

PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II

A.A. 2024/2025 - INGEGNERIA

APPELLO DEL 1.09.2025

1. Dopo averne stabilito l'esistenza, trovare TUTTI i punti di massimo/minimo relativi e assoluti della funzione $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y, z) = e^{x^2+y^2+z^2}$$

sull'insieme definito dalle relazioni $9x^2 \geq y^2 + z^2$, $|x| \leq 2$.

GLI STUDENTI CHE HANNO SEGUITO IL CORSO NEGLI A.A. PRECEDENTI POSSONO SCEGLIERE DI RISOLVERE IL SEGUENTE ESERCIZIO AL POSTO DEL PRIMO.

- 1'. Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} u'' + u' + u = e^{3x} \\ u(0) = 0 \quad u'(0) = \frac{1}{9}. \end{cases}$$

2. Studiare la convergenza puntuale e uniforme della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\arcsin \frac{1}{n^2} \right) \left(\frac{1+x}{1-x} \right)^n$$

al variare di $x \in \mathbb{R}$.

3. Trovare una parametrizzazione $\sigma : I \rightarrow \mathbb{R}^3$ dell'insieme

$$M = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y \geq 0, z \leq 0, 1 \leq x = \sqrt{y^2 + 9z^2} \leq 3 \right\},$$

dove I è un rettangolo di $\mathbb{R}^2$. Calcolare quindi $\int_{\sigma} f$, dove $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ è la funzione definita da

$$f(x, y, z) = yz.$$

4. Trovare una parametrizzazione $\sigma : I \rightarrow \mathbb{R}^3$ dell'insieme

$$E = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \sqrt{x^2 + 4z^2} \leq y, 1 \leq y \leq 2 \},$$

dove I è un rettangolo di $\mathbb{R}^2$. Calcolare

$$\int_{\partial \sigma} \omega,$$

dove ω è la 2-forma differenziale definita da

$$\omega(x, y, z) = 2xdy \wedge dz + 5ydz \wedge dx + 6zdx \wedge dy.$$