

MEDIOEVO IN EUROPA (VI SEC. – XIV SEC.)

Quali sono le date-simbolo che delimitano il Medioevo?

Per la Storia:

- 476: caduta di Roma (Odoacre)
- 1453: caduta di Costantinopoli (Turchi)

Per la Storia della matematica:

- 529: morte di Boezio
chiusura della Scuola di Atene (Giustiniano)
fondazione dell'abbazia di Montecassino
- 1436: morte di al-Kashi (ponte tra antichità e Medioevo)
nascita di Regiomontano



◇ *ALTO MEDIOEVO: sec. VI, VII, VIII, IX, X*

All'inizio di questo periodo l'ambiente culturale è afro-asiatico e musulmano. E' un'età buia per la matematica europea (*si sente scricchiolare nel silenzio solo la penna del Venerabile Beda...*). I matematici più importanti scrivono in arabo. In questo periodo si consolida l'intreccio di 5 culture:

- Cina
- India
- Arabia
- Impero d'Oriente
- Impero di Occidente.

○ Nel 529 Giustiniano chiude la Scuola di Atene perché pagana: gli studiosi si disperdono ma in parte ritornano. Non avviene nessuna seria frattura nella cultura greca bizantina.

○ Nell'*Impero d'Oriente* gli scienziati cristiani usano fonti pagane. Pochi contributi nuovi ma molti commentari: la tradizione greca si tramanda. A Bisanzio continua la notazione alfabetica dei numeri, anche all'interno del nuovo sistema indo-arabico; avverrà il suo lento declino fino al XIII secolo.

○ Nell'*Impero d'Occidente*: con **Severino Boezio** (480-529) e i suoi successori, Isidoro di Siviglia, Cassiodoro, ecc. si producono solo trattati elementari e grezzi.

Dopo il buio dei secoli precedenti,

• **Alcuino di York** (735-804), educatore brillante a York (tradizione irlandese e influenza romana), viene incaricato da Carlo Magno di rivitalizzare l'istruzione in Francia, sostenendo così il "Rinascimento carolingio". Produce solo opere pedagogiche di esercizi, di calcolo, di astronomia. Ma sono manuali elementari.

• **Gerberto** (940-1003), è vescovo a Reims, poi a Ravenna e poi papa, come Silvestro II. E' il primo a insegnare l'uso delle cifre indo-arabiche partendo dagli "apici" di Boezio.

		Si	ce	tem	xe	calc	avi	Ar	or	An	lg
		pos	ten	cas	nis	ris	nas	bas	mus	dra	in
		①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩

Gli "apici" di Boezio in un manoscritto latino del secolo XI

◇ *CAMBIO DI DIREZIONE: sec. XII*

Inizialmente l'Europa cristiana fatica ad accogliere le novità arabe, ma ora si cambia registro. Come nell'Impero arabo si impara il greco nel IX secolo, così nell'Europa di lingua latina si inizia a studiare l'arabo, in quanto tutti i matematici e astronomi sono mori, ebrei, greci e devono imparare la lingua del sapere.

La rinascita inizia col dilagare delle traduzioni dall'arabo: in latino, in spagnolo, in ebraico e poi in latino.

- A **Toledo** nasce una scuola di traduttori di cui fa parte anche **Gerardo da Cremona** (1114-1187) che traduce più di 80 opere dall'arabo al latino. Tra esse gli *Elementi* di Euclide (dalla versione araba di Thabit ibn Qurra) e l'*Almagesto* di Tolomeo, oltre a un adattamento dell'*Algebra* di al-Khwarizmi.

- **Adelardo di Bath** (1075 - 1160): traduce gli *Elementi* di Euclide intorno al 1120.

- **Robert di Chester** (~ 1150). L'Europa si mostra più aperta verso la matematica araba che verso la geometria greca, probabilmente perché più elementare. In particolare, Robert di Chester traduce testi importanti di trigonometria araba. A lui si deve il termine "seno" (dal latino *sinus*) per un errore di traduzione... Come era successo in passato per "algoritmo"...

◇ *BASSO MEDIOEVO: sec. XII-XIII*

Inizia un periodo di fervore culturale e artistico. Vengono fondate le prime università europee:

Bologna (1088)

Parigi (1150)

Oxford (~ 1167)

Salamanca (1134)

Cambridge (1209)

Padova (1222)

Napoli (1224)

Siena (1240)...

che si affiancano ai monasteri dell'Alto Medioevo come centri culturali. Sorgono le grandi cattedrali gotiche (Notre Dame, Westminster, Reims...) e operano grandi figure come Alberto Magno, Tommaso d'Aquino, Ruggero Bacone... E' epoca di grandi invenzioni (polvere da sparo, bussola, lenti da vista, orologi meccanici...).

◇ *INIZIO DI FIORITURA IN MATEMATICA: sec. XIII*

Nel XIII sec. si presentano due filoni di attività e sensibilità per i matematici: scuole ecclesiastiche/università e commercianti. Entrambi diffondono le cifre indo-arabiche e la nuova notazione posizionale (allora chiamata “algoritmo”).

Tra i matematici che rendono popolare l’“algoritmo” si ricordano:

- **John of Halifax** (~1200 - 1256), inglese (noto anche come Giovanni Sacrobosco), astronomo: *Tractatus de sphaerae*, testo universitario che resisterà 4 secoli. Nel suo *Algorismus* prende netta posizione a favore delle cifre indo-arabiche, dove tratta anche il concetto di media e l'estrazione di radice.
- **Alexandre de Villedieu** (1175-1240), monaco, grammatico e matematico. Scrisse *Carmen de Algorismo*, testo largamente diffuso, un poema in cui vengono ampiamente descritte le operazioni tra gli interi.
- **Leonardo Pisano detto Fibonacci** (1170 - 1242)



Dopo una giovinezza passata a viaggiare in Egitto, Siria, Grecia e forse nel Lontano Oriente, inizia a proporre le cifre indo-arabiche anche se continua a utilizzare la forma retorica della matematica.

Il suo testo più noto è il *Liber abaci* (1202), che non tratta dell’abaco ma di problemi algebrici. Afferma che “l’aritmetica e la geometria sono connesse tra loro” (seguendo le impostazioni di Boezio e al-Khuwarizmi), ma in realtà tratta di algebra e utilizza la geometria come strumento. Introduce la sbarra orizzontale per rappresentare le frazioni ($\frac{2}{3}$) e le usa sia con notazione decimale, sia sessagesimale, sia egizia (con numeratore 1). Tratta estrazioni di radici e una serie di problemi vivaci, nonché la “serie di Fibonacci”. Questo testo

non è molto apprezzato nelle università perché troppo difficile. Ma nell'opera affronta anche transazioni commerciali e cambi di valuta, rendendola in questo modo molto popolare tra i commercianti.

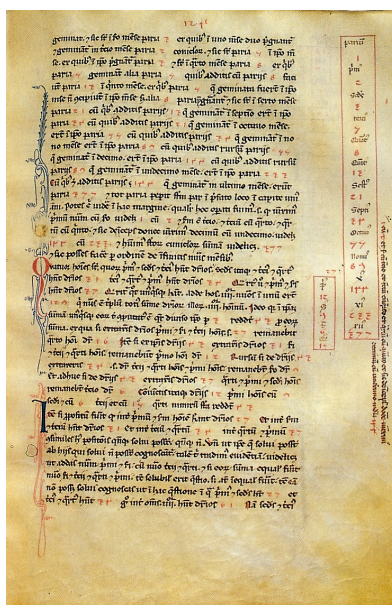
Comunque è grazie a questa opera che Fibonacci può essere considerato il più grande matematico del suo tempo.

Serie di Fibonacci:

$$F_0 = 0, \quad F_1 = 1, \quad F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$$

e quindi:

$$0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, \dots$$



Un foglio del manoscritto su pergamena del *Liber abbaci* (1202) conservato nella Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze contenente nel riquadro a destra li primi tredici numeri, in cifre indo-arabiche, della “successione di Fibonacci”

Nel *Flos* (1225) affronta sia problemi indeterminati (tipo Diofanto) che determinati (tipo Euclide e arabi). Arriva a cimentarsi con alcuni tipi di equazioni di III grado e cerca di esprimere radici (positivi) con metodi di approssimazioni che dureranno alcuni secoli.

Altre opere: *Liber quadratorum* (~1225), dove espone lineamenti di algebra diofantea e problemi aritmetici, e *Practica geometriae* (~1220), basato su traduzioni arabe di testi euclidei. Anche qui il suo approccio è algebrico.

- **Giordano Nemorario** (1225-1260). Non si sa nulla della sua biografia (casi di omonimia hanno confuso le informazioni su di lui). Si è occupato di scienza dei pesi, cioè degli inizi della meccanica (legge del piano inclinato), algoritmi, aritmetica, algebra, geometria. Per primo usa lettere invece di cifre, anche se in modo confuso, rendendo possibile enunciare teoremi di algebra e quindi esprimendo l'idea di "generalità", sottintesa da Euclide e al-Khuwarizmi ma mai esplicitata prima. Ha il merito di aver enunciato per primo la formula risolutiva per le equazioni di II grado.

- **Giovanni Campano da Novara** (1220-1296). Astronomo e matematico molto noto nella sua epoca, traduce e commenta gli *Elementi* di Euclide dall'arabo al latino; ne abbiamo una edizione a stampa del 1482. Commenta anche l'*Almagesto*.

- Un grande evento del XIII secolo è la scoperta degli scritti di **Archimede**, sostanzialmente sconosciuti agli arabi, nella loro versione originale. Willem van Moerbeke (1215 – 1286), arcivescovo cattolico e traduttore fiammingo, viene a contatto con questa versione e ne fornisce la traduzione dal greco al latino nel 1269. Il suo manoscritto originale fu scoperto nella Biblioteca Vaticana nel 1884.

In questo periodo non erano disponibili le opere di Pappo e le coniche di Apollonio erano poco conosciute. L'interesse scientifico si sposta dunque verso l'ottica e la meccanica: i fisici del tardo Medioevo sono anche matematici e viceversa.

◇ *TARDO MEDIOEVO: sec. XIV*

I nomi più famosi sono un inglese e un francese, entrambi vescovi.

• **Thomas Bradwardine** (1290-1349), filosofo, teologo, matematico e poi Arcivescovo di Canterbury. Elabora una “teoria della proporzione” (*Tractatus de proportionibus*, 1328) riguardo alla velocità di un corpo sottoposto a una forza, già ipotizzata da Aristotele ma sbagliata... Bradwardine propone una relazione del tipo

$$v = k \log \frac{F}{R}$$

dove v è la velocità, F la forza e R la resistenza, ma non ne ha conferma sperimentale.

Altre sue opere, dove riecheggiano le ispirazioni di Boezio, Aristotele, Euclide e Archimede, sono *Arithmetica pratica* e *Geometria speculativa*: qui studia l’angolo di contatto, i poligoni stellati e qualche intuizione sulle grandezze continue.

• Oxford nel XIV secolo

I *Calculatores* di Oxford furono un gruppo di pensatori del XIV secolo - quasi tutti iscritti al Merton College di Oxford (denominati per questo “Scuola di Merton”). Essi adottarono uno spiccato approccio logico-matematico, applicandolo a problemi di natura filosofica. Tra essi **Thomas Bradwardine**, William Heytesbury, Richard Swineshead e John Dumbleton.

I progressi compiuti da questi pensatori furono inizialmente di carattere puramente matematico, ma in seguito divennero rilevanti anche nell’ambito della meccanica, utilizzando la logica e la fisica aristoteliche. Studiarono e tentarono di quantificare ogni singola entità fisica osservabile (calore, forza, colore, densità ...). Aristotele era convinto che soltanto la lunghezza ed il moto potessero essere quantificabili. I Calcolatori di Oxford fecero riferimento proprio al suo pensiero dimostrandone l’inattendibilità, essendo in grado di misurare grandezze fisiche quali la temperatura e la potenza.

I *Calculatores* di Oxford distinsero la cinematica dalla dinamica, attribuendo una maggiore importanza alla prima ed indagando la velocità istantanea. Il loro contributo più noto fu il *Teorema della velocità media* – sebbene attribuito successivamente a Galileo:

un corpo che si muove a velocità costante percorre nel medesimo arco temporale la stessa distanza di un corpo accelerato se la velocità da esso raggiunta corrisponde alla metà di quella finale del corpo accelerato.

Tra i “collaboratori esterni” dei *Calculatores* troviamo la mente più brillante del secolo: Oresme.

• **Nicole Oresme** o d’Oresme (1323 – 1382) è un matematico, fisico, astronomo, economista, filosofo, psicologo e musicologo francese. E’ stato vescovo di Lisieux.

♠ Anticipa i concetti di potenza razionale, includendo anche esponenti frazionari nelle leggi

$$x^m \cdot x^n = x^{n+m}, \quad (x^n)^m = x^{nm}$$

e arriva fino a considerare $\sqrt[n]{x^m}$, con n, m numeri naturali. Si cimenta nella nozione di potenza irrazionale, tentando di definire (senza riuscirci)

$$x^{\sqrt{2}}.$$

♠ E’ uno dei primi ad occuparsi di somme infinite (tema che stava affascinando molti matematici del XIV secolo), scoprendo i risultati di molte di esse e dimostrando la divergenza della serie armonica

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{n} + \cdots.$$

Con ingegnoso procedimento grafico mostra che

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{8} + \cdots + \frac{n}{2^n} + \cdots = 2.$$

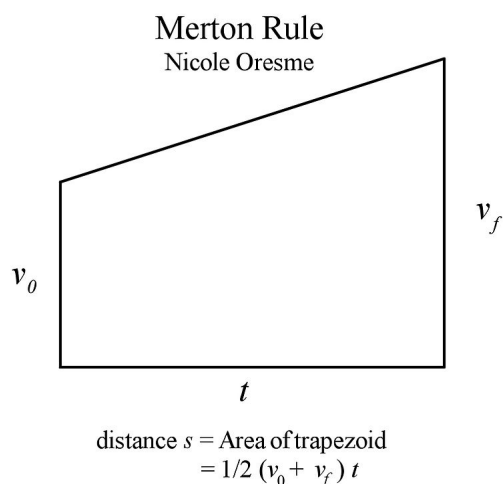
♠ Oresme rimane una delle menti più brillanti di tutta la matematica medioevale europea, ma molte delle sue idee saranno dimenticate e dovranno aspettare secoli per essere riscoperte e rielaborate.

♠ Tra i suoi contributi più innovativi, l’introduzione del “grafico” di una funzione. Infatti è il primo ad avere l’idea di rappresentare il movimento con un grafico alla maniera moderna. Si spinge fino alla soglia di rappresentazioni tridimensionali, ma qui si ferma non avendo a disposizione l’algebra necessaria.

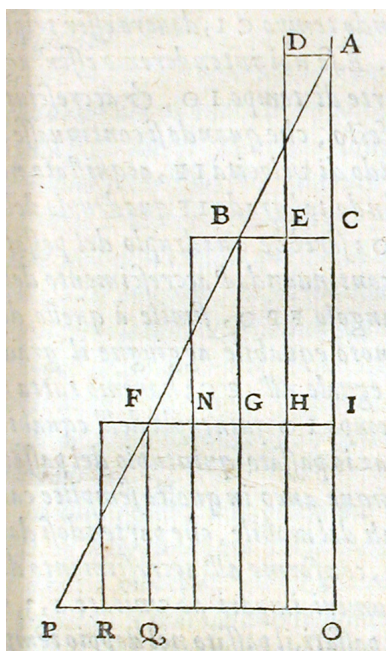
Oresme fornisce una dimostrazione geometrica del *Teorema di Merton della velocità media* intorno al **1361**. Utilizza metodi grafici rappresentando la velocità in funzione del tempo, dove l’area sotto il grafico velocità-tempo rappresenta la distanza. Il suo metodo consiste nel dimostrare che l’area di un trapezio rettangolo (che rappresenta un moto uniformemente accelerato dalla velocità iniziale v_0 alla velocità finale v_f) è uguale all’area di un rettangolo con la stessa larghezza (tempo) e l’altezza corrispondente alla velocità nel punto medio dell’intervallo di tempo.

La **dimostrazione grafica** del *Teorema della velocità media* prodotta da Oresme rappresenta un balzo in avanti monumentale nello sviluppo del pensiero matematico e scientifico.

Il suo lavoro pone le basi per la successiva scoperta della geometria analitica da parte di Descartes e Fermat e per lo studio della cinematica da parte di Galileo.



La dimostrazione di Galileo della legge dello spazio percorso in caso di moto uniformemente accelerato è analoga a quella che fece d'Oresme secoli prima...



«Le fonti pubblicate ora ci dimostrano incontestabilmente come le principali proprietà cinematiche del moto uniformemente accelerato - ancora attribuite a Galileo dai testi di fisica - siano state in realtà scoperte e dimostrate dagli allievi della Scuola di Merton...

Le caratteristiche della fisica greca vennero sostituite fondamentalmente - almeno per quanto riguarda il moto - dalle quantità numeriche che hanno da allora dominato la scienza occidentale. Il loro contributo scientifico si diffuse rapidamente in Francia, Italia e in altre parti d'Europa. Quasi contemporaneamente, Giovanni da Casale e Nicole Oresme scoprirono come rappresentare i risultati delle loro ricerche con l'ausilio di grafici geometrici, introducendo così il collegamento tra la geometria e il mondo fisico, che divenne la seconda peculiarità del pensiero occidentale...»

*Clifford Truesdell (1919 - 2000)
matematico, filosofo e storico della scienza statunitense*