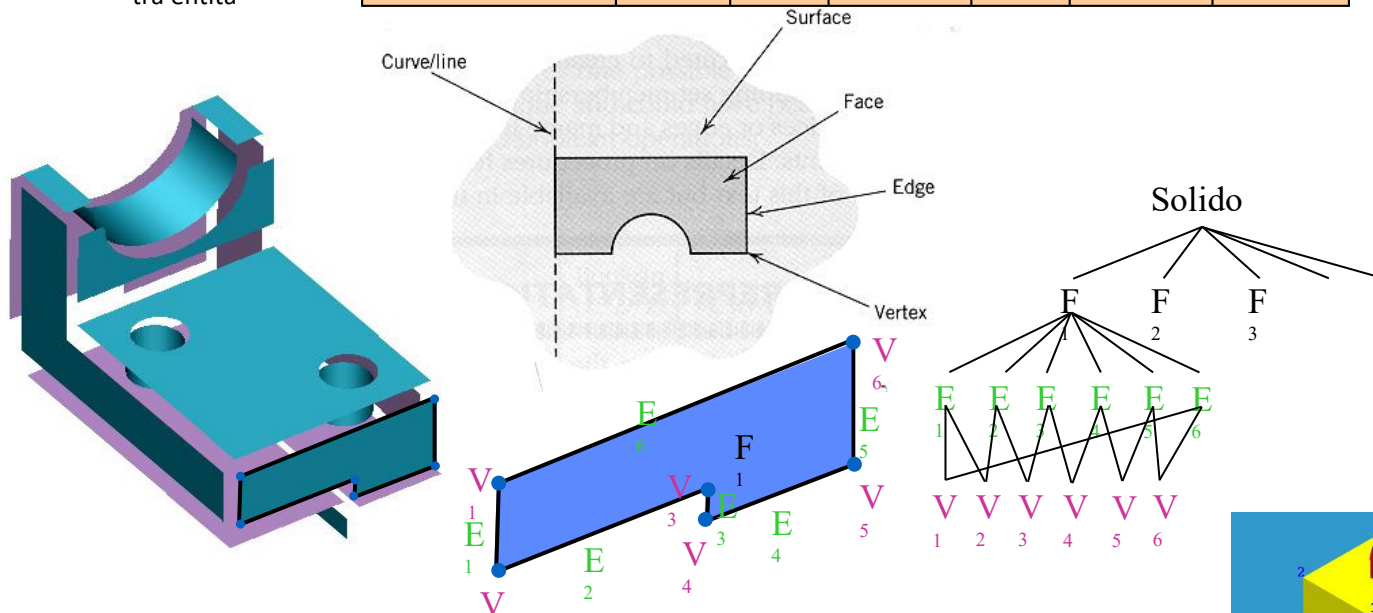
- ✓ Superfici 2D nello spazio 3D
- ✓ Sono definiti tutti i punti sulla superficie
 - ✓ Utile per le lavorazioni, la visualizzazione, ecc.
- ✓ Le superfici non hanno spessore e gli oggetti non hanno volume o proprietà solide
- ✓ Le superfici possono essere aperte

- Rappresenta la forma degli oggetti come un insieme di superfici connesse fra loro
- Gli involucri hanno spessore nullo e significato puramente geometrico e possono essere aperti o chiusi (tenuta stagna)
- A seconda del tipo di rappresentazione la superficie è caratterizzata matematicamente e può essere dotata di orientamento (in\out)

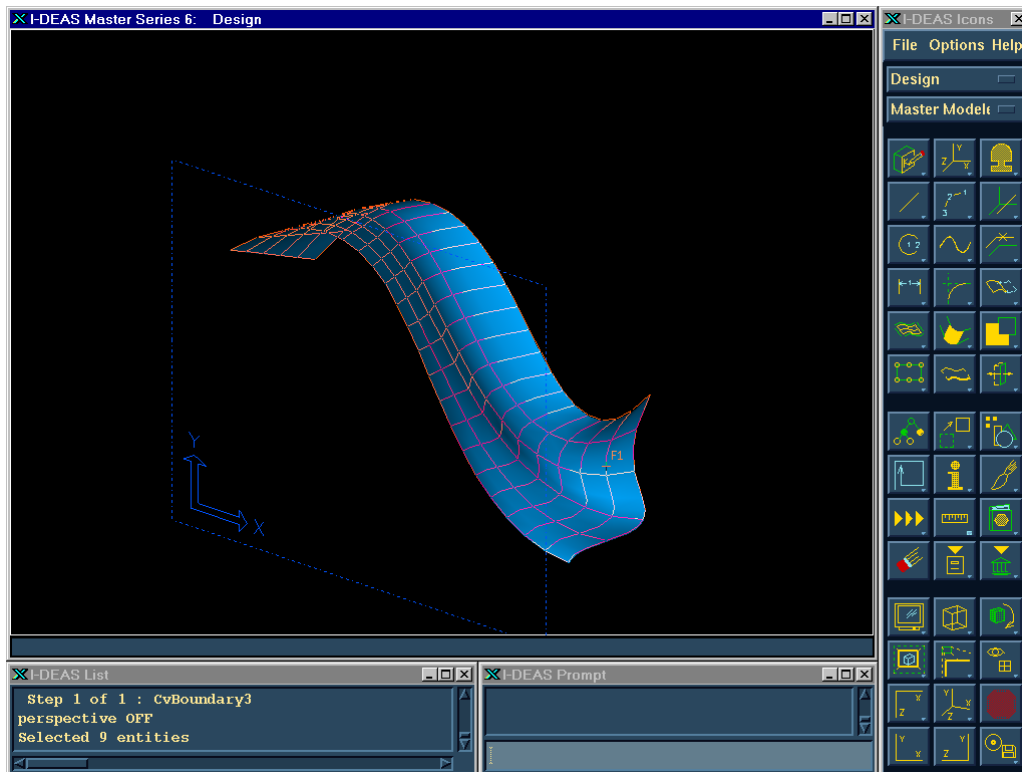


Relazioni
tra entità

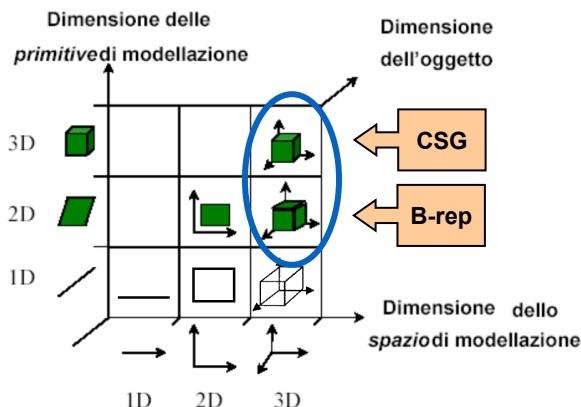
Entità Topologiche	Solido	Shell	Faccia	Loop	Spigolo	Vertice
Entità Geometriche			Superficie		Curve	Punto



L'orientamento delle facce è fondamentale per valutare il vettore normale uscente che deve puntare all'esterno del solido. Per ogni faccia i vertici vengono organizzati, di solito in senso antiorario, per definire il verso della normale uscente.







- Modellazione del prototipo
- Al centro dell'attenzione è la forma
- Rappresentazione con un numero limitato di primitive solide semplici organizzate con alcuni operatori logici

- Sistemi basati sulla rappresentazione delle superfici che delimitano l'oggetto (B-rep)
- Sistemi basati su primitive solide e criteri per la loro aggregazione (CSG)

- Rappresentazione geometrica precisa o approssimata
- Rappresentazione strutturata o non strutturata

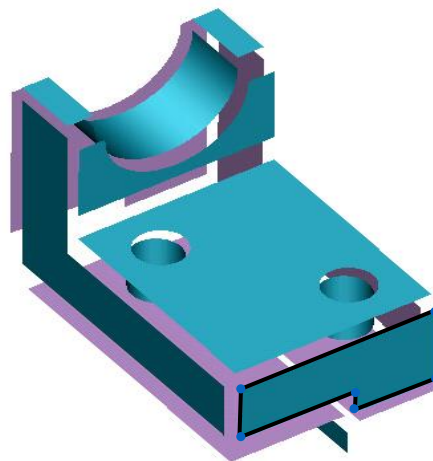
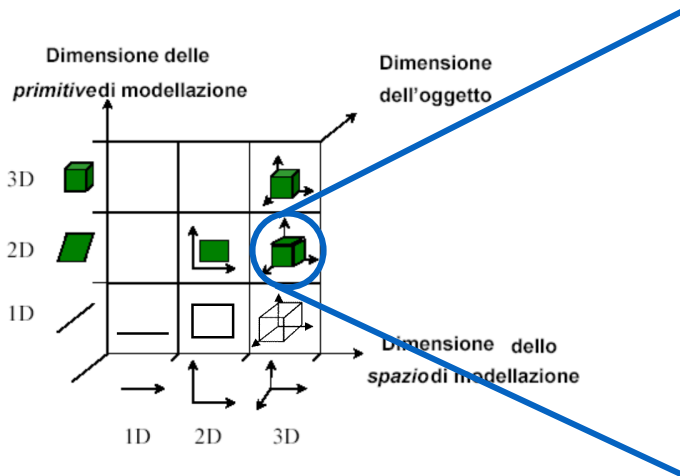


Caratteristiche della modellazione Solida



- Completa e non ambigua
- I modelli hanno un volume e proprietà di massa
- La gran parte dei modellatori solidi sono feature-based
 - Geometria ottenuta aggiungendo e sottraendo features
- La gran parte dei modellatori solidi sono parametrici
 - Geometria modificabile agendo sui parametri (dimensioni)

Oggetto definito dalle superfici che lo delimitano (facce)
e da relazioni di contiguità tra esse



La rappresentazione B-rep può essere considerata come un'estensione del modello *wireframe*. La superficie del solido consiste di un insieme ben organizzato di facce, che sono porzioni di superfici. L'insieme delle facce individua chiaramente ciò che è interno (pieno) e ciò che è esterno (vuoto).



Considerazioni sulla modellazione B-rep



Vantaggi

- è semplice ottenere informazioni sui singoli elementi
- è facile visualizzare il solido creato
- adatta per generare viste, con eliminazione automatica delle parti nascoste

Svantaggi

- richiede notevole spazio di memoria
- elevato costo computazionale

$$V - E + F - (L - F) - 2(S - G) = 0$$

Formula di Eulero-Poincaré

- V: numero di vertici
- E: numero di spigoli
- F: numero di facce
- G: numero di fori
- S: numero di shell (il solido viene conteggiato come shell, quindi sempre $S \geq 1$)
- L: numero di percorsi chiusi (loop) sia delle facce esterne che interne

CUBO

$V = 8, E = 12, F = 6, G=0, S=1, L = F$ perché ogni faccia ha solo un loop esterno

$$V-E+F-(L-F)-2(S-G) = 8-12+6-(6-6)-2(1-0) = 0$$

CUBO con scavo

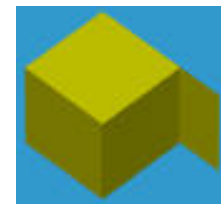
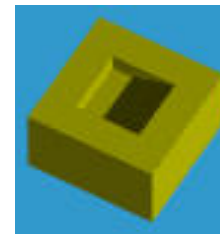
$V = 16, E = 24, F = 11, G = 0, S = 1, L = 12$ (11 facce + loop interno della faccia superiore)

$$V-E+F-(L-F)-2(S-G) = 16-24+11-(12-11)-2(1-0)=0$$

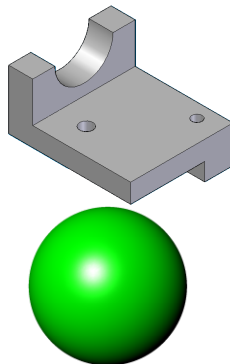
Attenzione!

La formula di Eulero-Poincaré è una condizione necessaria ma non sufficiente.
Se la relazione è verificata, ciò non significa che il solido è valido.

$$V-E+F-(L-F)-2(S-G) = 10-15+7-(7-7)-2(1-0)=0$$



Geometria precisa

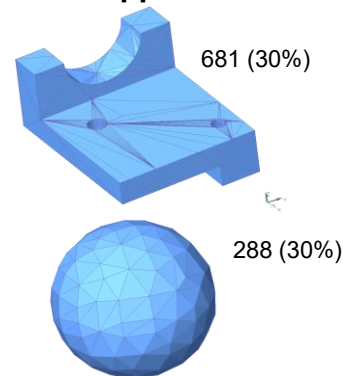
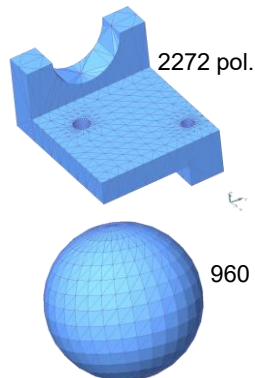


Geometria precisa

Il dominio delle primitive geometriche è limitato e per estenderlo si hanno due alternative

- per ogni famiglia di entità geometriche
 - modificare la struttura dati
 - creare i nuovi algoritmi di intersezione con tutte le geometrie esistenti
- generalizzare la rappresentazione matematica

Geometria approssimata



Geometria approssimata

Vantaggi

- semplici e rapidi algoritmi di faceting
- unico kernel algoritmico
- piena compatibilità con l'evoluzione tecnologica della CG.
- dominio delle geometrie trattabili senza limiti

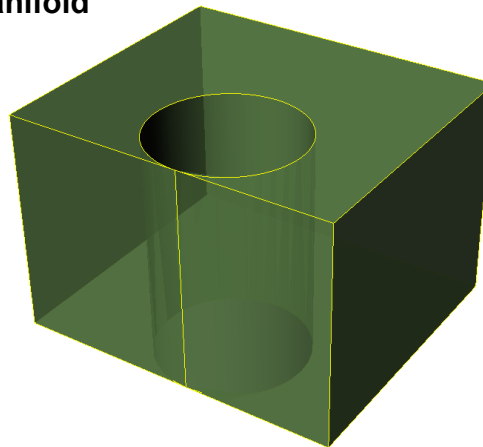
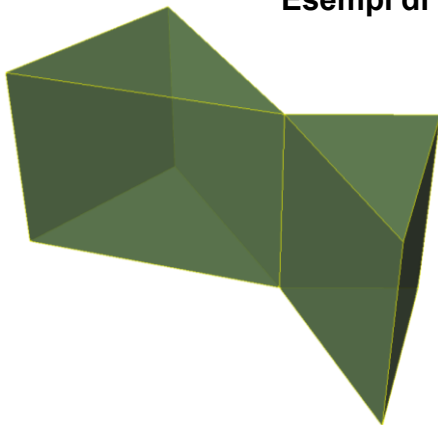
Svantaggi

- numero di faccette elevato o elevatissimo
- difficoltà nel cambiare approssimazione durante la modellazione
- differenze tra le rappresentazioni ed il modello interno

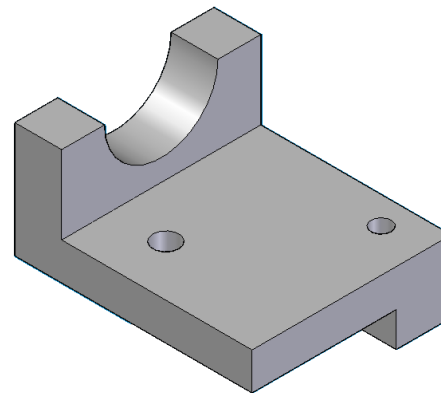
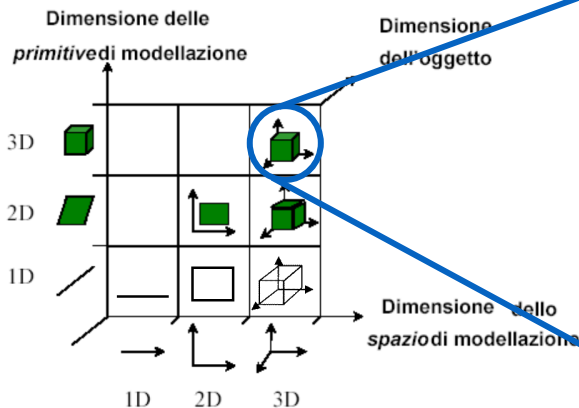
Un contorno manifold separa in modo non ambiguo una regione interna da una esterna

In oggetti manifold gli spigoli possono appartenere solo a due facce

Esempi di oggetti non-manifold

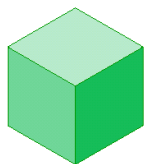


Alcuni sistemi CAD consentono di creare anche modelli non-manifold e solidi “aperti”, cioè solidi con qualche faccia mancante

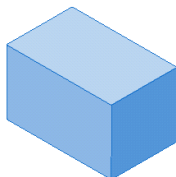


- ☐ **Primitive Instancing**
- ☐ **Sistemi basati su primitive solide e metodi costruttivi (C.S.G.)**
- ☐ **Sistemi basati sulla decomposizione:**
 - ✓ per enumerazione spaziale
 - ✓ Octree

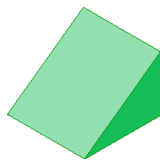
- A partire da semplici primitive solide si possono ottenere alcuni oggetti solidi di forma non complessa.
- Combinando in differenti modi le primitive
- Gli oggetti ottenuti sono molto limitati



Cubo



Prisma rettangolare



Prisma triangolare



Sfera



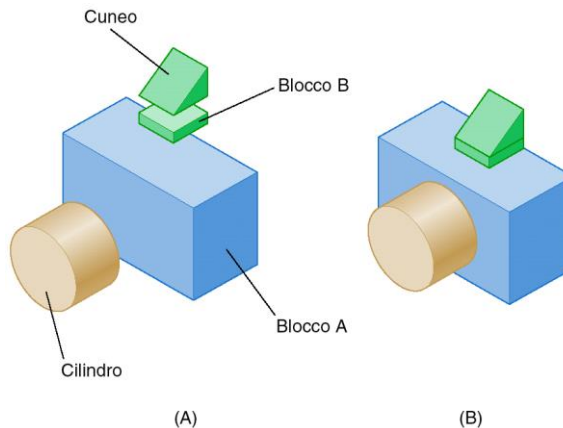
Cono



Toro



Cilindro

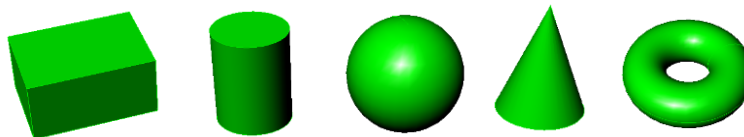


Modellazione C.S.G.

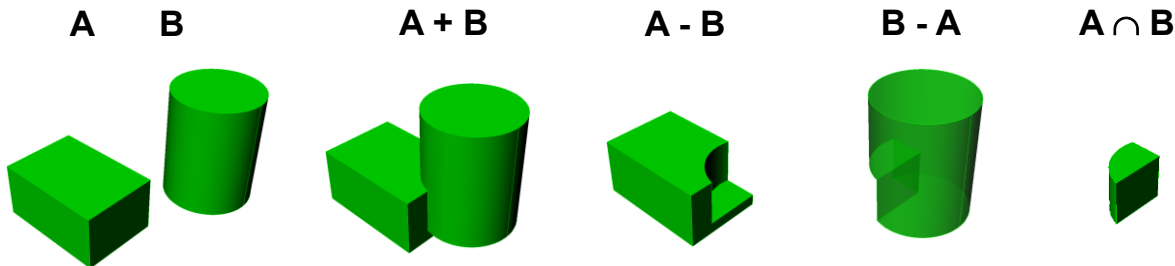
C.S.G. = Constructive Solid Geometry

Il solido è rappresentato come composizione di istanze parametrizzate di primitive di solidi mediante operazioni booleane e moti rigidi.

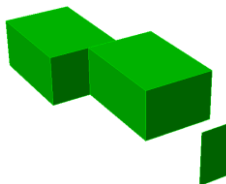
Parallelepipedo – Cilindro – Sfera – Cono – Toro



Le primitive di solito possono essere scalate, ruotate, traslate prima di essere combinate con gli operatori booleani (Unione – Sottrazione – Intersezione).



Le operazioni booleane su solidi non danno come risultato sempre un “solido”



$A \cap B$ è una superficie!

Necessità di Operazioni booleane “regolarizzate”

- 1) Effettuare l'operazione “tradizionale”, che può generare un elemento non solido (superficie o curva).
- 2) Calcolare l'interno dell'oggetto ottenuto. Vengono rimosse tutte le entità di livello inferiore. Il risultato è un solido senza il suo contorno.
- 3) Calcolare la chiusura dell'oggetto ottenuto nella fase precedente. Questa operazione aggiunge tutto il contorno all'oggetto.

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1$$

$$\text{Interno} \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 < 1$$

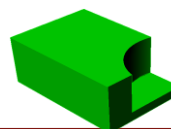
$$\text{Chiusura} \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$$

$$1$$

$$\text{Esterno} \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 > 1$$



$$\begin{aligned} A +^* B &= \text{chiusura}(\text{int}(A + B)) \\ A \cap^* B &= \text{chiusura}(\text{int}(A \cap B)) \\ A -^* B &= \text{chiusura}(\text{int}(A - B)) \end{aligned}$$



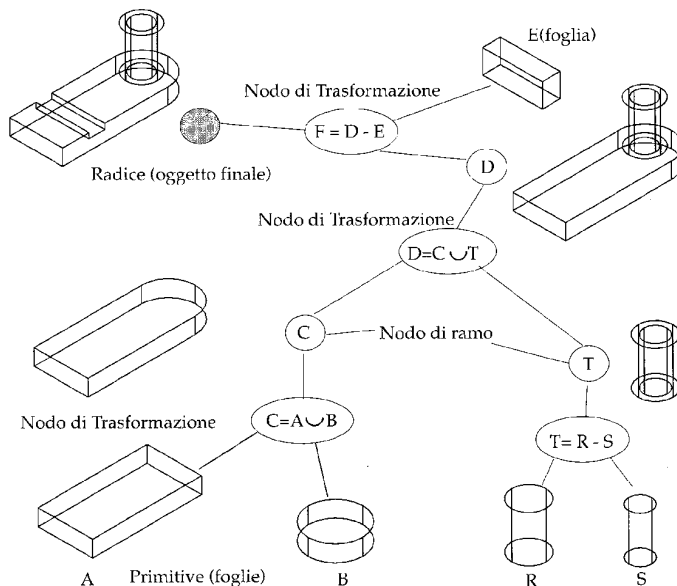
$A -^* B$

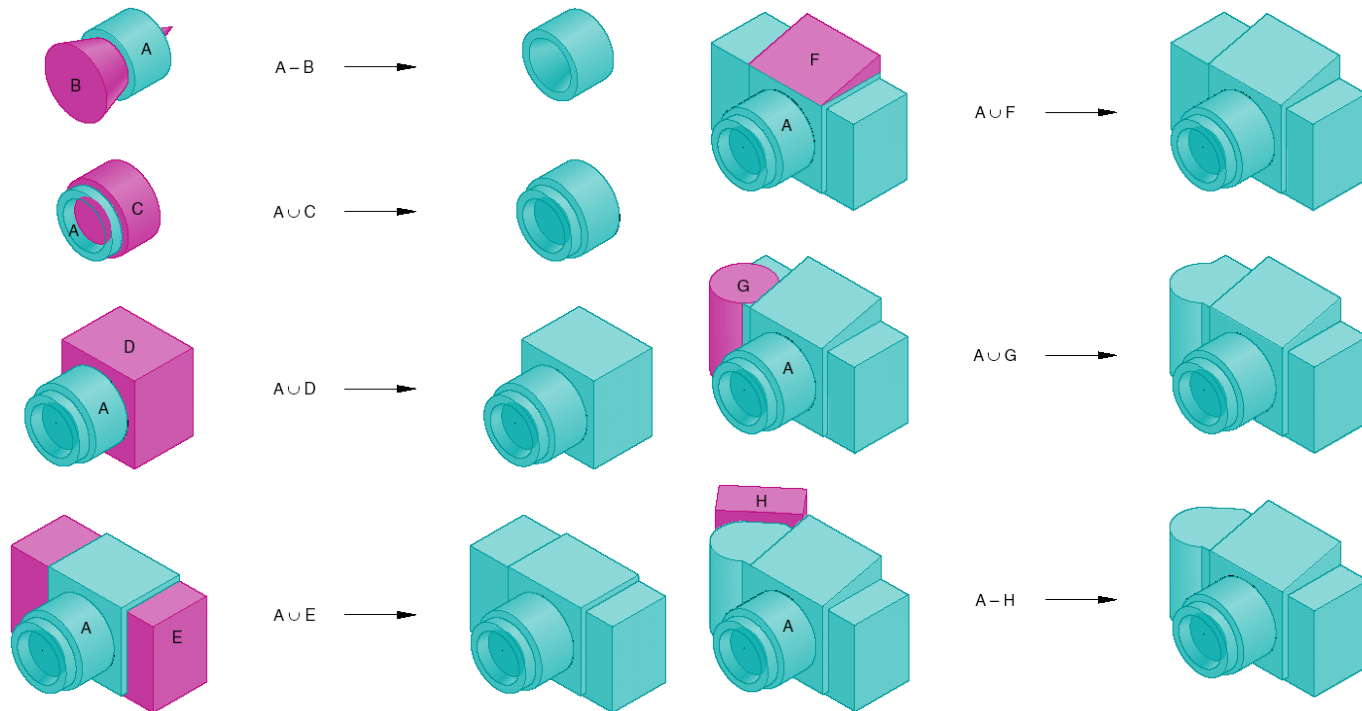
Il modello solido è rappresentato implicitamente attraverso una struttura ad albero che riporta la combinazione di operazioni booleane e trasformazioni geometriche (traslazione, rotazione, scala) su solidi primitivi.

Il solido è descritto come una sequenza di operazioni.

Le foglie dell'albero CSG sono le primitive solide ed i nodi indicano le trasformazioni booleane.

Prima di effettuare un'operazione booleana è necessario posizionare nello spazio le primitive.





- La potenza espressiva del CSG è determinata dalla disponibilità di primitive
- Rappresentazione non ambigua per uno specificato albero di operazioni
- Intrinsecamente non univoca: con le stesse operazioni ma in diverso ordine si ottengono solidi differenti
- La validità di una rappresentazione può essere controllata per mezzo della validità della primitive

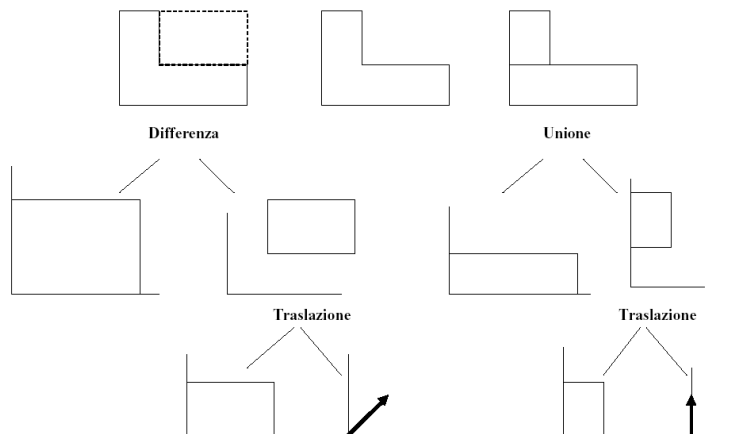
Vantaggi

- parametrizzazione intrinseca dell'oggetto
- in contesti strutturati il modello procedurale può memorizzare delle relazioni funzionali

Svantaggi

- esistono molti modi di rappresentare un oggetto
- è impossibile verificare la identità e/o differenza di due oggetti sulla base del loro modello CSG

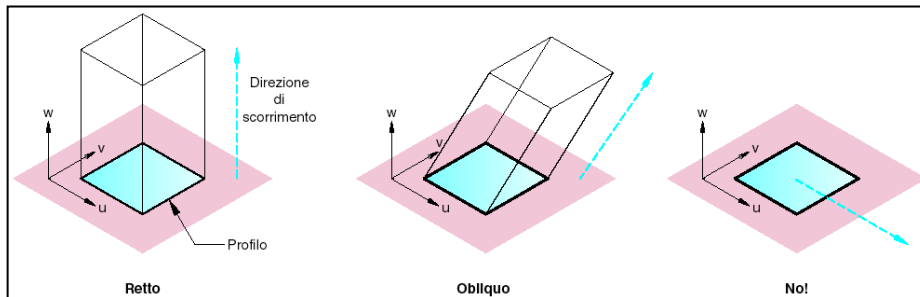
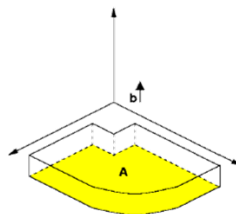
CSG: alberi alternativi



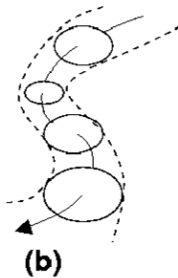
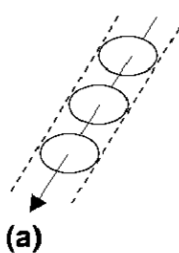
Altri schemi costruttivi: rappresentazione SWEEP

Sweep = Scorrimento

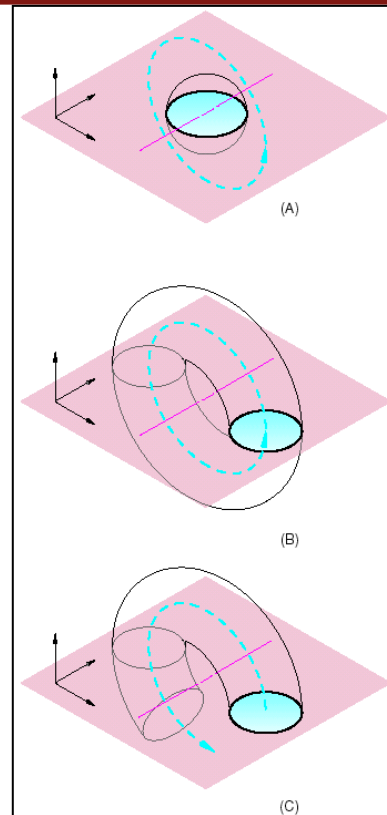
1. Creazione di un profilo piano
2. Assegnazione di una direzione
3. Estrusione del profilo lungo la direzione



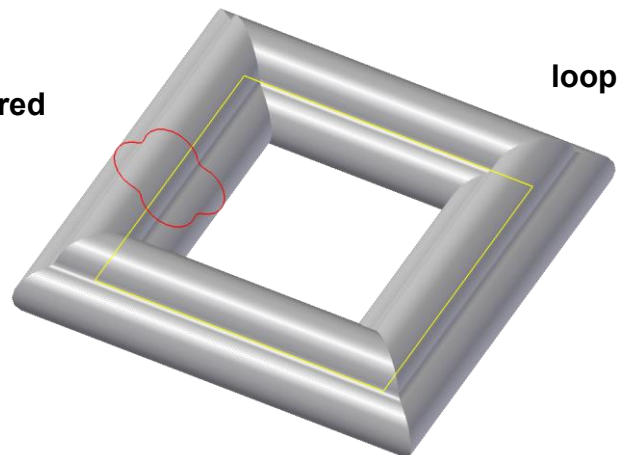
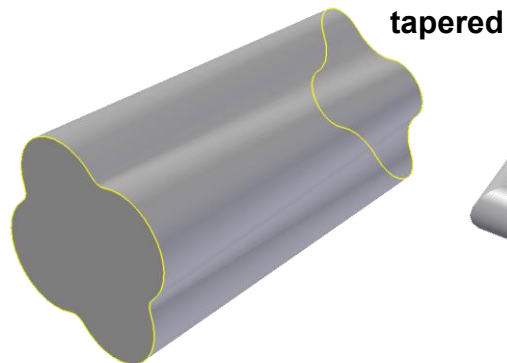
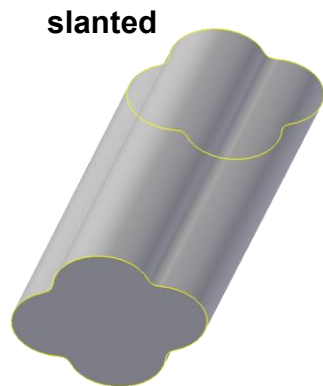
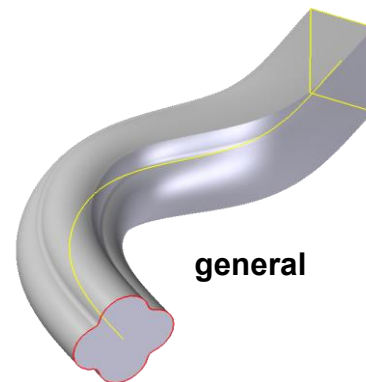
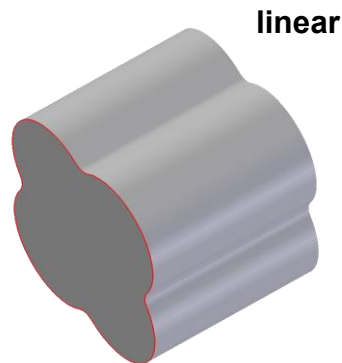
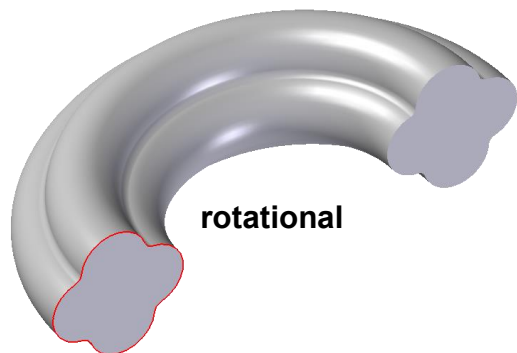
Sweep lineare



Sweep generale



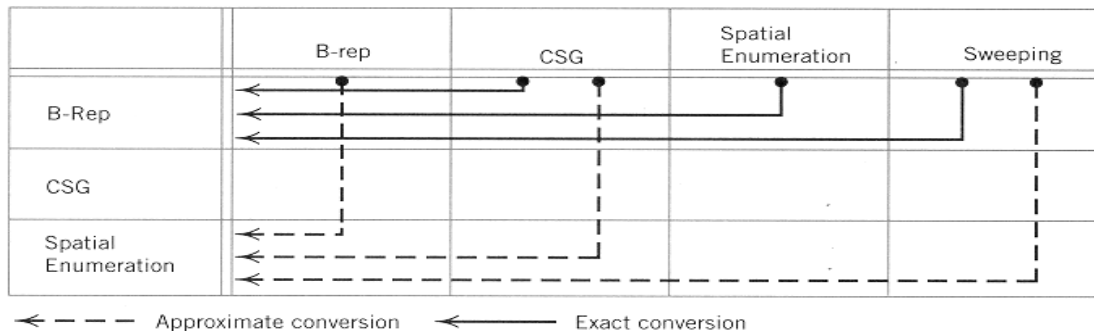
Sweep rotazionale



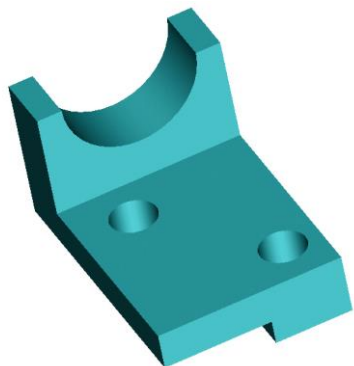
Molti sistemi CAD attuali hanno un'architettura interna ibrida e ciò offre i seguenti vantaggi:

- Alcuni funzioni di tipo CSG sono presenti in sistemi B-rep, perché più facili da maneggiare rispetto alle operazioni di Eulero
- I modellatori CSG spesso utilizzano un output di tipo B-rep nella visualizzazione perché è più facile da rappresentare
- Nella struttura ibrida sono presenti i database di entrambi i sistemi CSG e B-rep
- Il sistema B-rep consente di interrogare le geometrie di un modello CSG

Possono presentarsi problemi nella conversione da una struttura all'altra con necessità di rappresentazioni approssimate



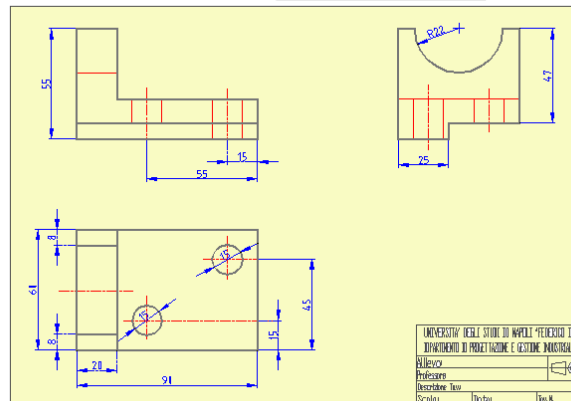
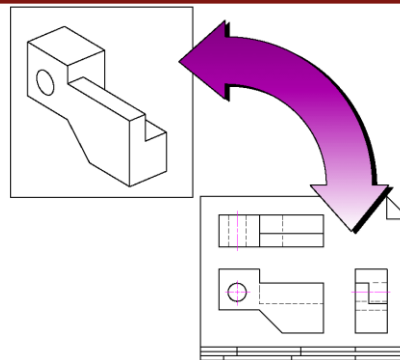
Concetto di Associatività tra modello 3D e tavola 2D



Prototipo numerico

→
messa in tavola
automatica

←
associatività



Documento tecnico tradizionale