

Statica grafica

Sistema di vettori applicati S

- Per il quale si nullo il risultante R e il momento risultante rispetto ad un polo O generico

$$R = 0 \quad M(O) = 0 \longrightarrow \text{Sistema nullo}$$

- 2 sistemi di vettori S e S' sono equivalenti se

$$R = R' \quad M(O) = M'(O)$$

- 2 sistemi S e S' sono equilibrati se

$$R + R' = 0 \quad M(O) + M'(O) = 0$$

somma la luogo ad un sistema nullo

- Un sistema di vettori applicati con $R \neq 0$ è equivalente al solo vettore risultante applicato lungo l'asse centrale

Asse centrale: è la retta luogo dei punti rispetto alla quale il momento del sistema è nullo

- Un sistema di vettori con $R = 0$ è equivalente ad una coppia pari al momento di tutti i vettori rispetto ad un punto generico

Condizione mec. suff.

affinchi due sistemi di vettori S e S' siano equivalenti è che:

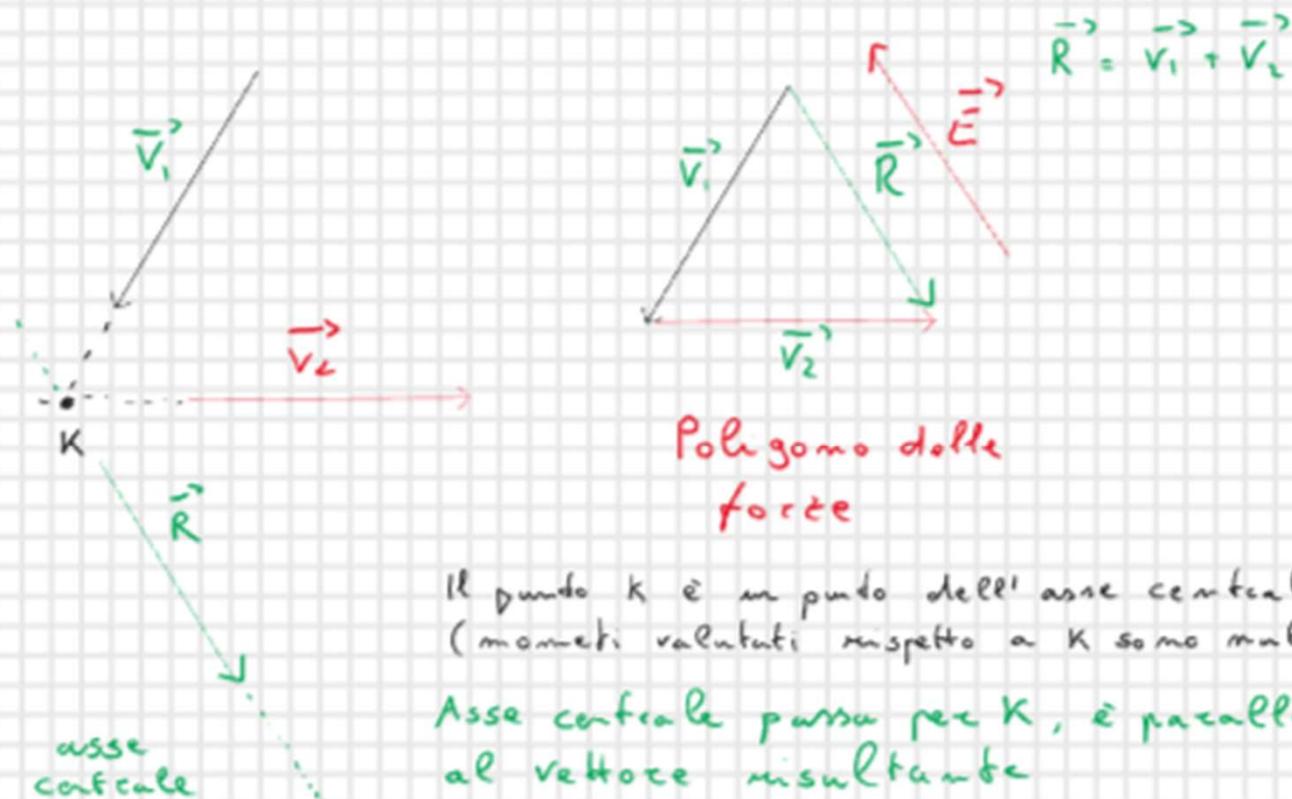
- stesso risultante R
- stesso asse centrale

Riduzione del sistema S

Costituisce un sistema equivalente S' costituito dal:

vettore risultante R applicato sull'asse centrale

Partiamo da 2 vettori

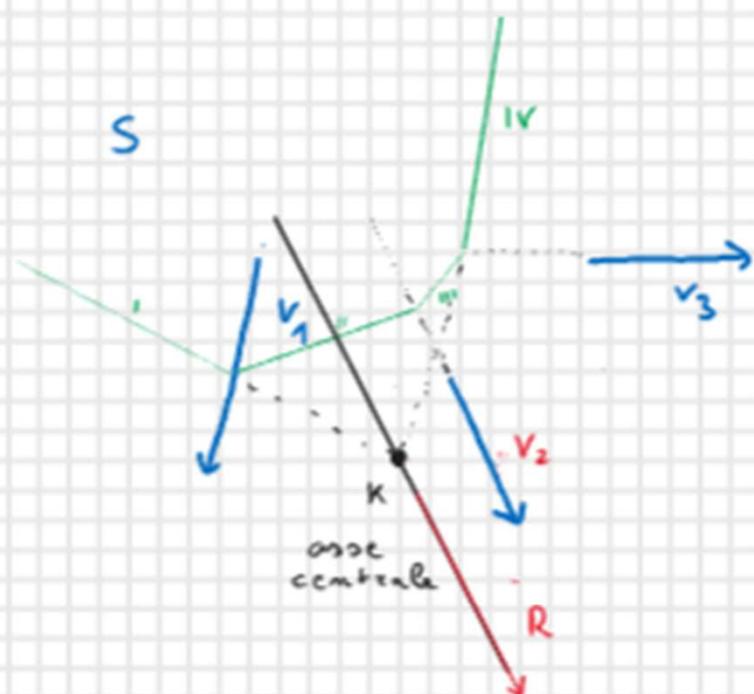


Il punto K è un punto dell'asse centrale
(momenti valutati rispetto a K sono nulli.)

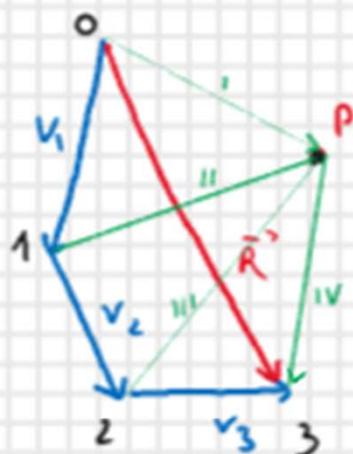
Asse centrale passa per K , è parallelo
al vettore risultante

- n vettori

Costruisce il poligono funicolare



Poligono delle forze



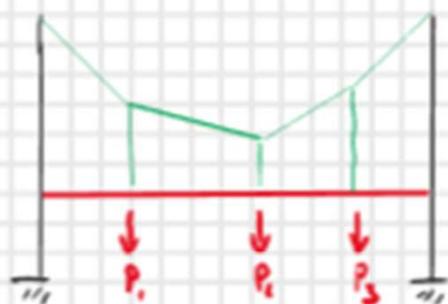
$$\vec{R} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3$$

$$\vec{R} = \vec{OP} + \vec{P3}$$

Individuare un polo P (arbitrario)

Prolunga al primo e l'ultimo lato del poligono e trova un punto dell'asse centrale

Perché funicolare?

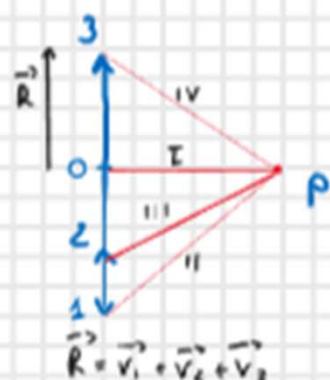
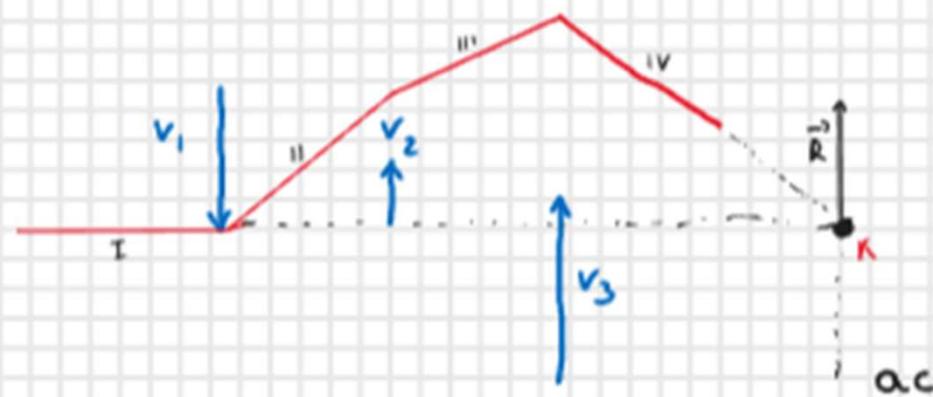


Il cavo di sospensione si dispone secondo il poligono funicolare dei carichi

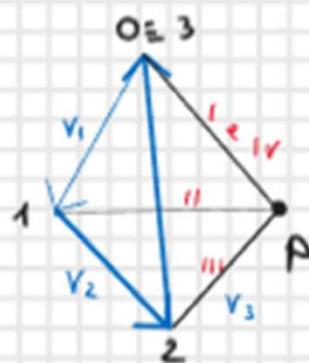
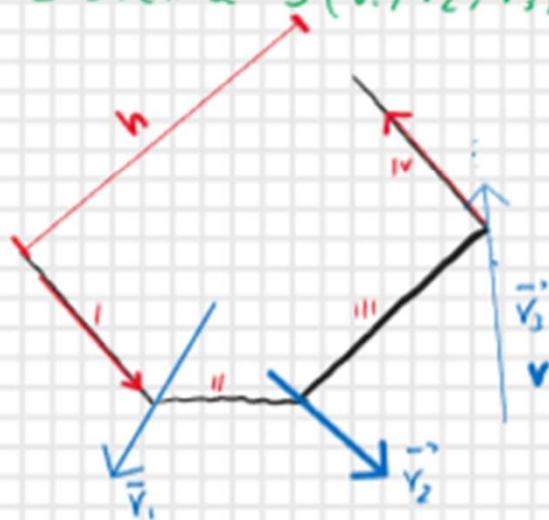
Vetture parallele

$S(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3)$

Poligono forze



Sistema $S(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3)$ con $\vec{R} = 0$



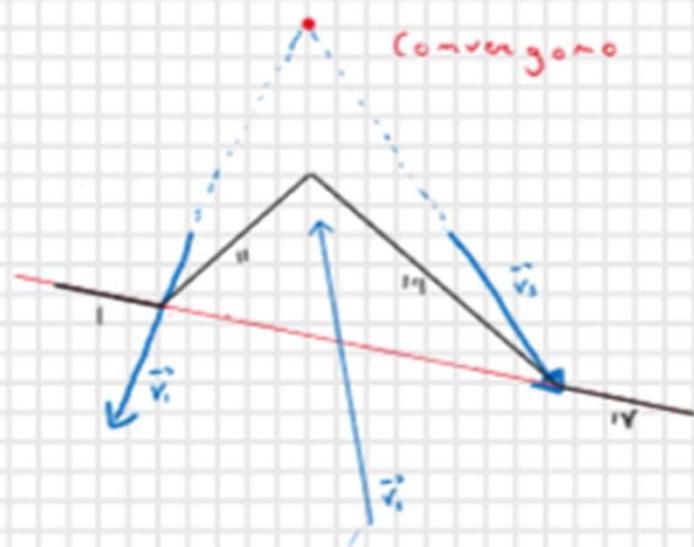
Poligono forze
chiuso $R=0$

Primo e ultimo lato del poligono sono paralleli I e IV

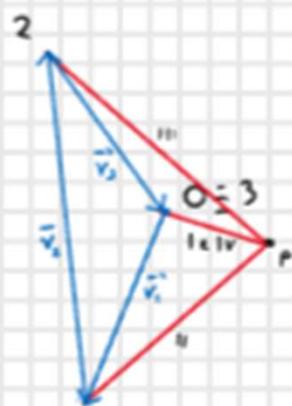
e equivalente ad una coppia di
braccio h

Il punto K è un punto improprio $\rightarrow N$
asse centrale non esiste

Sistema $S (\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_3)$ con $\vec{R} = 0$ e $M = 0$



Convergono



Primo e ultimo lato del poligono funicolare coincidono 1 e IV

Poligono delle forze chiuso

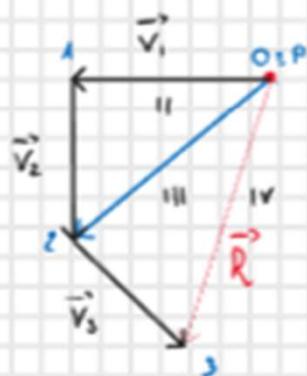
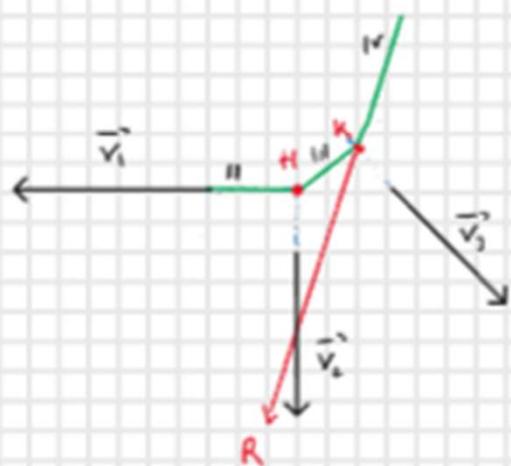
Coppia ma a braccio nullo

Il sistema S iniziale è equivalente ad un sistema nullo

Condizioni di arbitrarietà nella costruzione del poligono funicolare

- 2 coordinate del polo P
- Punto sulla retta d'azione del primo vettore

Poligono delle successive risultanti.



Particolare poligono funicolare col polo P coincidente con la coda del primo vettore $P \equiv O$

Poligono delle forze

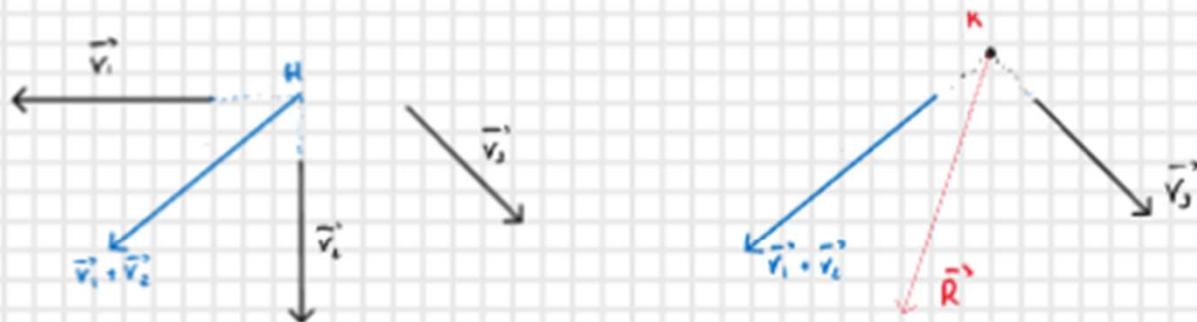
segmento PO non esiste

segmento P1 coincide con la retta d'azione di \vec{v}_1

o H punto sull'asse centrale del sottosistema \vec{v}_1 e \vec{v}_2

o \vec{P}_2 coincide col risultante del sottosistema \vec{v}_1 e \vec{v}_2

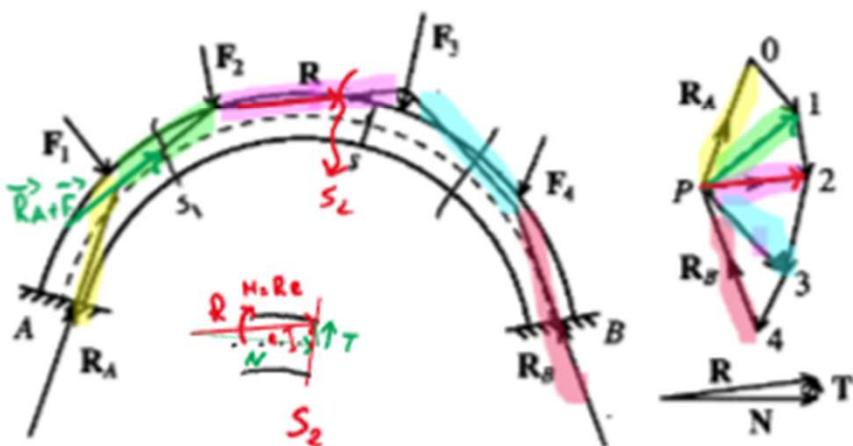
o segmento III del poligono funicolare coincide con l'asse centrale del sottosistema $\vec{v}_1 + \vec{v}_2$



$\vec{v}_1 + \vec{v}_2 \equiv \vec{P}_2$ nel poligono delle forze

$\vec{R} = (\vec{v}_1 + \vec{v}_2) + \vec{v}_3 \equiv \vec{P}_3$ nel poligono delle forze

- K punto sull'asse centrale del sistema $\vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3$
- \vec{P}_3 coincide col risultante del sistema $\vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3$
- segmento IV del poligono funicolare coincide con l'asse centrale del sistema $\vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3$



Linea delle pressioni: la retta d'azione delle forze che precedono la sezione

" In un arco in muratura la linea delle pressioni deve rimanere all'interno della sezione "

Diagramma del momento flettente attraverso la linea delle pressioni

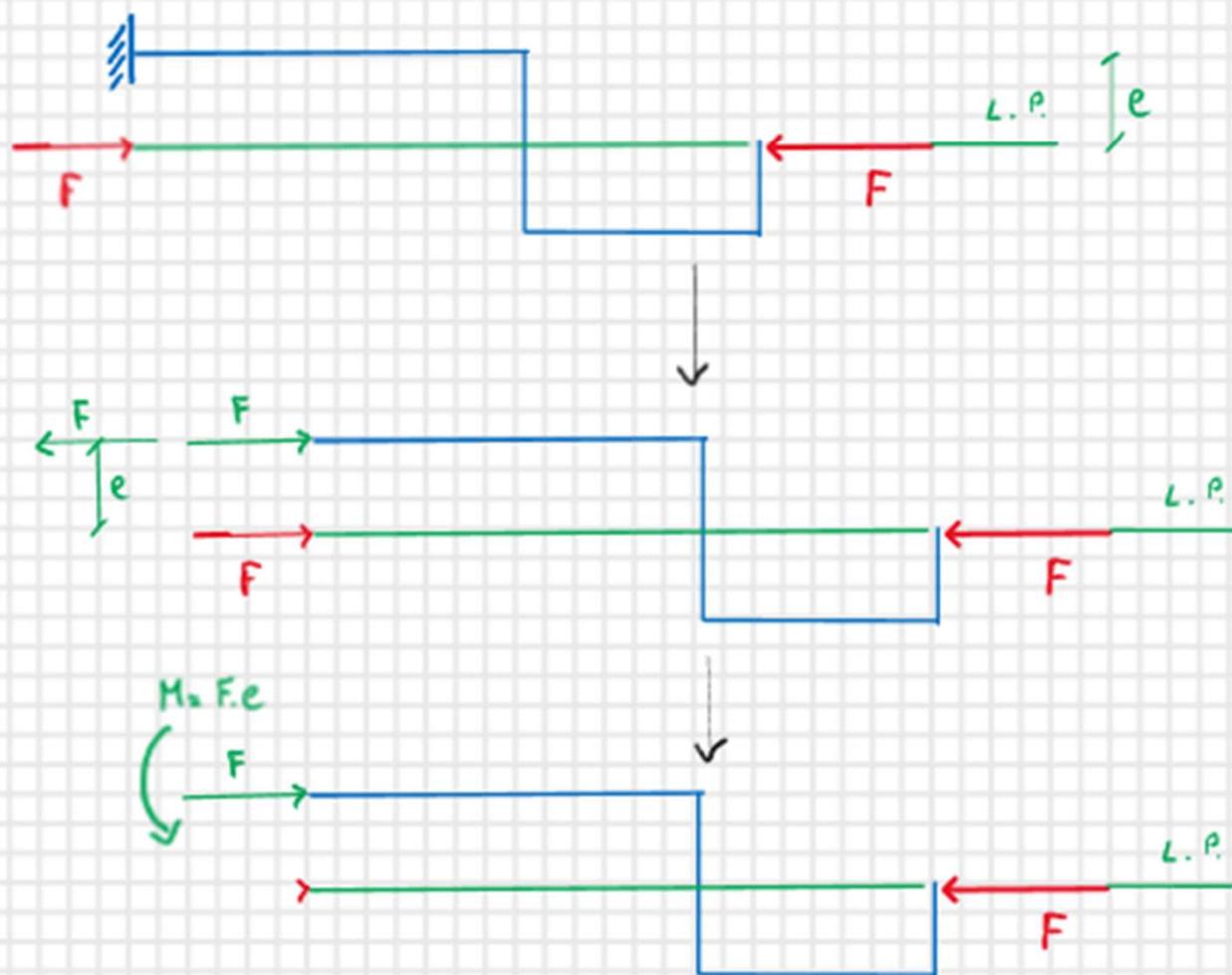
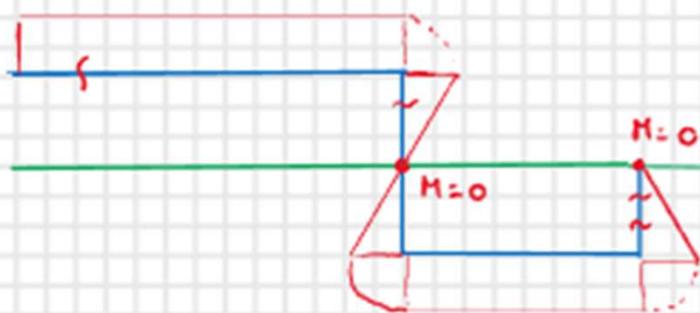
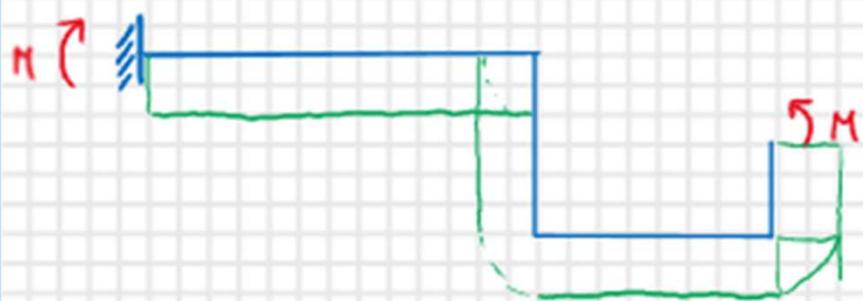


Diagramma dei momenti



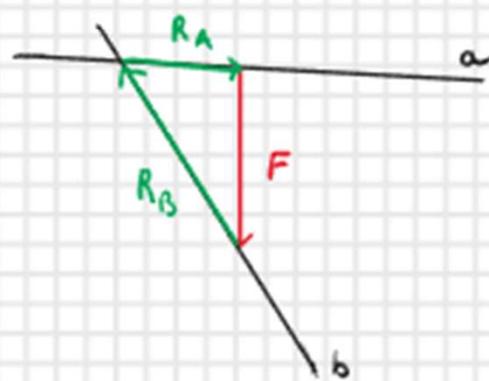
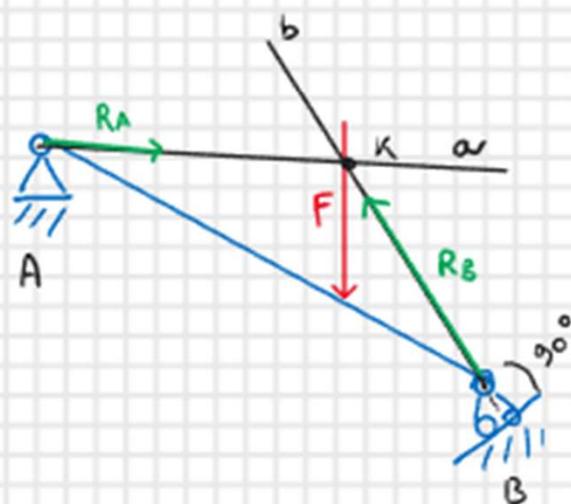
momento è nullo
quando intersechiamo
la L.P. la L.P.

Caso particolare

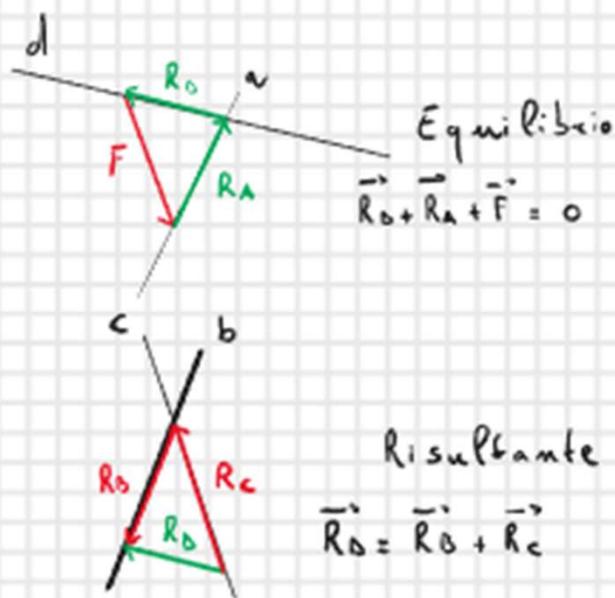
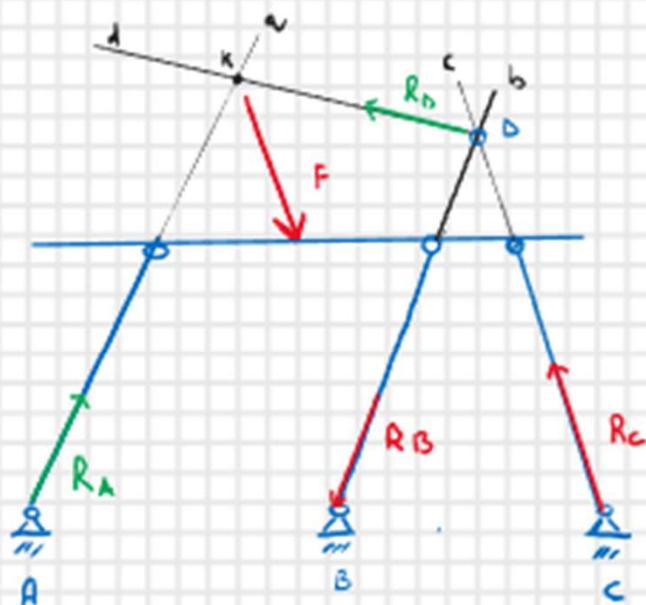


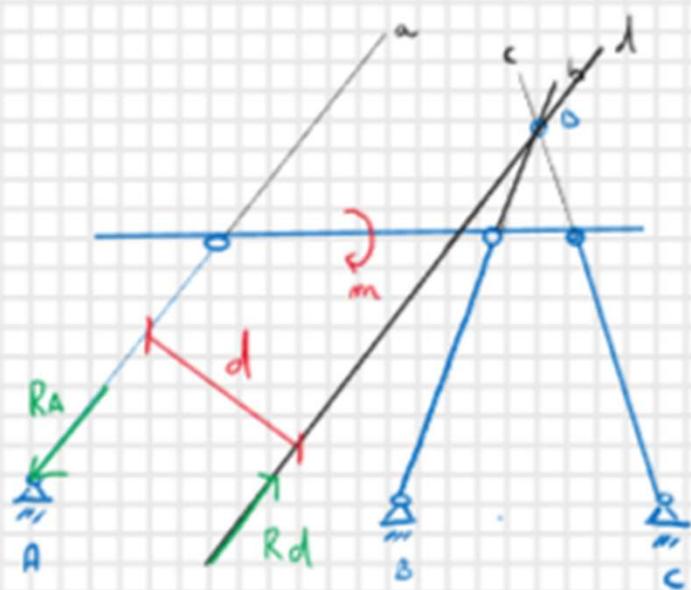
Linea delle pressioni degenera nella retta impropria

Calcolo delle reazioni vincolari



Poligono delle forze chiuso $R=0$



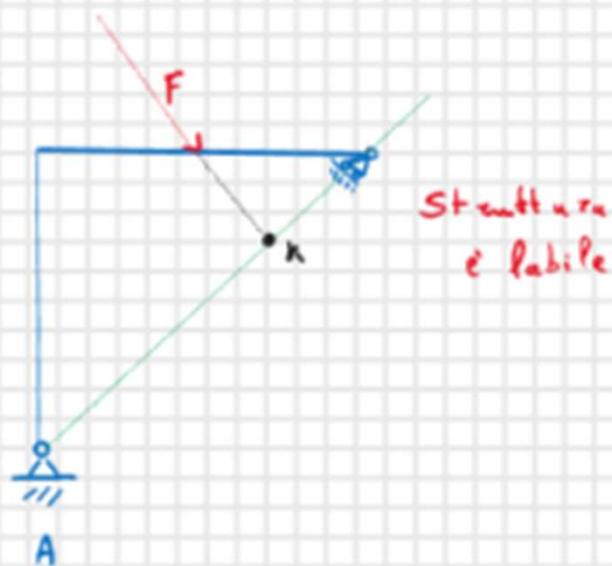
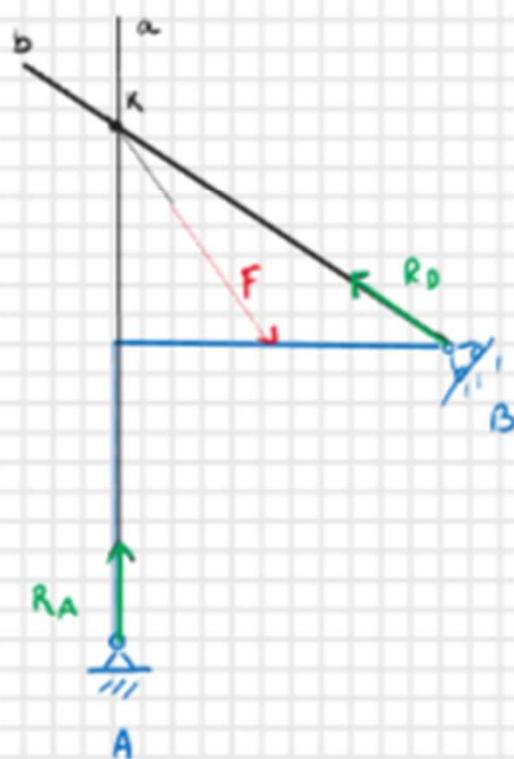


Punto K è il punto improprio (∞)

R_d sarà parallela a R_A

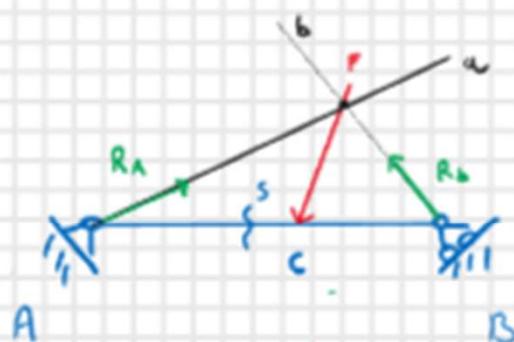
Coppia di forze

$$R_A = \frac{m}{d}$$



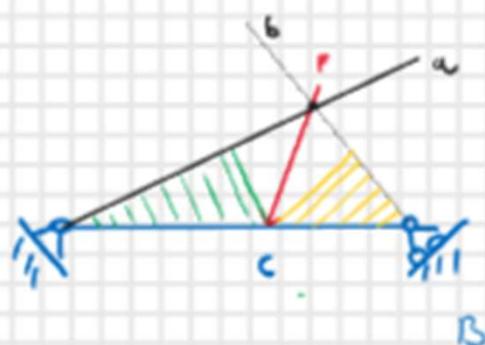
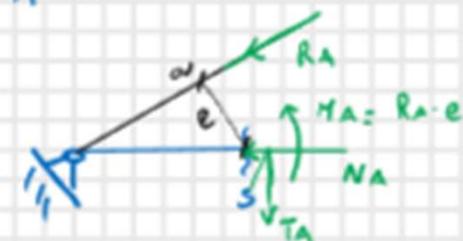
Struttura è labile

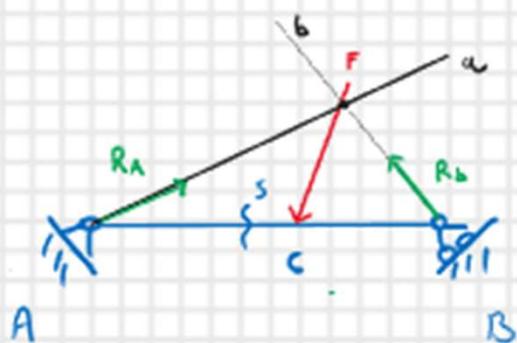
Calcolo linea delle pressioni



Tratto AC linea pressioni a

Tratto CB linea pressioni b

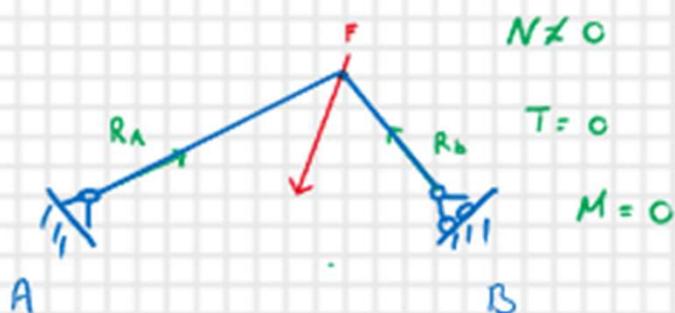




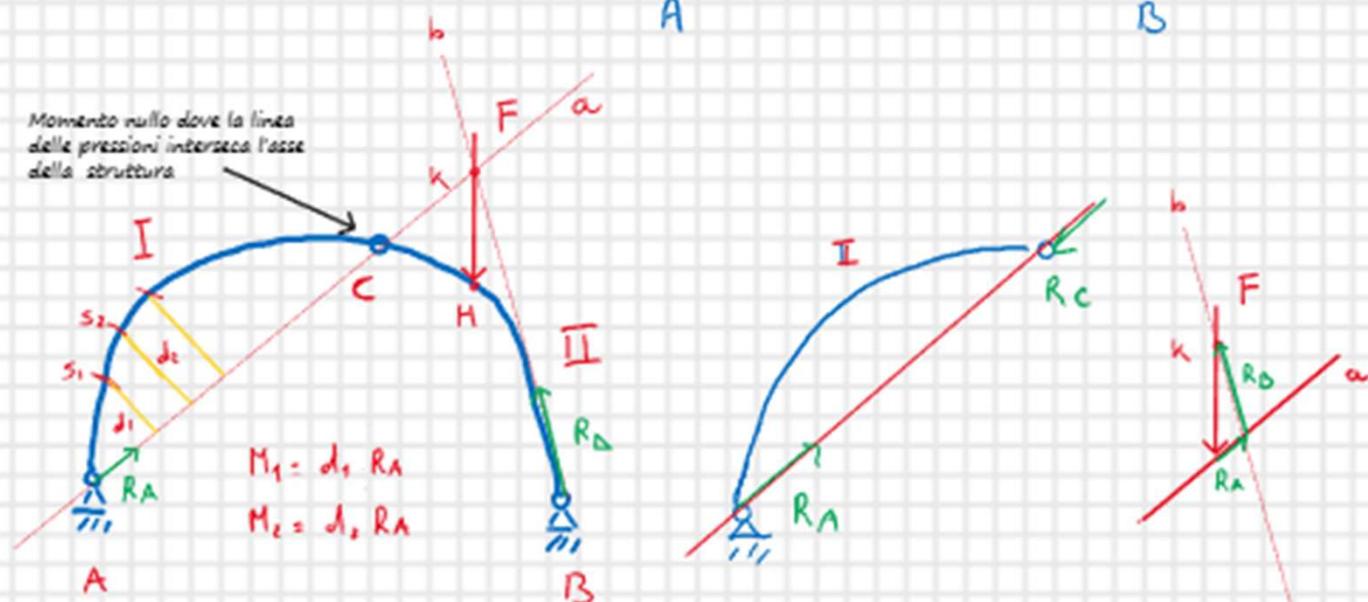
Modifichiamo la forma della trave in modo tale che non sia sollecitata da momento flettente

Linea pressioni non cambia

Struttura funicolare
La linea d'asse segue
la linea delle pressioni



Momento nullo dove la linea delle pressioni interseca l'asse della struttura

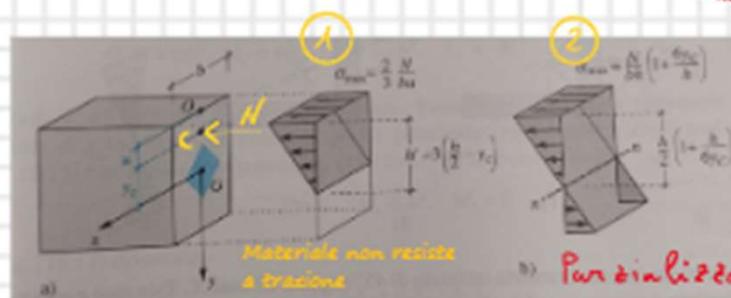
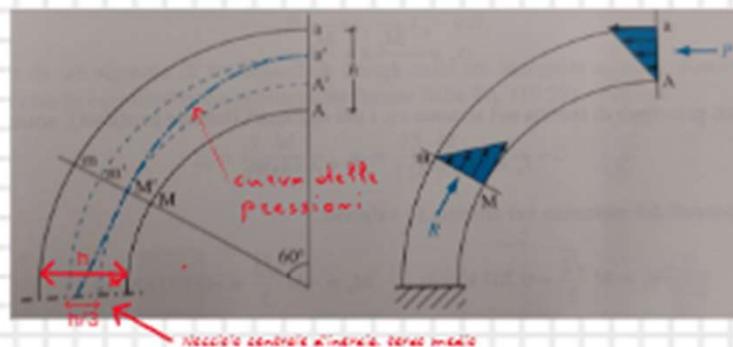


Linea pressioni

Tratto AC : retta a

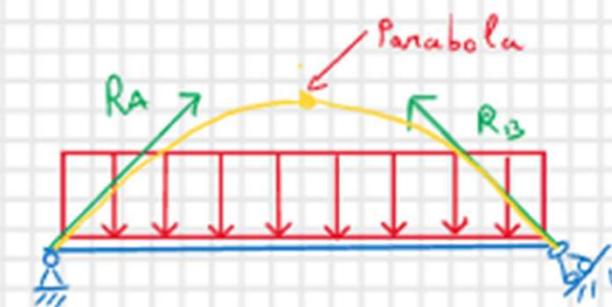
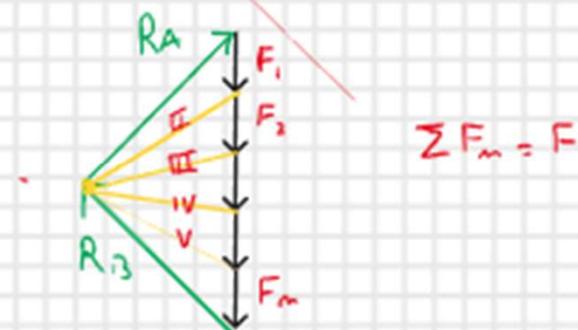
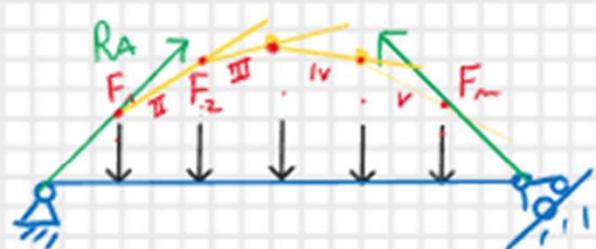
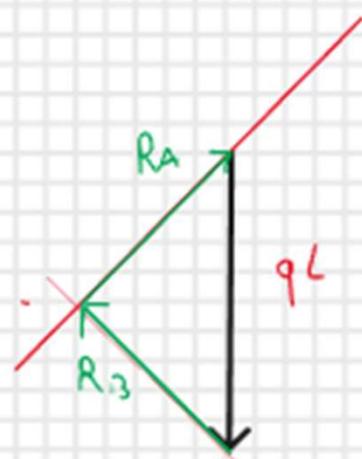
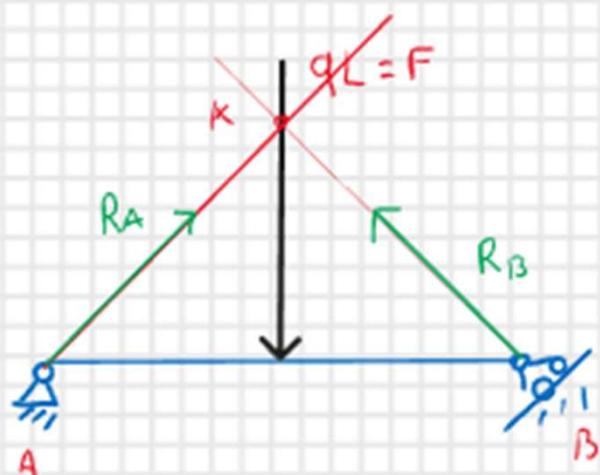
Tratto CI : retta a

Tratto HB : retta b



Nel caso (1)
se c si trova sul bordo

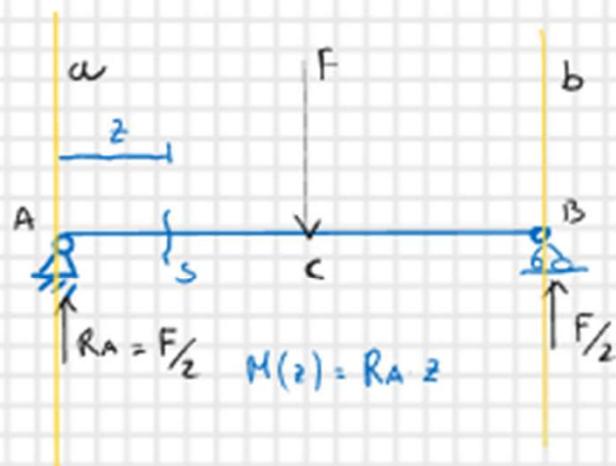
Carico distribuito



Fate tendere $n \rightarrow \infty$
 • carico uniformemente distribuito

Curva pressioni \rightarrow Parabola

Carico concentrato reazioni vincolari verticali



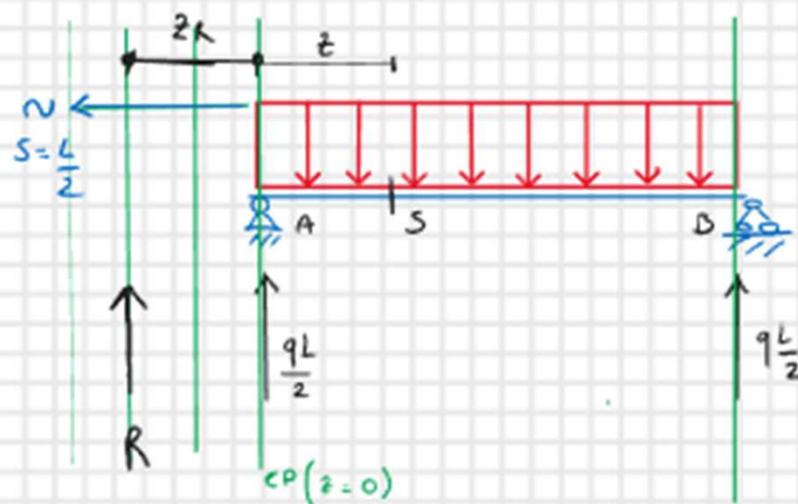
Linea delle pressioni

2 rette verticali

Tratto AC : retta a

Tratto CB : retta b

Carico distribuito reazioni vincolari verticali

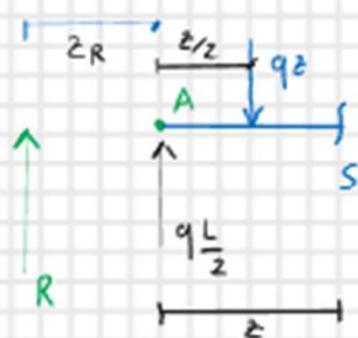


Linea delle pressioni.

fascio di rette verticali esterne alla trave

$$N$$

$$S = \frac{L}{2}$$



Il risultante $R = qL/2 - qz$ si trova all'esterno delle due forze dal lato della forza più grande

$$R z_R = qz \left(\frac{z}{2} \right) \longrightarrow z_R = \frac{qz^2/2}{R}$$

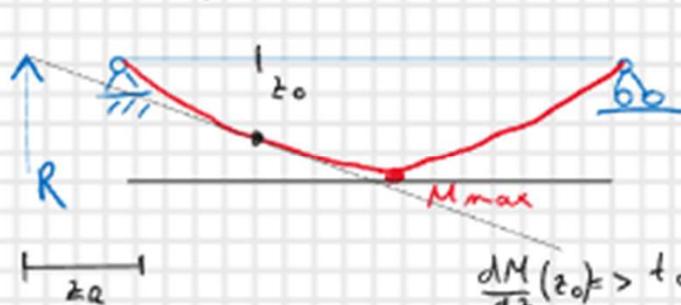
Quando $z = L/2$ (mezzeria), $R = 0$, quindi z_R è il punto improprio all'infinito

$$(1) M(z) = \frac{qL}{2} z - q \frac{z^2}{2}$$

$$(2) M(z) = R (z_R + z)$$

Alternativa al caso (2): Momento in una sezione $M(z) =$ risultante delle forze R che precedono la sezione s per la distanza dalla sezione ($z_R + z$)

Diagramma dei momenti.



$$M(z) = \frac{qL}{2} z - q \frac{z^2}{2}$$

$$\frac{dM}{dz}(z_0) = \text{tangente nel punto } z_0$$

Per $z_0 = \frac{L}{2}$ Max \longrightarrow

$$\frac{dM}{dz} \left(\frac{L}{2} \right) = 0$$

Taglio nullo

$$z_R \longrightarrow N$$

