

PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II

A.A. 2024/2025 - INGEGNERIA

APPELLO DEL 02.07.2025

1. Dopo averne stabilito l'esistenza, trovare TUTTI i punti di massimo/minimo relativi e assoluti della funzione

$$f(x, y) = y^2 - 3x^2y^2 - y^3$$

sull'insieme definito dalle relazioni $0 \leq y \leq 1 - 3x^2$.

GLI STUDENTI CHE HANNO SEGUITO IL CORSO NEGLI A.A. PRECEDENTI POSSONO SCEGLIERE DI RISOLVERE IL SEGUENTE ESERCIZIO AL POSTO DEL PRIMO.

- 1'. Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} u'' + u' + 2u = e^{3x} \\ u(0) = 0 \quad u'(0) = \frac{1}{5} \end{cases}.$$

2. Studiare la convergenza puntuale e uniforme della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sin \left(\frac{n^2\pi - 1}{n^2} \right) \right) \left(\frac{1+2x}{1-2x} \right)^n$$

al variare di $x \in \mathbb{R}$.

3. Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + 3y^2};$$

calcolare $\int_E f$, dove

$$E = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0, y \geq 0, x^2 + 3y^2 \leq 1, |z| \leq x + \sqrt{3}y \right\}.$$

4. Trovare una parametrizzazione $\sigma : I \rightarrow \mathbb{R}^3$ dell'insieme

$$E = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \sqrt{y^2 + 4z^2} \leq x, 3 \leq x \leq 5 \},$$

dove I è un rettangolo di $\mathbb{R}^3$. Calcolare

$$\int_{\partial\sigma} \omega,$$

dove ω è la 2-forma differenziale definita da

$$\omega(x, y, z) = 2xdy \wedge dz + 3ydz \wedge dx + 4zdx \wedge dy.$$