Titolo: Dinamica

Sistema vibrante:

- elementi che accumulano energia cinetica — massa
- " " " " potenziale — molle
- " che dissipano energia — smorzatori

Sistemi continui e sistemi discreti

i vari elementi (massa, molla e smorzamento) sono distribuiti nella struttura

Infiniti gradi di libertà

I vari elementi sono concentrati in punti particolari della struttura

Gradi di libertà finiti

Sistemi → smorzati / non smorzati → liberi (perturbato) / forzati (forza esterna)

forzati →
- casuale (sisma evento)
- nota: abbiamo l'espressione analitica della forza

Sistemi discreti ad 1 grado di libertà (SOF)

Serbatoio

massa → massa serbatoio

molla → Rigidezza flessionale della struttura

Molla → $F_{el} = k x$

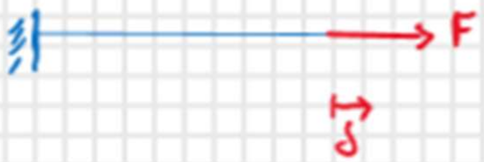
$F = \frac{3EJ}{h^3} \delta$

k

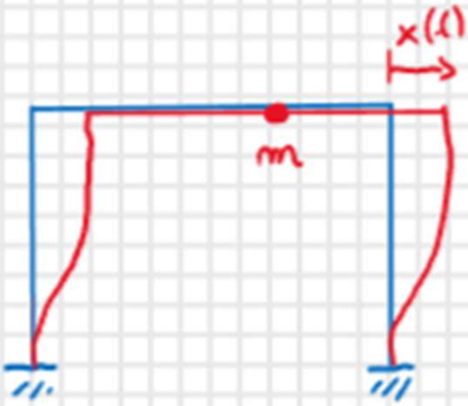
Rigidezza flessionale

$\frac{F}{\delta} = k$

noto F e δ si determina K



$F = \frac{EA}{L} \delta$ $\qquad$ $k = \frac{EA}{L}$ Rigidezza assiale

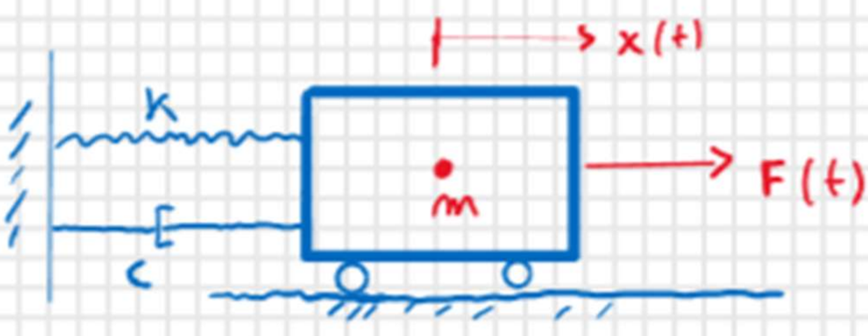


Rigidezza assiale del solaio

>>

Rigidezza flessionale delle colonne

Schema per struttura 1 gl

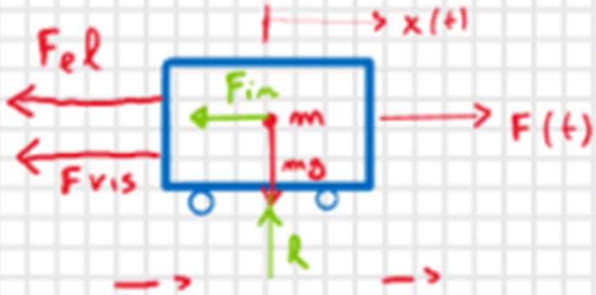


Ricavare l'equazione del moto del sistema

Metodi

- Equilibrio
- Energetici

1) Equilibrio



$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{F}_{vis} = -c\dot{x}(t)$$

$$\vec{F}_{el} = -Kx(t)$$

$$\vec{F}_{in} = -m\ddot{x}(t)$$

$\vec{F}$ somma di tutte le forze presenti nel sistema

$$-kx(t) - c\dot{x}(t) + F(t) = m\vec{a} = m\ddot{x}(t)$$

Equazione del moto

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + Kx(t) = F(t)$$

$$\vec{F} = -\vec{F}_{in} \longrightarrow \vec{F} + \vec{F}_{in} = 0 \qquad \vec{F}^{*} = 0$$

Il problema dinamico lo tratto come un problema statico, considerando tutte le forze che agiscono sul sistema, includendo la forza d'inerzia (Principio di D'Alembert)

2) Teorema delle potenze

$$\sum W = \frac{d}{dt} T$$

W = potenze forze presenti nel sistema

T = energia cinetica $T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2$

$$\frac{dT}{dt} = m \dot{x}(t) \ddot{x}(t) \longrightarrow -F_{in} \dot{x}(t) = -W_{in}$$

$$\sum W = \frac{dT}{dt} = -W_{in} \longrightarrow \sum W^* = 0$$

$$-(kx)\dot{x} - (c\dot{x})\dot{x} + F\dot{x} = m\ddot{x}\dot{x} \xrightarrow[\text{semplificando } \dot{x}]{} m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F$$

mg e R non hanno potenza associata perché perpendicolari alla velocità $\dot{x}(t)$

3) Energia totale

$$E_{tot} = T + V$$

T = energia cinetica

V = energia potenziale

Principio

$$L_{nc} = \Delta E_{tot} = \Delta(T+V)$$

L_{nc} lavoro delle forze non conservative

$$dL_{nc} = dE_{tot} = d(T+V)$$

- V è data dalla molla
- $V = \frac{1}{2} k x^2$

$$W_{nc} = \frac{dL_{nc}}{dt} = \frac{dE_{tot}}{dt} = \frac{d}{dt}(T+V)$$

$$W_{nc} = \frac{dL_{nc}}{dt} = F\frac{dx}{dt} - c\dot{x}\frac{dx}{dt} = F\dot{x} - c\dot{x}^2$$

$$\frac{d(T+V)}{dt} = m\dot{x}\ddot{x} + kx\dot{x}$$

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + Kx = F$$

$$W_{nc} = \frac{dL_{nc}}{dt} = \frac{dE_{tot}}{dt} = \frac{d}{dt}(T+V)$$

1) Equazioni di Lagrange

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} = \frac{\delta L_{nc}}{\delta q_i}$$

$i = 1 \dots n$ n° gradi di libertà del sistema

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} + \frac{\partial R}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\delta L_F}{\delta q_i}$$

R = funzione di dissipazione

L_F = lavoro forze non conservative (esterne)

L_{nc} = lavoro forze non conservative (esterne + dissipative)

$q \equiv x$

$T = \frac{1}{2} m\dot{x}^2 \qquad \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = m\dot{x} \qquad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right) = m\ddot{x}$

$\frac{\partial T}{\partial x} = 0$

$\frac{\partial V}{\partial x} = kx$

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + Kx = F$$

$R = \frac{1}{2} c\dot{x}^2 \qquad \frac{\partial R}{\partial \dot{x}} = c\dot{x}$

$\frac{\delta L_F}{\delta x} = \frac{F\,\delta x}{\delta x} = F$

$$\mathcal{L} = T - V$$

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = \frac{\delta L_{nc}}{\delta q_i} \longrightarrow \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} = \frac{\delta L_{nc}}{\delta q_i}$$