

OBIETTIVO LE1. DI INTEGRAZIONE (1 CFU)

23/9/25

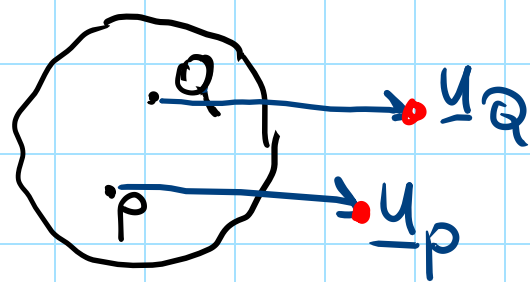
MECCANICA DEL CORPO RIGIDO (FISICA 1)

- CINEMATICA
- STATICA

CINEMATICA DEL C.R. (SPAZIO)

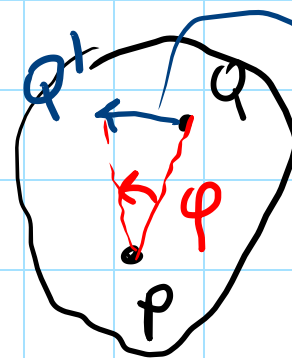
C.R. : VINCOLO DI RIGIDITA' (DALLA FISICA)

TRASLAZIONE



scelto P, $\forall Q, \underline{u}_Q = \underline{u}_P$

ROTAZIONE (ATTORNO A P)



$$\underline{u}_Q = \underline{Q}' - \underline{Q} = \underline{Q} \underline{Q}'$$

$$\underline{u}_Q = \underline{PQ}' - \underline{PQ} = \underline{R} \underline{PQ} - \underline{PQ} = (\underline{R} - \underline{I}) \underline{PQ}$$

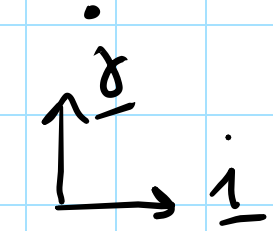
MATRICE ROTAZ. $\underline{R} = f(\varphi)$

$\uparrow$ MATRICE
IDENTITA'

MOTO PIU' GENERALE: ROTOTRASLAZIONE (ASSEGNAI $\underline{u}_p$ e φ)

$$\underline{u}_Q = \underbrace{\underline{u}_p}_{\text{TRASL.}} + \underbrace{(\underline{R} - \underline{I})}_{\text{ROTAZ.}} \underline{PQ} \quad (\text{SPOST. PUNTO } Q \text{ GENERICO})$$

NEL PIANO $(\underline{i}, \underline{j})$



$$\begin{bmatrix} u_{Qx} \\ u_{Qy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{px} \\ u_{py} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos\varphi - 1 & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi - 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} PQ_x \\ PQ_y \end{bmatrix}$$

CASO DI SPOST. INFINITESIMO (IPOTESI: $\varphi \ll 1$)

$$\begin{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -\varphi \\ \varphi & 0 \end{bmatrix}}_{\text{ROTAZ. INFINIT.}} \begin{bmatrix} PQ_x \\ PQ_y \end{bmatrix} + o(\varphi) : \begin{cases} u_{Qx} = u_{px} - \varphi PQ_y \\ u_{Qy} = u_{py} + \varphi PQ_x \end{cases}$$

ROT. INFINIT.



$$\sin\varphi = \varphi + o(\varphi)$$

$$\cos\varphi - 1 = -\varphi + o(\varphi)$$

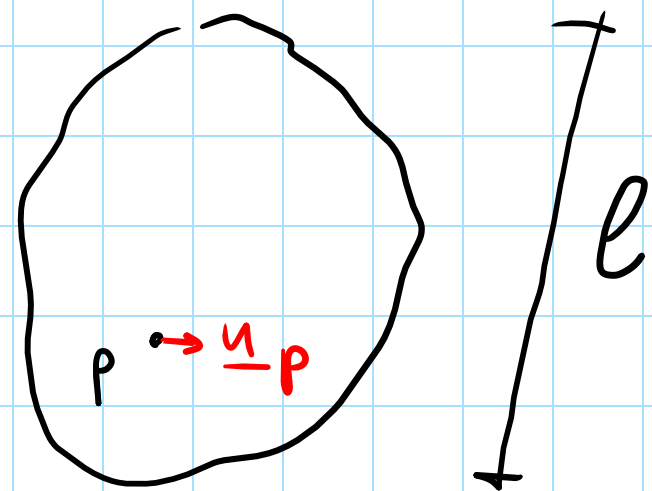
INTRODUCIAMO $\underline{\omega} = \varphi \underline{k}$ ($\underline{i}, \underline{j}, \underline{k}$), $|\underline{\omega}| = \varphi$ (per positivo se
antiorario in
un piano)

$$\underline{\omega} \times PQ = \begin{vmatrix} \underline{i} & \underline{j} & \underline{k} \\ 0 & 0 & \varphi \\ PQ_x & PQ_y & 0 \end{vmatrix} = \underline{j} \varphi PQ_x - \underline{i} \varphi PQ_y = \begin{bmatrix} -\varphi PQ_y \\ \varphi PQ_x \end{bmatrix}$$

ROTOTRASC. INFINITESIMA: $\underline{u}_Q = \underline{u}_P + \underbrace{\underline{\omega} \times PQ}_{\text{ROTAZ INFINITESIME}}$

NOTA: PER AVERE ROTOTRASC. INFINIT. IL VETTORE $\underline{u}_P$ (TRASLAZIONE) $|\underline{u}_P| \ll \ell$

DOVE ℓ È UNA LUNGH. CARATT. DEL CORPO



$$|\underline{u}_P| \ll \ell$$

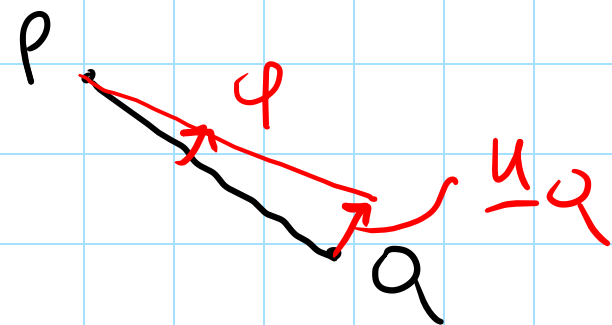
DIM. ALGEBRICA CHE IN UNA ROTAZ. INFINIT.

$$\underline{u}_Q \perp PQ \Rightarrow \underline{u}_Q \cdot PQ = 0$$

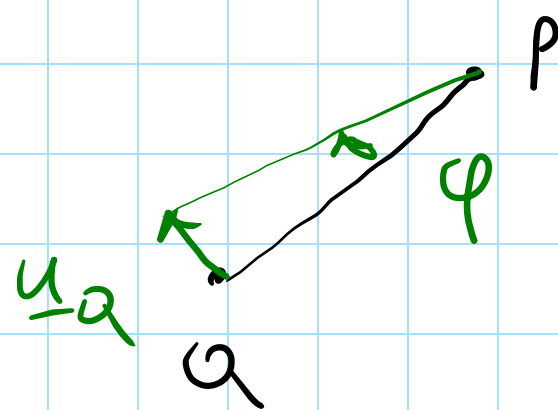
$$(\underline{j} \varphi PQ_x - \underline{i} \varphi PQ_y) \cdot (PQ_x \underline{i} + PQ_y \underline{j}) =$$

$$-\varphi PQ_y PQ_x + \varphi PQ_x PQ_y = 0$$

$\varphi > 0$



$\varphi < 0$



RICORDO CHE ASSUNTA UNA ROTOTRASLAZIONE AD UN C.R.

$\underline{\omega}$ È INDIPENDENTE DALLA COPPIA DI PUNTI SCELTA PER DESCRIVERE IL FENOMENO FISICO.

CENTRO ISTANTANEO DI ROTAZIONE (C.I.R.)

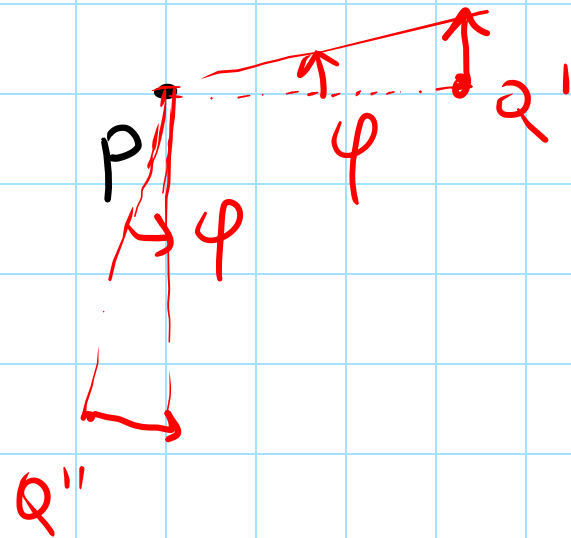
$\underline{u}_C = \underline{u}_P + \underline{\omega} \times PC$, chiesto che $\underline{u}_C = \underline{0}$; quale punto C

PERMETTE LA SOLUZ. DELL'EQ. $\underline{0} = \underline{u}_P + \underline{\omega} \times PC$?

C : C.I.R.

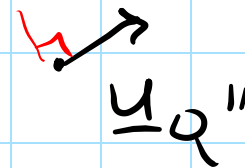
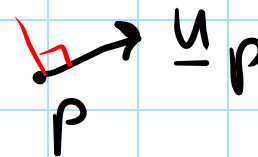
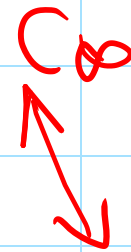
ES DI "COSTRUZ" DEL C.I.R. (C)

1) CASO ROTAZ. INFINIT. ($\underline{u}_P = \underline{0}$; $\underline{u}_Q = \underline{\omega} \times PQ$) $\forall Q$ $C \equiv P$

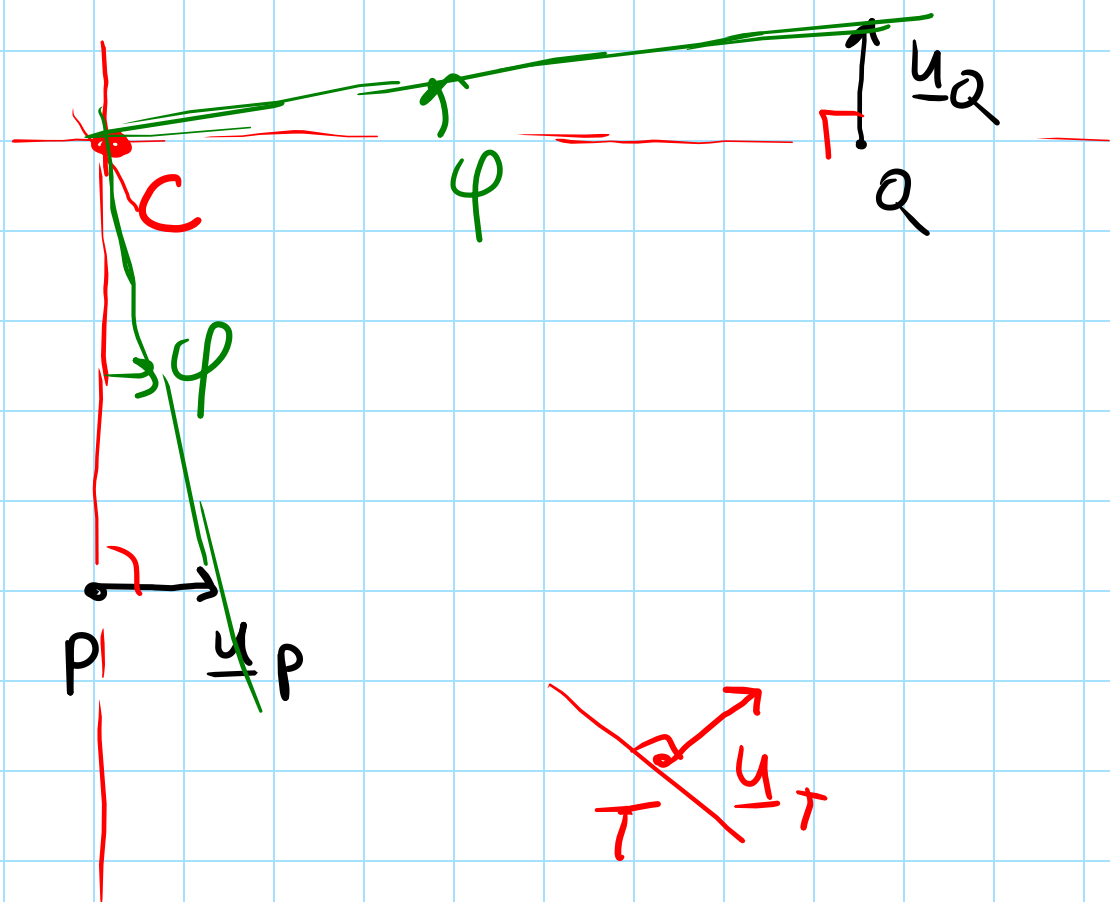


2) CASO TRASL. INFINIT. ($\underline{\omega} = \underline{0}$)

$$\underline{u}_Q = \underline{u}_P, \forall Q$$



3) CASO GENERALE ($\underline{u}_Q = \underline{u}_P + \underline{\omega} \times PQ$) ; HYP: ASSIGNATI $\underline{u}_P, \underline{u}_Q$
 RESI: $C?$, $\varphi?$



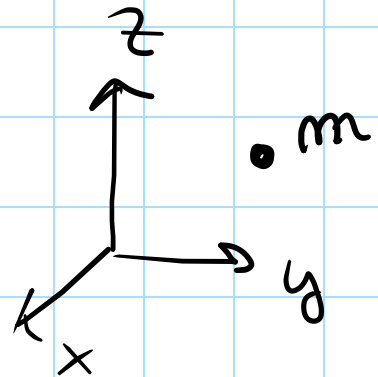
$$\underline{v} = \underline{u}_P + \underline{\omega} \times PC \quad ; \quad \underline{v} = \underline{u}_Q + \underline{\omega} \times QC$$

$$\underline{u}_Q \perp CQ, \quad \underline{u}_P \perp CP$$

$$\varphi \simeq \frac{|\underline{u}_P|}{|CP|} \simeq \frac{|\underline{u}_Q|}{|CQ|}$$

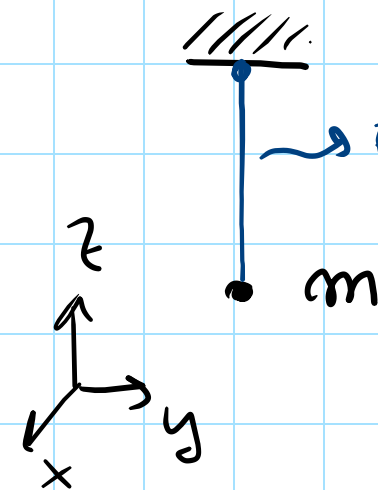
GRADI DI LIBERTA' DI UN SISTEMA MECCANICO

G.D.L. DI UN P.TO MATERIALE NELLO SPAZIO (3: COORDINATE DEL PUNTO: x, y, z)



Così sono i G.D.L. di un sistema:

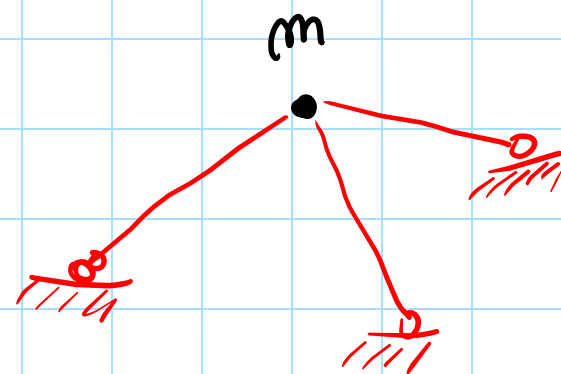
IL N° MINIMO DI PARAMETRI NECESSARI PER DESCRIVERE UNIVOCAMENTE IL MOTTO DEL SISTEMA



FILLO INESTENSIBILE (RIGIDO)

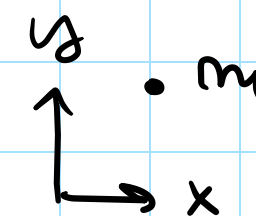
G.D.L.: 2 (LE 3 COORD. NON SONO PIU' INDIPENDENTI, MA $\exists$ UNA EQUAZIONE DI VINCOLO CHE LIMITA LE POSS. DI MOVIMENTO)

P.TO MATERIALE VINCOLATO CON 3 BARRE RIGIDE

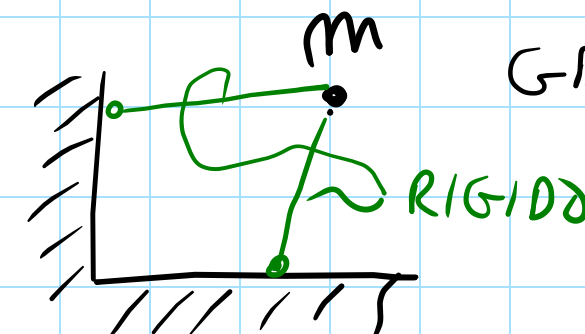


$$G.D.L.: 0$$

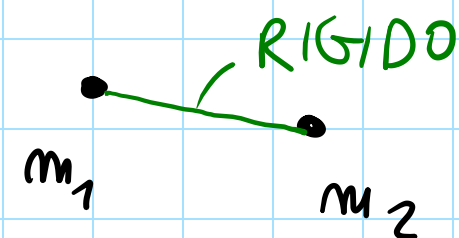
NEL PIANO



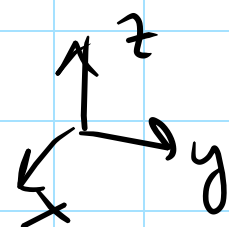
$$G.D.L.: 2$$



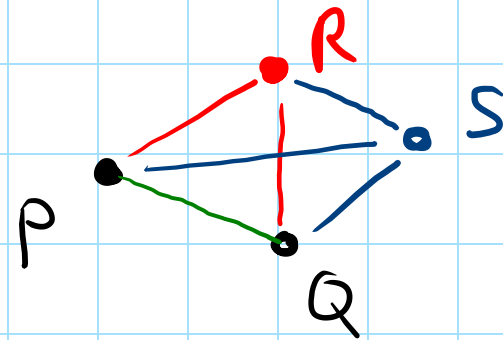
$$G.D.L.: 0$$



$$G.D.L.: \underbrace{2 \cdot 3}_{\text{MASSE LIBERE}} - \underbrace{1}_{\text{VINCOLO}} = 5$$



C.R. ? NELO SPAZIO



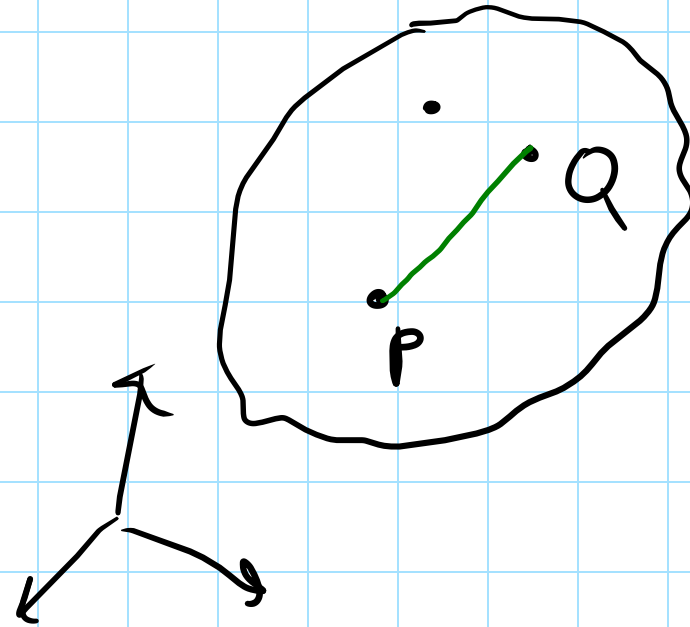
— GDL : 5

— : $5 + 3 - 2 = 6$

— : $6 + 3 - 3 = 6$

6

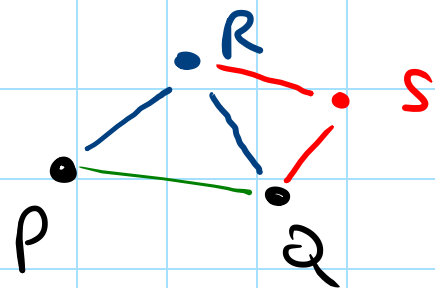
C.R. NELO SPAZIO : 6 GDL



6 GDL : 3 WORD x_p, y_p, z_p +

3 ANGOLI CHE
DESCRIVONO COME
L'ALLINEAM PQ SI DISPONE
NELO SPAZIO (ANGOLI DI
EULERO)

C.R. ? NEL PIANO

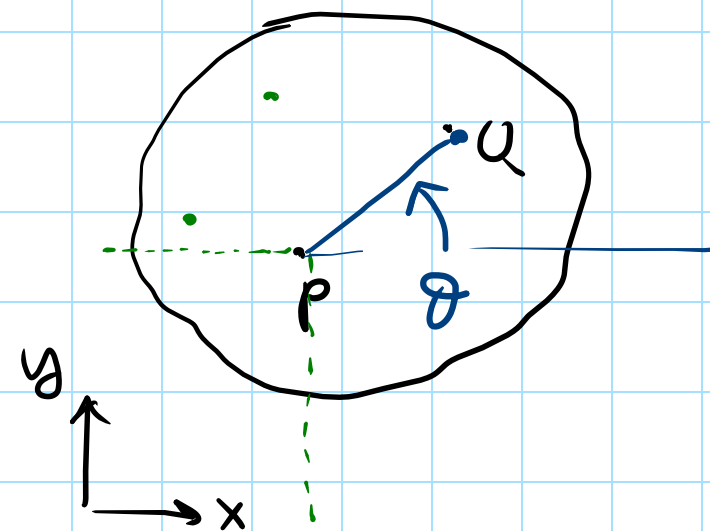


— GDL: 3

— : $3 + 2 - 2 = 3$

— : $3 + 2 - 2 = 3$

⋮
GDL: 3

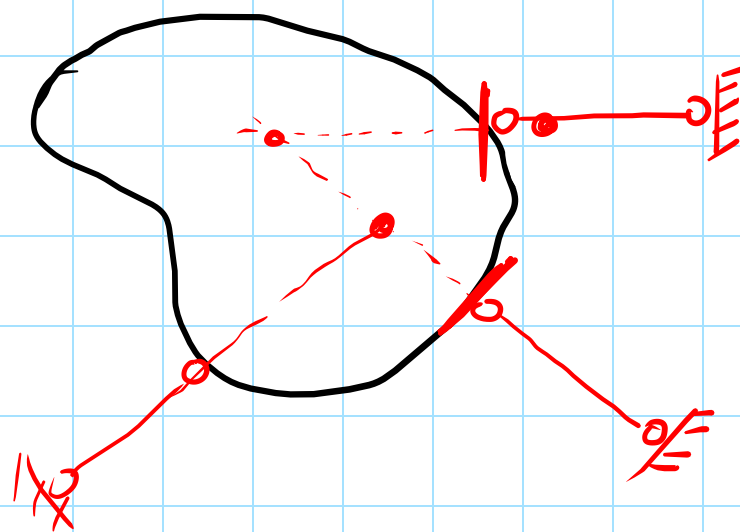


3 GDL; x_P, y_P

θ : DIREZ. DI PQ

C.R. NEL PIANO (LIBERO DA VINCOLI): 3 GDL

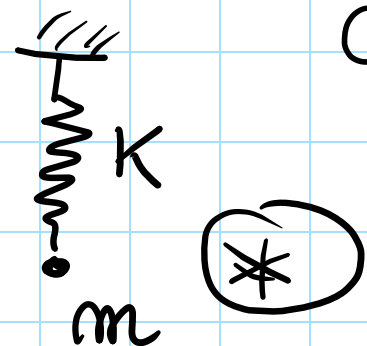
COME BLOCCARE UN C.R. NEL PIANO



CON 3 BARRE RIGIDE DISPOSTE CORRETTAMENTE BLOCCO IL C.R.

VINCOLI ELASTICI : MOLLE LINEARI

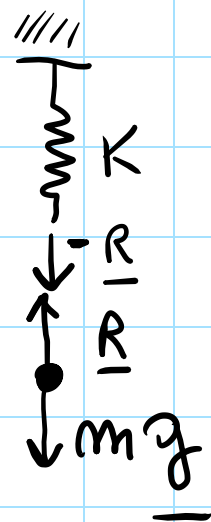
$$F = k \Delta l$$



GDL : 2 (MASSA : 3 GDL +
EQ DI VINCOLO MOLLA)

NEL CASO DELLA SOLA FORZA PESO, IL PROBLEMA (*)
QUAL È SOLUZIONE STATICA HA ?

$$R = k \Delta l$$



$$\downarrow + : mg - R = 0$$

$$mg - k \Delta l = 0$$

$$mg = k \Delta l$$

$$\Delta l = \frac{mg}{k}$$

EQ DI EQUILIBRIO
LUNGO LA DIREZ.
VERTICALE.

$\Delta l = \frac{mg}{k}$; ALLUNGAM MOLLA = SPST DELLA MASSA

EQUAZ. CARDINALI DELLA STATICA

COINVOLGONO FORZE E MOMENTI DI UN SISTEMA.

SONO EQ. GLOBALI $\Rightarrow$ 6 EQ. ALGEBRICHE NELLO SPAZIO
3 " " " NEL PIANO

$$\begin{cases} \sum_i \underline{F}_i = \underline{0} \\ \underbrace{\sum_i \underline{r}_i \times \underline{F}_i}_{M_Q} + \sum_K \underline{C}_K = \underline{0} \end{cases}$$

3 EQ SCALARI 3 EQ SCALARI

$\left| \begin{array}{c} \text{S} \\ \text{P} \\ \text{A} \\ \text{Z} \\ \text{I} \\ \text{O} \end{array} \right|$

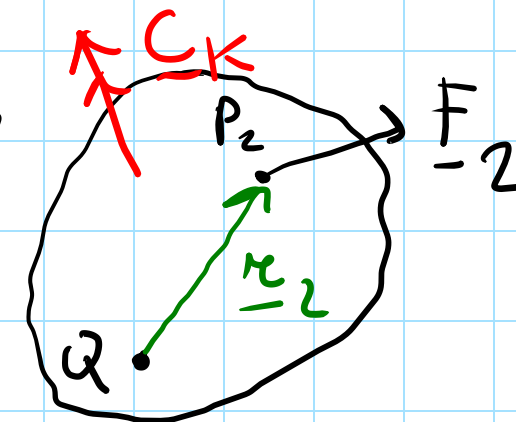
$\underline{F}_i$: FORZE ATTIVE E
FORZE REATTIVE

$\underline{r}_i$: RAGGIO VETTORE DELLA
FORZA $\underline{F}_i$ RISPETTO

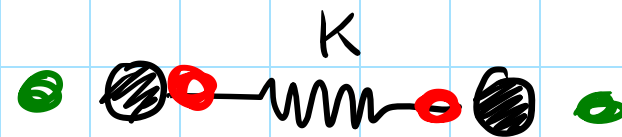
AD UN PUNTO ASSEGNATO

COME METTO IN REAZIONE
LE ECS CON L'EQUILIBRIO
DEL SISTEMA?

$\underline{C}_K$: MOMENTI
CONCENTRATI



ES



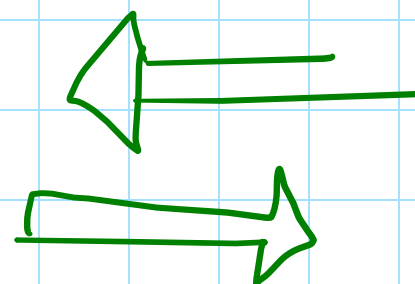
SIST. OSCILLANTE

$$\sum \underline{F}_i = \underline{0} ; \sum r_i \times \underline{F}_i = \underline{0}$$

ECS SODDISFAITE | SISTEMA IN

REGIME DINAMICO (NON IN EQUILIBRIO)

ECS
SODDISFAITE



SOLO PER IL
CORPO RIGIDO

EQUIL-SIST.
MECCANICO

POSTULATO DELLE REAZIONI VINCOLARI: AL FINE DELLO STUDIO DEI SISTEMI MECCANICI, OGNI VINCOLO PUÒ ESSERE SOSTITUITO DA UNA REAZIONE (FORZA, MOMENTO) INCOGNITA CHE VA CONSIDERATA COME "FORZA" REATIVA NEL BILANCIO DELLE EQ. DI EQUILIBRIO DEL SISTEMA.

LE REAZIONI VINCOLARI SONO ^{TRA} LE "INCOGNITE" DEL PROBLEMA MECCANICO.