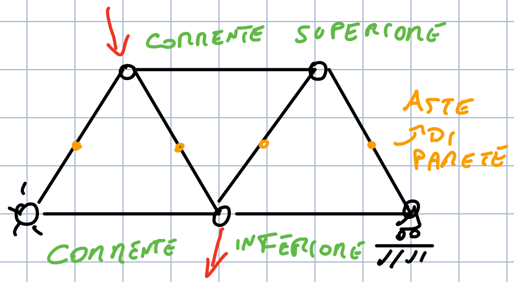
STRUTTURE RETICOLARI

Sono delle strutture di aste di massa trasc. unite da cerniere e con carichi applicati nei nodi della struttura. Sono vincolate a terra da carrelli o cerniere.



In questo tipo di strutture, le cerniere sono anche dette NODI.

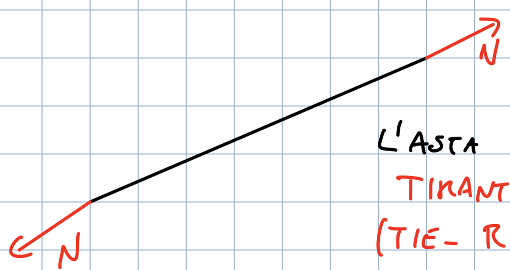
Come sono gli sforzi interni delle aste? Se ne isoliamo una

Non ci sono forze esterne applicate in punti interni, né coppie concentrate alle estremità

⇒ Ci sono SOLO FORZE NORMALI. $(T=0,\ M=0)$

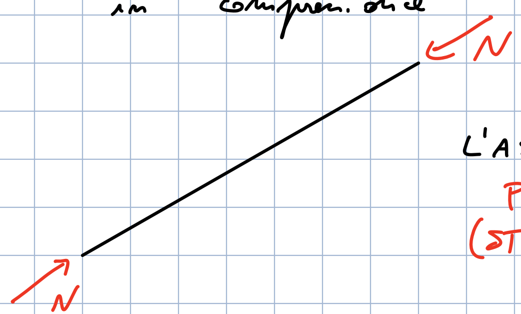
In particolare, l'asta può essere

in tensione



L'ASTA È DETTA TIRANTE (TIE-ROD)

in compressione

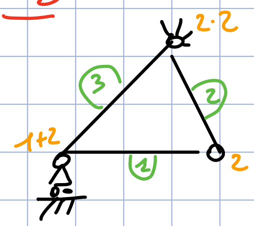


L'ASTA È DETTA PUNTONE (STRUT)

Analizziamo nel dettaglio la struttura base delle strutture reticolari, il cosiddetto TRIANGOLO ISOSTATICO.

→ è composta da 3 ASTE UNITE DA 3 NODI

Es



Calcoliamo i gradi di libertà

$$3 \cdot 3 - 4 - 2 - 3 = 0$$

n_A numero di aste

In alternativa, possiamo vedere la struttura come un insieme di nodi (2 GDL CIASCUNO) vincolati dalle aste (1 GDL SOTTRATTO PER ASTA) e dai vincoli esterni:

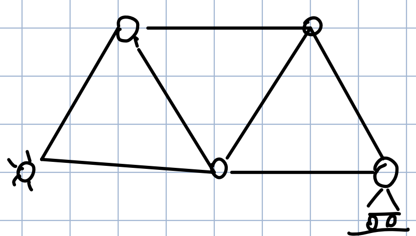
$$\boxed{2\, n_N = n_A + v_{ext}}$$

→ GDL sottratti dai vincoli esterni AI NODI!

n_N: NUMERO NODI

questa formula è una CONDIZIONE NECESSARIA DI ISOSTATICITÀ (detta anche CONDIZIONE DI MAXWELL)

Es



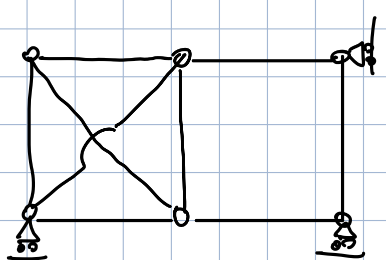
$n_N = 5$

$n_A = 7 \quad \Rightarrow \quad 2 \cdot 5 = 10 = 7 + 3$ ✓

$n_V = 3$

La condizione necessaria di isostaticità è soddisfatta

Es

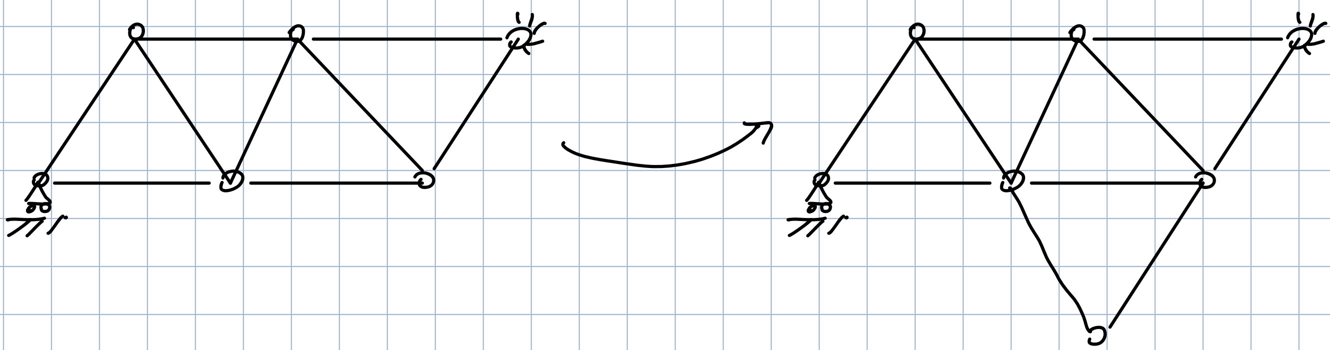


$n_N = 6$

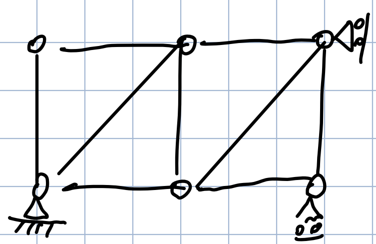
$n_A = 9 \qquad 2 \cdot 6 = 12 = 9 + 3$

$v_{est} = 3$ però la struttura è labile!

Data una struttura isostatica, posso ottenerne un'altra aggiungendo un nodo e due aste



Es (strutture iperstatiche)

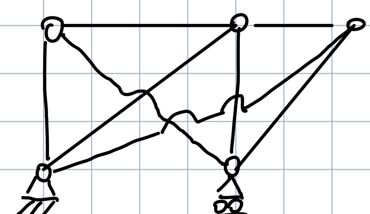


Sono tutti triangoli isostatici, però

$$2 \cdot 6 = 12 \neq \underbrace{9}_{M_A} + \underbrace{4}_{V_{est}}$$

Si tratta di una struttura iperstatica per i vincoli esterni alla struttura

È una struttura iperstatica a causa dei vincoli interni alla struttura.



Il problema, nel caso delle strutture reticolari isostatiche, riguarda il calcolo

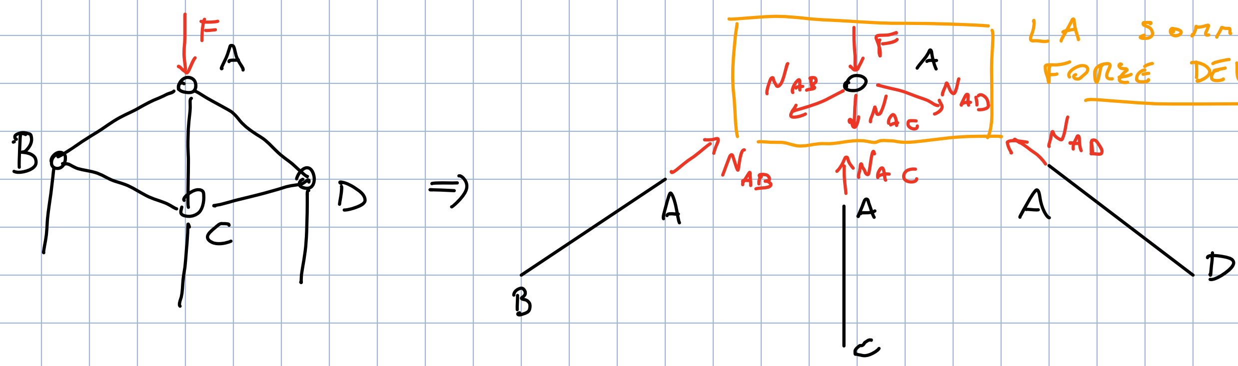
1) delle reazioni vincolari esterne
2) delle forze normali alle aste

Esistono due principali strategie per effettuare questo calcolo, la prima è il cosiddetto

METODO DEI NODI

↓

CONSISTE NELLO SCRIVERE LE EQUAZIONI DI BILANCIO DEI NODI



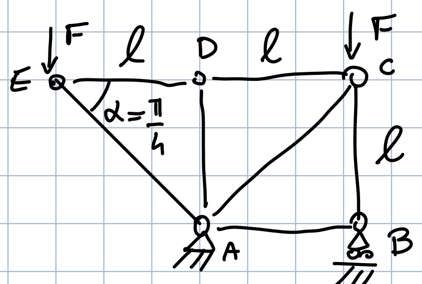
LA SOMMA DI QUESTE FORZE DEVE ESSERE ZERO

Per ciascun nodo ho due equazioni scalari

⇓

conviene partire da un nodo con due sole aste

Es

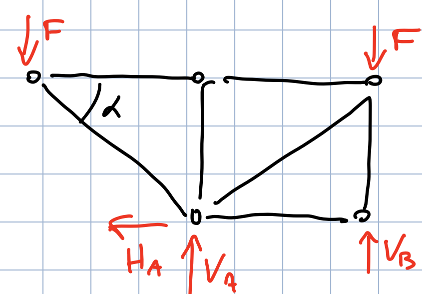


Partiamo dalle equazioni cardinali applicate all'intera struttura

$\xrightarrow{+}$: $-H_A = 0$

$\uparrow +$: $V_A + V_B - 2F = 0$

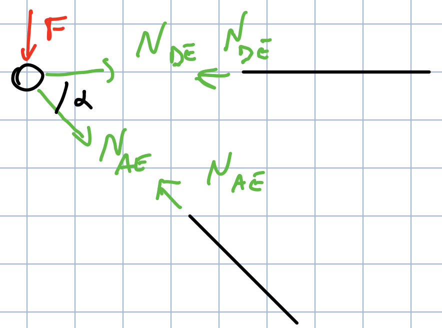
$\overset{+\circlearrowleft}{A}$: $\ell V_B + F\ell - F\ell = 0$



⇓

$H_A = V_B = 0, \quad V_A = 2F$

Passiamo ora al calcolo degli sforzi interni partiamo dal nodo E



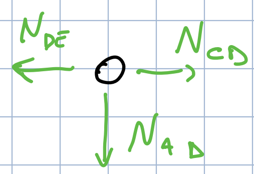
$\xrightarrow{+}: \; N_{DE} + N_{AE}\cos\alpha = 0 \Rightarrow N_{DE} = F$

$\uparrow +: \; -N_{AE}\,\mathrm{sen}\,\alpha - F = 0 \Rightarrow N_{AE} = -\sqrt{2}\,F$

$\Downarrow$

DE è un TIRANTE, mentre
AE è un PUNTONE.

NODO D (SCELGO I NODI AGGIUNGENDO 2 INCOGNITE ALLA VOLTA)

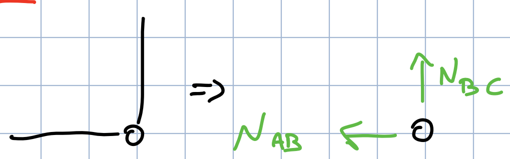


$\xrightarrow{+}: \quad N_{CD} = N_{DE} = F$

$\uparrow +: \quad N_{AD} = 0$

Asta	N
AB	0
AC	$-\sqrt{2}F$
AD	0
AE	$-\sqrt{2}F$
BC	0
CD	F
DE	F

NODO B



$N_{AB} = N_{AC} = 0$

NODO C

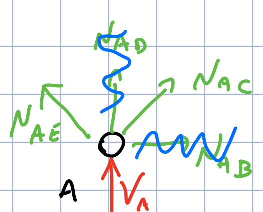
$\xrightarrow{+}: \; -N_{CD} - N_{AC}\frac{\sqrt{2}}{2} = 0$

$N_{AC} = -\sqrt{2}\,N_{CD} = -\sqrt{2}\,F$

$\uparrow +: \; -F - N_{BC} - \frac{\sqrt{2}}{2}N_{AC} = 0$

$N_{BC} = -F - \frac{\sqrt{2}}{2}N_{AC} = 0$

RESTA IL NODO A $\rightsquigarrow$ Possiamo usarlo come verifica



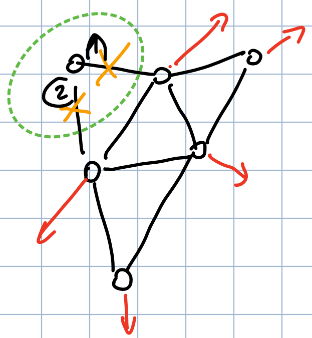
$\xrightarrow{+}: \; N_{AC}\frac{\sqrt{2}}{2} - N_{AE}\frac{\sqrt{2}}{2} = -F + F = 0$

$\uparrow +: \; \frac{\sqrt{2}}{2}\left(N_{AC} + N_{AE}\right) + V_A = -2F + 2F = 0 \quad \checkmark$

IN GENERALE, POSSIAMO STABILIRE A PRIORI QUANDO UN'ASTA È SCARICA?

A volte sì:

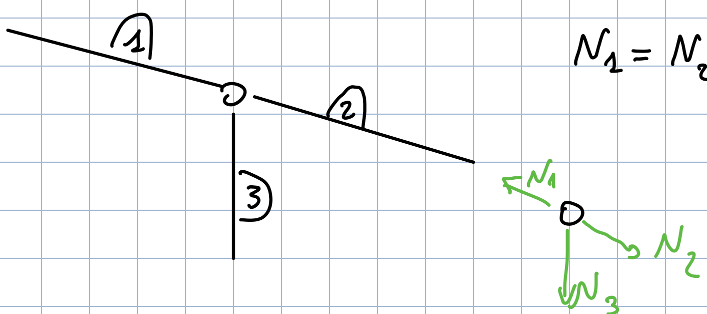
- NODO SCARICO CON ASTE NON COLLINEARI



L'equilibrio nodale è un sistema di equazioni lineare e omogeneo di due equazioni, due incognite

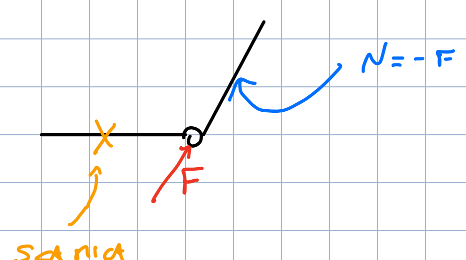
$$\Rightarrow \quad N_1 = N_2 = 0$$

- NODO SCARICO CON DUE ASTE COLLINEARI E UNA TERZA CON DIREZIONE DIFFERENTE



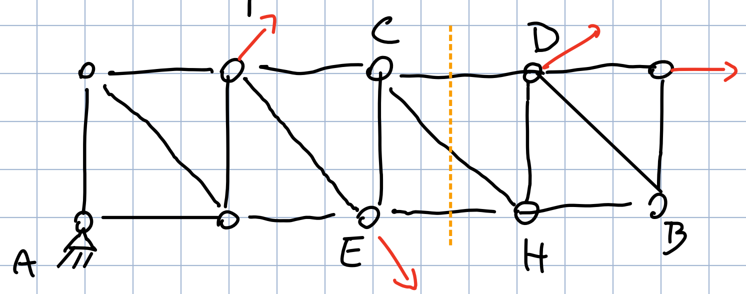
$$N_1 = N_2, \qquad N_3 = 0$$

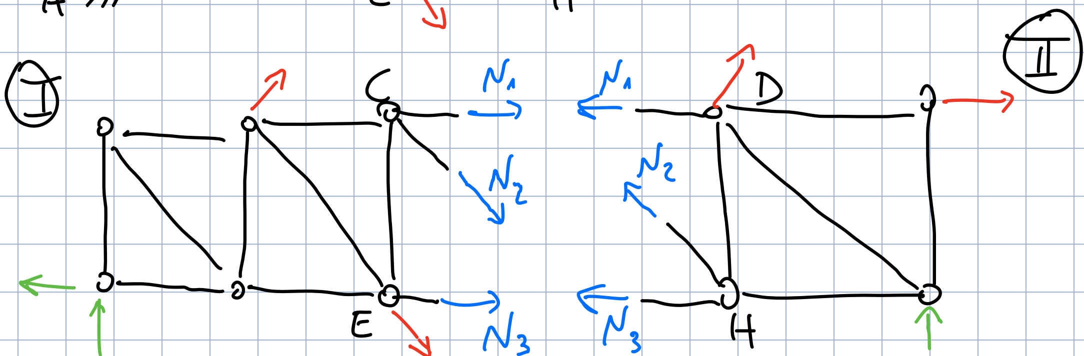
- DUE ASTE, DI CUI UNA ALLINEATA AL CARICO NODALE



METODO DELLE SEZIONI
(o di RITTER)

È un metodo algoritmico per il calcolo delle azioni interne nel caso di travature canoniche, cioè quando possiamo dividere le struttura in due parti "togliendo" tre aste non concorrenti in un punto





Supponendo note le reazioni vincolari esterne, vogliamo calcolare N_1, N_2 e N_3. In questo caso, 3 equazioni che contengono solo N_1, N_2 e N_3 rispettivamente sono

$N_1 \Rightarrow H \circlearrowright^{+} = 0$ (I)

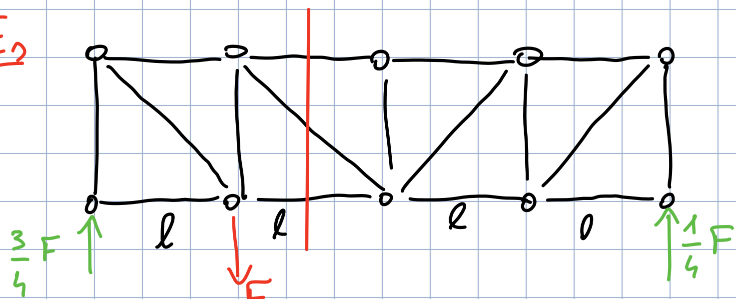
$N_2 \Rightarrow \uparrow + = 0$ (I) $\leftarrow$ Equazioni relative alla sottostruttura (I)

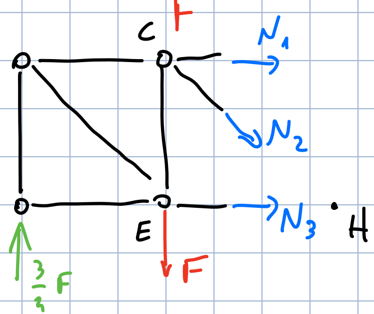
$N_3 \Rightarrow C \circlearrowright = 0$ (I)

In alternativa, si possono usare le stesse equazioni per la sottostruttura (II)

E₂

Calcolare le forze normali relative alla sezione indicata





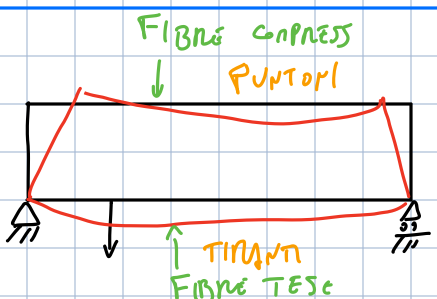
$H \circlearrowleft^{+}: \quad -N_1\,\ell + \ell F - \frac{3}{2}\,\ell F = 0$

$N_1 = -\frac{F}{2}$ ← è un PUNTONE

$\uparrow^{+}: \quad -N_2\frac{\sqrt{2}}{2} - F + \frac{3}{4}F = 0$

$N_2 = -\frac{F\sqrt{2}}{4}$ ← è un PUNTONE

$C \circlearrowleft^{+}: \quad \ell N_3 - \frac{3}{4}F\ell = 0 \Rightarrow N_3 = \frac{3}{4}F$ ← è un TIRANTE



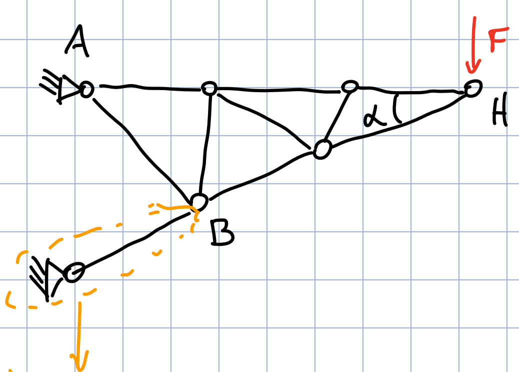
ASTE DI PARETE → WEB ELEMENTS

CORRENTE
- SUPERIORE: TOP CHORD
- INFERIORE: BOTTOM //

NODO: JOINT

E₃

Calcolare le forze normali

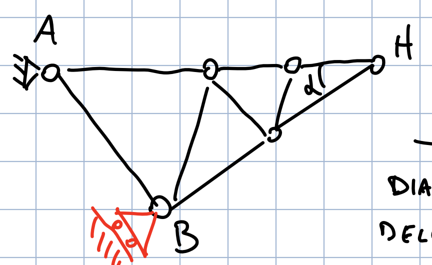


È equivalente ad un carrello in B con guida ⊥ all'asta

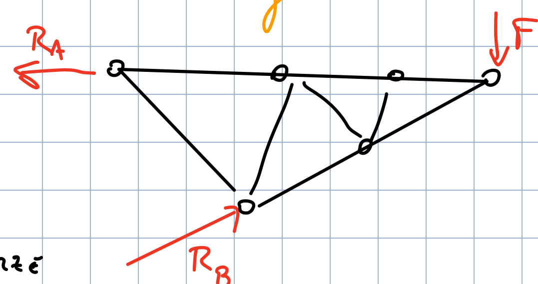
$2\,n_N = 12$

$n_A = 9$

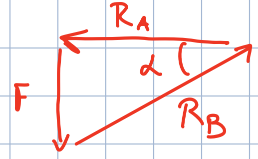
$v_{ext} = 3$



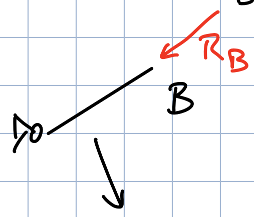
→ DIAGRAMMA DELLE FORZE



⇒ Perché sia in equilibrio

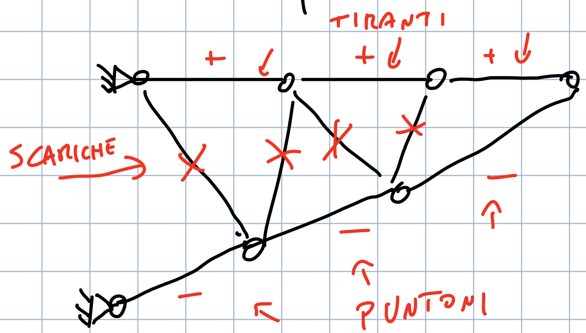


$R_B = \dfrac{F}{\sin\alpha}$ $\qquad R_A = F \cot g\,\alpha$

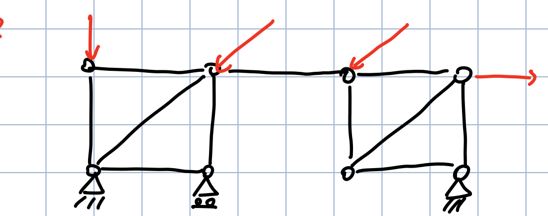


È un puntone.

Osservo quindi che



Es

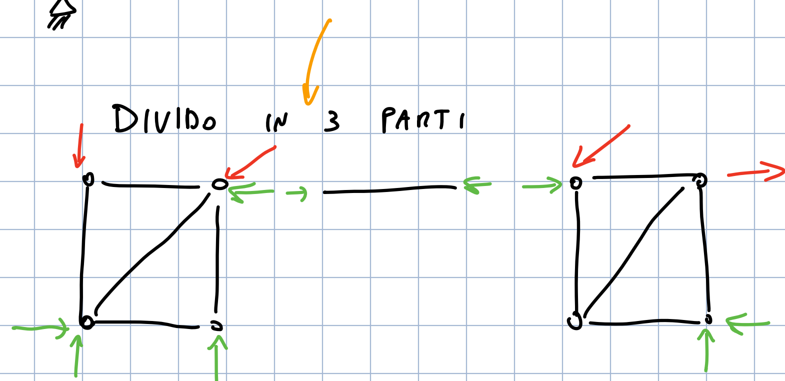


Supponendo noti i carichi, come trovo le reaz. vincolari?

$2\,m_N = 16$

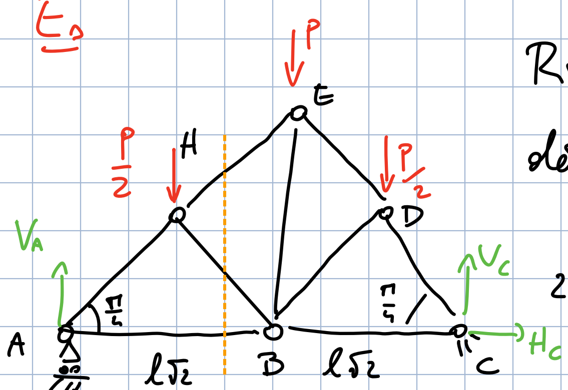
$m_A = 11$ ✓

$v_{ext} = 5$



Applico le equazioni cardinali alla struttura sx e dx (6 eq., 6 incognite).

Es



Risolvere il problema statico e determinare gli sforzi assiali nelle aste

$2\,m_N = 12$

$m_A = 9$ ✓

$v_{ext} = 3$

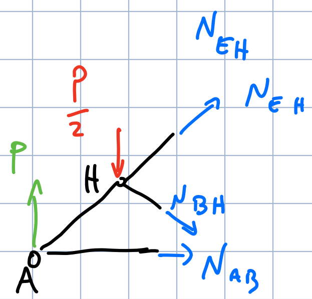
$\overset{+}{\rightarrow}$: $H_c = 0$

$A \circlearrowright^{+}$: $-\frac{P}{2}\, l \cancel{\frac{\sqrt{2}}{2}} - 3\, l \cancel{\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{P}{2} - l \cancel{\sqrt{2}}\, P + 2 \cancel{\sqrt{2}}\, l\, V_c = 0$

$$-2\ell p + 2\ell V_C = 0 \Rightarrow V_C = p$$

Avremmo anche potuto notare che, per simmetria geometrica e dei carichi $V_A = V_C$ e $V_C = \dfrac{p + 2\frac{p}{2}}{2} = p$

Consider la sezione disegnata sopra



$$\circlearrowleft^{+} B): -\cancel{\ell}\, N_{EH} + \frac{p}{2}\frac{\sqrt{2}}{2}\cancel{\ell} - p\sqrt{2}\cancel{\ell} = 0$$

$$N_{EH} = -\frac{3}{4}\sqrt{2}\, p$$

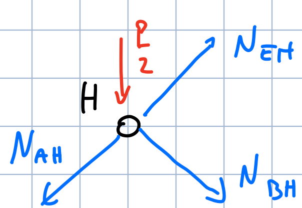
$$\circlearrowleft^{+} H): \quad -p\frac{\sqrt{2}}{2}\ell + \ell\frac{\sqrt{2}}{2}N_{AB} = 0$$

$$N_{AB} = p$$

$$\uparrow^{+}: -N_{BH}\frac{\sqrt{2}}{2} + N_{EH}\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{p}{2} = 0$$

$$N_{BH} = N_{EH} + \frac{\sqrt{2}}{2}p = -\frac{\sqrt{2}}{4}p$$

Consider ora

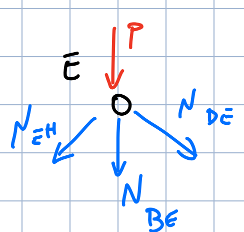


$$\xrightarrow{+}: \quad N_{EH}\frac{\sqrt{2}}{2} + N_{BH}\frac{\sqrt{2}}{2} - N_{AH}\frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$\Downarrow$$

$$N_{AH} = N_{EH} + N_{BH} = -\sqrt{2}\, p$$

PER SIMM. $N_{AH} = N_{CD}$, $N_{EH} = N_{DE}$, $N_{AB} = N_{BC}$



$$\downarrow^{+}: \quad N_{BE} + p + \frac{\sqrt{2}}{2}\left(N_{EH} + N_{DE}\right) = 0$$

$$N_{BE} = -p - \cancel{\sqrt{2}}\left(-\frac{3}{\cancel{4}_{2}}\cancel{\sqrt{2}}\,p\right) = p/2$$