

NOME e COGNOME, num. documento

Scrivere SOLO A PENNA e presentare UNA SOLA versione per esercizio. Non saranno valutati risultati di cui non è chiaro il procedimento usato per arrivarvi. ALMENO UNO dei seguenti quesiti sui vettori deve essere giusto per avere la sufficienza.

QUESITI SUI VETTORI

1. Dati i due vettori: $\vec{A} = (2, -2, 1)$ e $\vec{B} = (2, -1, 1)$, calcolare il prodotto scalare S .

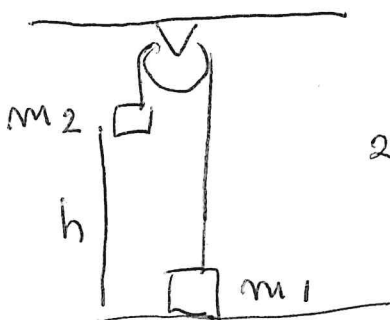
$$\vec{A} \cdot \vec{B} = 2 \cdot 2 + (-2) \cdot (-1) + 1 \cdot 1 = 7 \rightarrow 5$$

2. Dati i due vettori: $\vec{A} = (1, -1, 1)$ e $\vec{B} = (2, -1, 4)$, calcolare il vettore somma $\vec{C} = 2\vec{A} - \vec{B}$.

$$\vec{C} = 2(1, -1, 1) - (2, -1, 4) = (2, -2, 2) - (2, -1, 4) = (0, -1, -2) \rightarrow 0$$

PROBLEMA I

Agli estremi di un filo, passante su di una carrucola priva di attrito e di massa trascurabile, sono fissati due corpi puntiformi di massa m_1 ed m_2 , con $m_1 < m_2$ ($m_1 = 8,0 \text{ kg}$, $m_2 = 16,0 \text{ kg}$). Supporre assente ogni forma di attrito, trascurare la massa del filo. Il sistema è lasciato libero dalla quiete nella configurazione in cui il corpo di massa m_1 sta sul piano orizzontale mentre quello di massa m_2 si trova ad un'altezza $h = 2,45 \text{ m}$ (vedi figura). Nel momento che m_2 tocca il piano, determinare 1) la variazione di energia potenziale del corpo 1, ΔU_1 , e la variazione di energia potenziale del corpo 2, ΔU_2 ; 2) con quale velocità la massa m_2 tocca il piano, v_2 .



$$1) \Delta U_1 = U_{1f} - U_{1i} = m_1 g h = 8 \cdot 9,8 \cdot 2,45 = 192 \text{ J}$$

$$\Delta U_2 = \dots = -m_2 g h = -16 \cdot 9,8 \cdot 2,45 = -384 \text{ J}$$

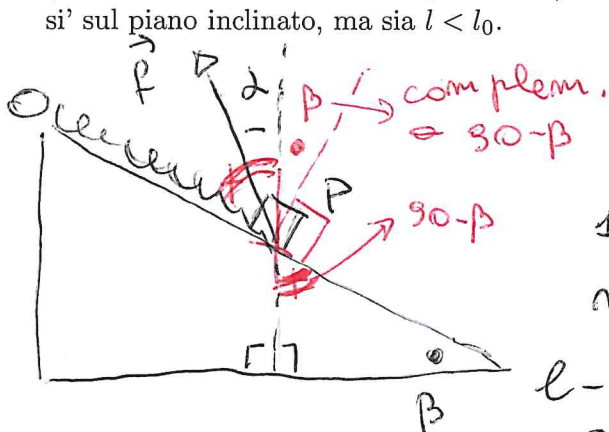
$$2) E_i = E_f \quad 0 + m_2 g h = \frac{1}{2} m_1 v^2 + \frac{1}{2} m_2 v^2 + m_1 g h$$

$$v_2 = v \quad (m_2 - m_1) g h = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2 g h (m_2 - m_1)}{m_1 + m_2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9,8 \cdot 2,45 \cdot 8}{24}} = 4,0 \text{ m/s}$$

PROBLEMA II

Un punto P di massa m poggia su di un piano inclinato privo di attrito che forma un angolo β con l'orizzontale. Il punto si trova in equilibrio sotto l'azione di una molla e di una forza $\vec{f}$ di intensità nota, disposta nello stesso piano verticale. La direzione della forza forma l'angolo α con la verticale. La molla ha lunghezza a riposo l_0 e costante elastica K . Nella situazione di equilibrio, eseguendo i calcoli nel caso particolare ($m = 10,2 \text{ kg}$; $f = 30 \text{ N}$; $\beta = \alpha = 30^\circ$; $l_0 = 40 \text{ cm}$; $K = 40 \text{ N/m}$), si determini: 1) la lunghezza della molla $l > l_0$; 2) intensità della reazione vincolare R offerta dal piano inclinato. 3) Nel caso generale (quindi senza valori numerici particolari) discutere quanto deve valere mg perché sia verificato che P stia sul piano inclinato, ma sia $l < l_0$.



equilibrio

$$\begin{cases} P_{\parallel} - f_{\parallel} - f_{ee} = 0 \\ f_{\perp} + R - P_{\perp} = 0 \end{cases}$$

1) //

$$m g \sin \beta - f \sin(\alpha + \beta) - K(l - l_0) = 0$$

$$l - l_0 = \frac{m g \sin \beta - f \sin(\alpha + \beta)}{K}$$

$$= \frac{9,8 \cdot 10,2 \cdot \sin 30^\circ - 30 \sin 60^\circ}{40} = 0,60 \text{ m}$$

$$l = (l - l_0) + l_0 = 0,60 + 0,40 = 1,00 \text{ m} \quad 0,80 \text{ m}$$

2) $\perp$

~~Per~~

$$f \cos(\alpha + \beta) + R - mg \cos \beta = 0$$

$$R = mg \cos \beta - f \cos(\alpha + \beta) = 10,2 \cdot 9,8 \cdot \cos 30^\circ - 30 \cos 60^\circ = \underline{71,6 \text{ N}}$$

3) Per avere $l < l_0$ cioè $l - l_0 < 0$

da 1) $mg \sin \beta - f \sin(\alpha + \beta) < 0$

$$mg \sin \beta < f \sin(\alpha + \beta) \quad mg < \frac{f \sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta}$$

Per stare sul piano $R > 0$

da 2)

$$mg \cos \beta - f \cos(\alpha + \beta) > 0$$

$$mg \cos \beta > f \cos(\alpha + \beta) \quad mg > \frac{f \cos(\alpha + \beta)}{\cos \beta}$$

cioè

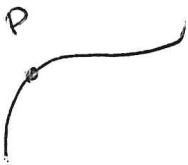
$$\frac{f \cos(\alpha + \beta)}{\cos \beta} < mg < \frac{f \sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta}$$

NOME/COGNOME

Rispondere alle domande. Se si scrivono formule, scrivere cosa significano i simboli nel caso sia diversi da quelli standard e/o già usati a lezione.

1) Definisci il moto uniformemente accelerato e scrivi la sua legge oraria.

2) Data la traiettoria curvilinea qui sotto. Disegna e scrivi la formula per l'accelerazione $\vec{a}$ del punto P evidenziando sia la componente tangenziale che quella centripeta.



3) Enuncia il terzo principio della dinamica.

4) Cosa rappresenta l'area nel grafico forza verso spostamento (F_x verso x)? A quale grandezza fisica corrisponde?

5) Che principio della fisica sfruttiamo per camminare sul suolo? E un razzo nel vuoto dello spazio?

6) Scrivi la formula dell'energia cinetica e del teorema dell'energia cinetica.

7) Definisci il vettore momento meccanico (anche detto momento torcente o momento di una forza) e sia dalla formula che da un disegno fai capire cos'è il "braccio".

8) Puoi sommare una coppia di forze di azione reazione? SÌ, NO, DIPENDE e spiega.

9) Scrivimi due esempi in cui una persona può fare esperienza di una forza fittizia.

10) Spiega la conservazione del momento angolare e fai un esempio.