Architetture Degli Elaboratori

Lezione 1.b
Rappresentazione dei numeri e porte logiche

Rappresentare l'informazione

Quando si hanno solo due simboli

- Per elaborare l'informazione il computer utilizza solo due simboli, che indichiamo con 0 e 1
- Questo significa che **ogni** informazione deve essere codificata usando solo sequenze di questi simboli:
  - Numeri interi
  - Numeri reali
  - Caratteri
  - Istruzioni
  - …

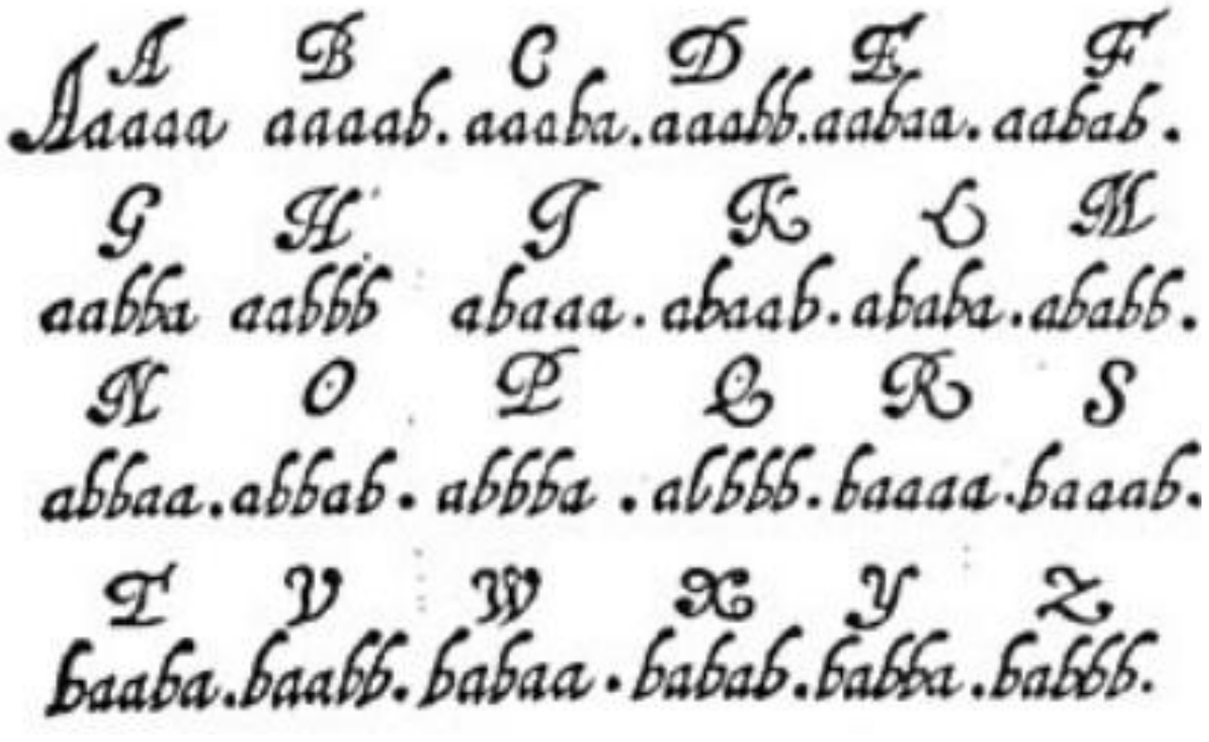
Non una novità assoluta

D: quali altri sistemi di comunicazione usano due soli ‘simboli’?

Non una novità assoluta

A	·–	J	·–––	S	···	2	··–––
B	–···	K	–·–	T	–	3	···––
C	–·–·	L	·–··	U	··–	4	····–
D	–··	M	––	V	···–	5	·····
E	·	N	–·	W	·––	6	–····
F	··–·	O	–––	X	–··–	7	––···
G	––·	P	·––·	Y	–·––	8	–––··
H	····	Q	––·–	Z	––··	9	––––·
I	··	R	·–·	1	·––––	0	–––––

Steganografia: cifrario di Bacone

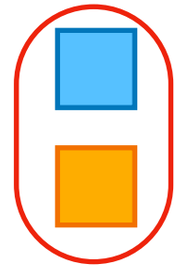


To en**co**de **a** mess**a**ge e**ac**h letter **of** the **pla**in**tex**t **i**s replaced b**y a g**rou**p of** fi**ve** o**f t**he l**ett**e**rs 'A' or 'B'.**

Bits and Bytes

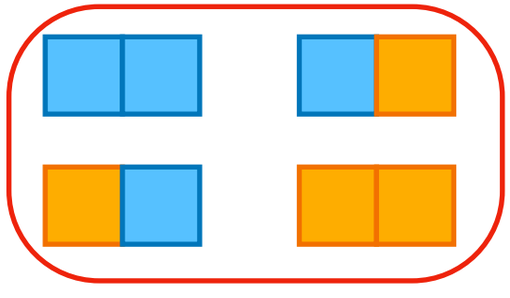
Dal singolo valore binario a 8 bit

2 sequenze di 1 bit

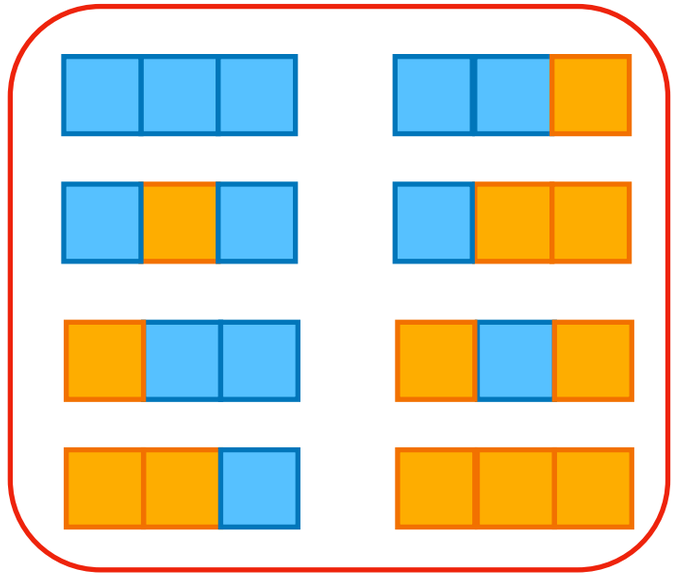


Il bit rappresenta una singola cifra binaria.
Ovvero può assumere solo due valori, 0 e 1

4 sequenze di 2 bit



8 sequenze di 3 bit



Una sequenza di 8 bit è detta **byte**

D: Quante diverse sequenze di 8 bit esistono?

Ogni posizione può assumere 2 valori, vi sono 8 posizioni,
quindi $2 \times 2 \times \ldots \times 2 = 2^8 = 256$ possibili sequenze diverse

$$\underbrace{8 \text{ volte}}$$

In generale abbiamo 2^n sequenze distinte di n bit

Kilo, Mega, Giga, Tera, …

Multipli in base 2 e in base 10

- Esiste una possibilità di **fraintendimenti** quando si parla di Kilobyte, Megabyte, etc
- Tradizionalmente, dato che $2^{10} = \mathbf{1024}$ è molto vicino a $10^3 = \mathbf{1000}$, il prefisso "**Kilo**" indicava 1024 byte, "Mega" $1024^2 = 2^{20}$ byte, etc
- In altri casi il prefisso "Kilo" indicava 1000 byte, "Mega" $1000^2 = 10^6$ byte, etc
- Per chiarire se si deve moltiplicare per 1000 ("base 10") o 1024 ("base 2") esistono nomi diversi…
- …ma non tutti li usano (e.g., la **memoria** di solito è in "**base 2**", lo **storage** in "**base 10**")

Kilo, Mega, Giga, Tera, …

Multipli in base 2 e in base 10

Nome	Sigla	Dimensione
Kilobyte	KB	1000 byte
Kibibyte	KiB	1024 byte
Megabyte	MB	1000 KB
Mebibyte	MiB	1024 KiB
Gigabyte	GB	1000 MB
Gibybyte	GiB	1024 MB
Terabyte	TB	1000 GB
Tebibyte	TiB	1024 GiB
Petabyte	PB	1000 TB
Pebibyte	PiB	1024 TiB

Numeri senza segno

Rappresentazione in base 10

Capire come scriviamo i numeri

Proviamo a vedere come interpretiamo un numero:

2508

$2 \times 1000 + 5 \times 100 + 0 \times 10 + 8 \times 1$

$2 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 8 \times 10^0$

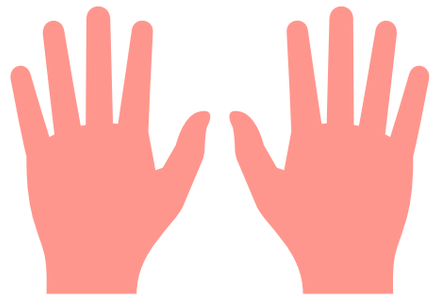
Dato che usiamo una **notazione posizionale** a ogni cifra corrisponde un valore che dipende dalla posizione in cui si trova

Notiamo una certa struttura nei valori che moltiplicano le singole cifre… sono tutte potenze di 10

In generale il valore denotato da una sequenza $\langle x_1 x_2 \dots x_n \rangle_{10}$ di n interpretato in base 10 è dato da: $\langle x_1 x_2 \dots x_n \rangle_{10} = \sum_{i=1}^{n} x_i 10^{n-i}$

Rappresentazione in altre basi

Capire come scriviamo i numeri



- Usiamo la base 10 perché abbiamo 10 cifre da 0 a 9
- Qualcosa ci limita ad usare esattamente 10 cifre?
- No, possiamo usare un qualunque numero di cifre:
  - Due: $0,1$
  - Otto: $0,1,2,3,4,5,6,7$
  - Sedici: $0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F$
- In generale in base b una sequenza di n cifre viene interpretata come $\langle x_1 x_2 \dots x_n \rangle_b = \sum_{i=1}^{n} x_i b^{n-i}$

Rappresentazione in base 2

Usare solo due cifre

$$00110101$$

$$0 \times 2^7 \quad 0 \times 2^6 \quad 1 \times 2^5 \quad 1 \times 2^4 \quad 0 \times 2^3 \quad 1 \times 2^2 \quad 0 \times 2^1 \quad 1 \times 2^0$$

$$32 \qquad 16 \qquad 4 \qquad 1$$

$$32 + 16 + 4 + 1 = 53$$

Conversione binario-decimale

Alcuni esercizi

D: che numeri sono in base 10?

0000 0000 0

0000 0100 $2^2=4$

0000 0011 $2^1+2^0=3$

1111 1111 $2^8-1=255$

D: che range di valori può contenere un byte che codifica interi positivi?

Potenze di 2

$2^0=1$

$2^1=2$

$2^2=4$

$2^3=8$

$2^4=16$

$2^5=32$

$2^6=64$

$2^7=128$

Conversione decimale-binario

$25_{10}=11001_2$

Passo	N (decimale)	N ÷	Quoziente	Resto
1	25	25 ÷ 2	12	1
2	12	12 ÷ 2	6	0
3	6	6 ÷ 2	3	0
4	3	3 ÷ 2	1	1
5	1	1 ÷ 2	0	1

Ottale e esadecimale

Usare 8 o 16 cifre

In aggiunta ad usare la base 2 altre basi che appaiono sono base 8 (o “ottale”) e base 16 (o “esadecimale”)

Per la base 8 usiamo le cifre $0,1,2,3,4,5,6,7$

Per la base 16 ci servono cifre oltre il 9 e, per convenzione, si usano le lettere dell’alfabeto: $0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F$

A sarà 10 in base 10, B sarà 11 in base 10, fino a F che sarà 15 in base 10

$7BE$ in esadecimale è

$$7 \times 16^2 + 11 \times 16^1 + 14 \times 16^0$$

$$1792 + 176 + 14$$

$$1982$$

D: perché base 16?

- $\langle x_1x_2x_3x_4 \rangle_b = \langle y_1 \rangle_h$ facile
- 1 Byte: $\langle x_1x_2 \rangle_h$

Rappresentazione in altre basi

Capire come scriviamo i numeri

D: i simboli ordinati qui sotto definiscono un sistema base 8?

è, ò, @, #, §, *, $, –

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

òè= 8^1 x 1 + 8^0 x 0 = 8

@ò= ?

@ò= 8^1 x 2 + 8^0 x 1 = 16 + 1 = 17

Somma di numeri in binario

Come in base 10, ma con due cifre

L'algoritmo per la **somma** di numeri in binario (o in qualsiasi base) rimane lo **stesso** che si usa per i numeri in base 10:

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\ 1\ \ \ \ \ \ \ \ } \\ 11011001 \\ +\ 00100011 \\ \hline 1111\,1100 \end{array}$$

$1_2 + 1_2 = 10_2$

$=$ Quindi abbiamo 0 col riporto di 1

Similmente è possibile definire la **moltiplicazione** di numeri in binario, sapendo che: $0 \times 0 = 0$, $0 \times 1 = 0$, $1 \times 0 = 0$, e $1 \times 1 = 1$

Overflow

Utilizzo di un numero finito di bit

- Solitamente in un calcolatore i numeri non sono rappresentati con un **numero *fissato* di bit**
- Esempi: 16, 32, 64 bit
- Cosa succede quando una somma ci porterebbe **oltre il massimo** numero rappresentabile?
- Per esempio $11111111 + 00000001$

Overflow

Utilizzo di un numero finito di bit

$$\begin{array}{r} 11111111 \\ 00000001 \\ \hline 100000000 \end{array} \quad \begin{array}{l} + \\ = \end{array}$$

I primi otto bit sono quelli che teniamo
e abbiamo ottenuto 0

Otteniamo quindi un **overflow** (“straripamento”), dato che il numero di bit che ci servirebbero è superiore a quello che abbiamo

In generale per i numeri senza segno di n bit possiamo rappresentare solo valori tra 0 e $2^n - 1$ e ogni operazione che porta a risultati fuori dal range avrà un risultato errato

Carry: numeri senza segno – dovremmo “portarci dietro” un 1
Overflow: numeri con segno – straripiamo nel bit del segno

Numeri con segno

Numeri negativi

E come rappresentarli

- Generalmente per rappresentare un numero negativo utilizziamo il segno “—”
- Questo però non è disponibile quando dobbiamo rappresentare tutto come sequenza 0 e 1
- Vedremo diversi approcci, ognuno con vantaggi e svantaggi:
  - Segno e modulo
  - Complemento a 1
  - Complemento a 2
  - Eccesso N

Segno e modulo

Un approccio naive

- Un primo approccio è quello di utilizzare il primo bit di un numero come bit di segno (0 indica un numero positivo e 1 un numero negativo)
- Per esempio 10001011 viene **interpretato** come:
  - 1 in prima posizione indica che il segno è meno
  - 0001011 viene interpretato come $2^3 + 2^1 + 2^0 = 8 + 2 + 1 = 11$
  - Quindi 10001011 viene **interpretato** come -11

Segno e modulo

I problemi di questo approccio

- Con n bit possiamo rappresentare i valori tra $-2^{n-1}+1$ e $2^{n-1}-1$ → stiamo sprecando 1 bit. **D**: dove?

- Esistono **due** rappresentazioni del valore 0, una con segno meno e una con segno più:
  - $10000000 = -0$ e $00000000 = +0$

- La somma tra numeri con segno **non** funziona con la stessa procedura che usiamo per numeri senza segno

Complemento a uno

Un possibile miglioramento

- Un secondo approccio è quello del **complemento a uno**
- Dato un numero positivo (con il primo bit 0) che rappresenta il numero k, il numero $-k$ viene rappresentato invertendo ogni bit
- Per esempio 00001101 rappresenta il numero 13, per rappresentare -13 invertiamo tutti i bit: 11110010
- Il primo bit rappresenta comunque il segno
- Unica procedura (circuito per somma)

  ma aggiustamento per **end-around carry**

- Abbiamo ancora due rappresentazioni per 0: 00000000 e 11111111

Complemento a uno

End-around carry

Il carry va ri-aggiunto al bit meno significativo

Numeri a 4 bit

```
+3: 0011
-2: 1101

_________________

   10000  – ri-aggiungo al bit meno significativo

    0001  – corretto!
```

Complemento a due

Da base2 a c2

Codifica:

Se positivo, ok.

Se negativo [tranne -128]:
1. Invertire tutti i bit
2. Sommare 1

```
Esempio:
 5: 0000 0101
-5: 1111 1011

 4: 0000 0100
-4: 1111 1100
```

```
Somma:

  5:  0000 0101

 -5:  1111 1011

_____________________

5-5: 0000 0000
```

```
Somma:

  5:  0000 0101

 -4:  1111 1100

_____________________

5-4:  0000 0001
```

Complemento a due

Da c2 a base10

- Nel complemento a due il **bit più significativo** in una sequenza di n bit viene interpretato non come moltiplicante 2^{n-1} ma come **moltiplicante -2^{n-1}**; il resto è uguale.

- In 8 bit il valore più piccolo è quindi rappresentato da 10000000, ovvero $-2^7 = -128$

- Sempre in 8 bit il valore più grande è rappresentato da 01111111, ovvero $2^6 + 2^5 + \cdots + 2^0 = +127$

- In generale usando il complemento a 2 su n bit possiamo rappresentare tutti i numeri da $\mathbf{-2^{n-1}}$ **a** $\mathbf{2^{n-1} - 1}$

Complemento a due

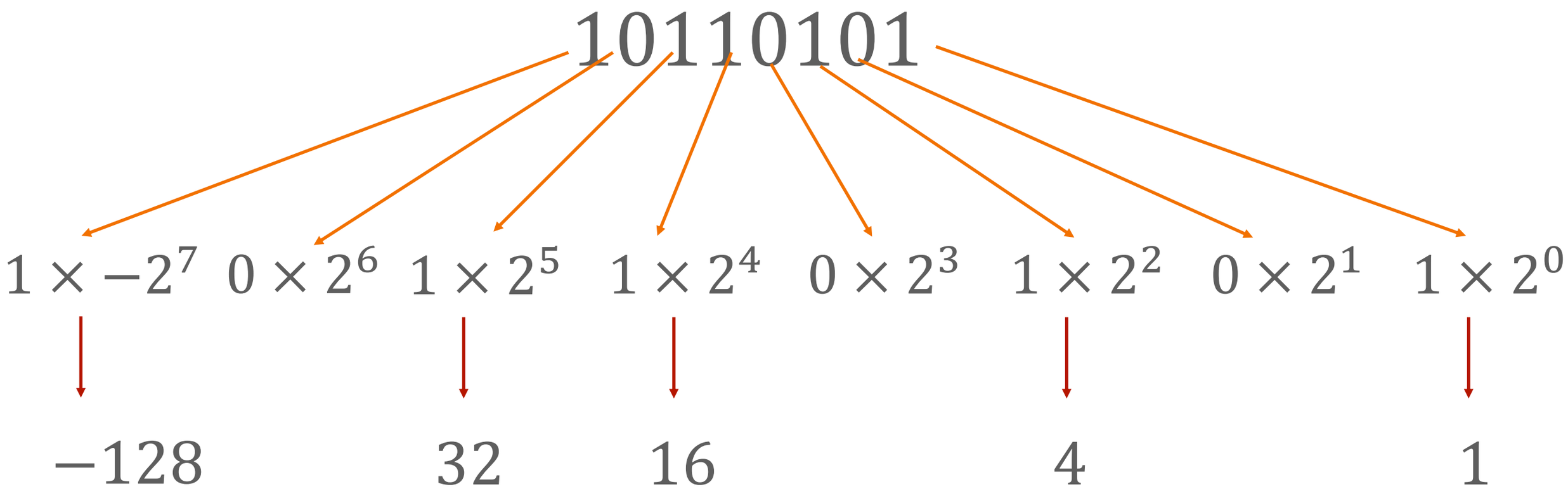
La rappresentazione più usata

- Abbiamo che **0 ha una unica rappresentazione** come 00000000
- Il **primo bit** ci indica comunque il **segno**

- Abbiamo altri vantaggi:
  - I numeri tra 0 e $2^{n-1} - 1$ non cambiano rappresentazione rispetto ai **numeri senza segno**
  - Possiamo usare gli **stessi circuiti** che usiamo per la **somma** di numeri senza segno

Complemento a 2

Esempio



$$-128 + 32 + 16 + 4 + 1 = -128 + 53 = -75$$

Eccesso N

Cambiare da dove si inizia a contare

- Nella notazione a eccesso N si sceglie un valore N e tutti i numeri sono interpretati come numeri binari positivi che rappresentano uno scostamento dal valore -N
- Per esempio se $N = 128$ avremmo:
  - 00000000 rappresenta $0 - 128 = -128$
  - 10000000 rappresenta $128 - 128 = 0$
  - 11111111 rappresenta $255 - 128 = 127$

Numeri floating point

Standard IEEE 754

Rappresentazione dei numeri floating point

- In aggiunta ai numeri interi vogliamo poter rappresentare anche numeri reali
- **D**: un computer può rappresentare ogni numero reale nell'intervallo (0,1)?
- Un computer, anche senza avere limiti di memoria **non** può rappresentare ogni numero reale
- La **rappresentazione** è necessariamente **approssimata**

Standard IEEE 754

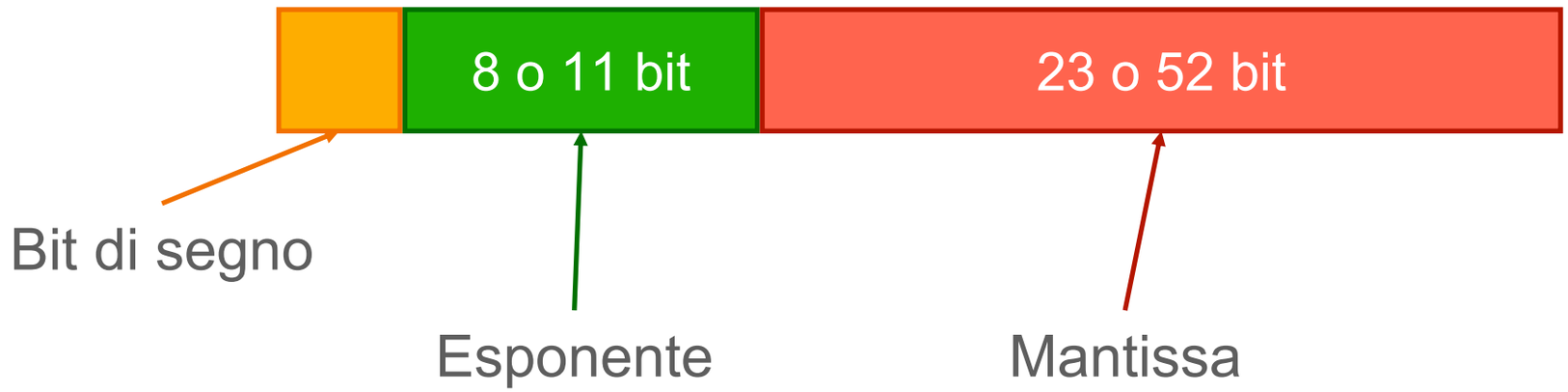
Rappresentazione dei numeri floating point

- Virgola fissa: fisso il numero di bit dopo la virgola
- **Virgola mobile**: simile ad una notazione scientifica:
  - *Esempio: 328 = 3.28 x 10^2*
  - numero **fissato** di **cifre significative** (contenute nella ***mantissa***)
  - moltiplicate per una base (10 in notazione scientifica, 2 nei numeri floating point)
  - elevata a un certo ***esponente***

Standard IEEE 754

Struttura di un numero floating point

Lo standard IEEE754 prevede numeri a precisione **singola** (32 bit), **doppia** (64 bit) e, meno diffusi, a mezza precisione (16 bit) e quadrupla precisione (128 bit)



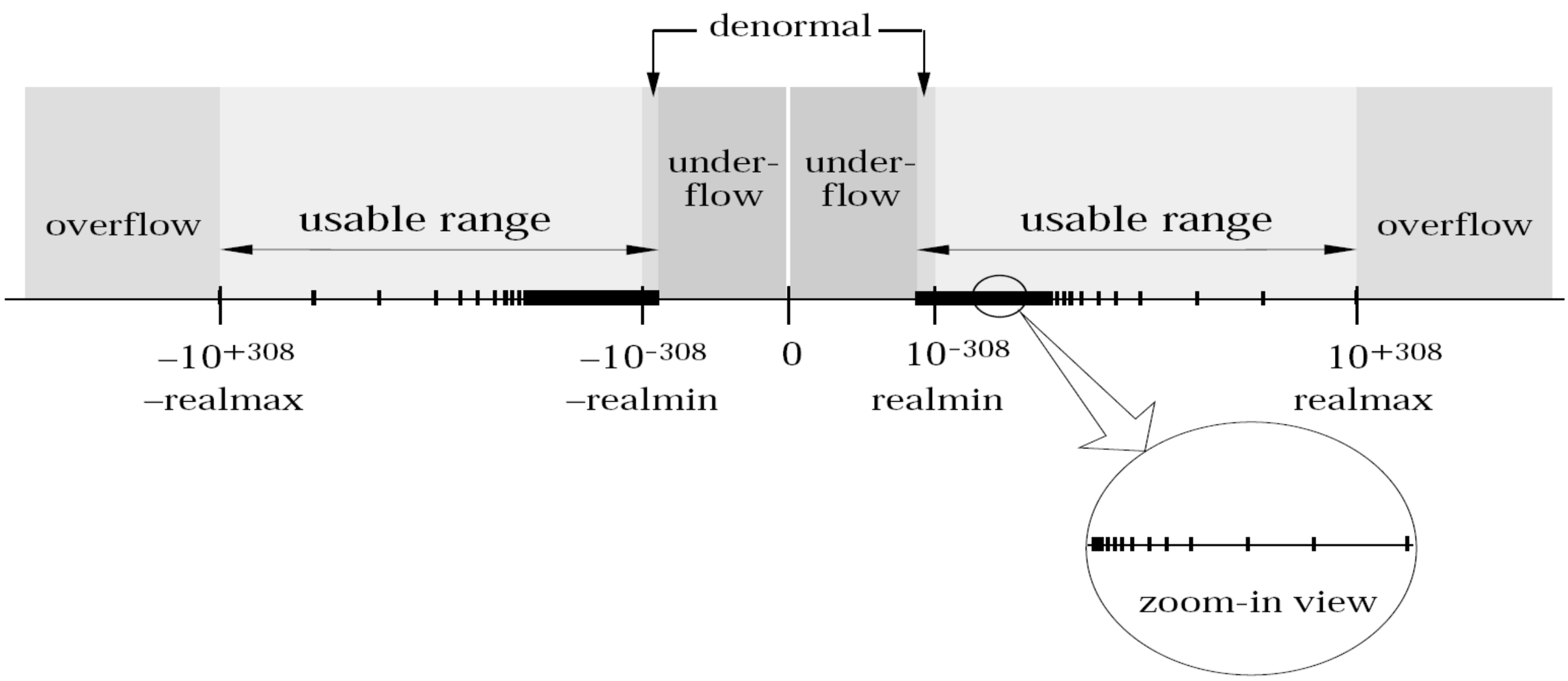
Il numero rappresentato è nella forma $\pm 1.\ mantissa \times 2^{esponente}$

Quindi il numero di bit della **mantissa** ci dice quanta **precisione** abbiamo.
D: su cosa influisce il numero di bit dell'esponente?

Mentre il numero di bit dell'**esponente** ci dice **quanto grande (o piccolo)** può essere il **modulo** dei numeri che rappresentiamo

Float

Visualizzati sulla retta dei reali



Standard IEEE 754

Esempio

-6.75

Step 1: bit del segno
- Negativo → bit segno = 1

Step 2: convertire in binario
- 110.11 (4+2+0.5+0.25)
- 1.1011×2^2

Step 3: esponente
- eccesso 127
- esponente=129 → bit esponente = 10000001

Step 4: mantissa
- tengo solo parte decimale e aggiungo 0 in coda se necessario
- 1011→ bit mantissa = 10110000000000000000000

Infiniti e NaN

Valori che non sono numeri reali

Lo standard IEEE754 prevede la possibilità che alcune operazioni ritornino dei valori che non rappresentano numeri validi, questo con il valore NaN (not a number)

In aggiunta a questo, lo standard prevede anche la possibilità di rappresentare un valore infinito positivo o negativo ($+\infty$ e $-\infty$)

Per rappresentare valori con una precisione ridotta vi è la possibilità di usare dei numeri **denormalizzati**.

Lo standard IEEE 754 per i numeri floating point è abbastanza complesso.
Vedremo facendo esercizi alcune delle sue peculiarità, ma non andremo troppo nei dettagli

Visualizzazione dei numeri floating point: https://bartaz.github.io/ieee754-visualization/

Problemi dei numeri floating point

Rappresentazioni inesatte

```
>>> 0.1 + 0.2
0.30000000000000004
```

Risultato inesatto dovuto alla limitata precisione dei numeri floating point con modulo grande

Risultato inesatto dovuto all'approssimazione nella rappresentazione dei numeri floating point

```
>>> 10**16 - 0.1 == 10**16
True
```

Non associatività delle operazioni

Come fare?

```
>>> 10**16 - (10**16 + 0.1) == 0
True
>>> (10**16 - 10**16) + 0.1 == 0
False
```

Processori, rappresentazioni e IA

Specializzazioni per IA

Rappresentazioni e calcoli

Rappresentazioni

- float 32: 8 esponente, 23 mantissa
- Bfloat16 (by Google brain): 8 esponente, 7 mantissa
    - Meno memoria occupata, conti più veloci, evita under- e over-flow

Preprocessing

- Scaling: es. proiettare i dati dalle parti di [-1,1]
    - Evita under- e over-flow
    - Favorisce stabilità numerica

Specializzazioni per IA

Rappresentazioni e calcoli

GPU (Graphics Processing Unit)

- Processore specializzato per eseguire molti calcoli in parallelo
  - Origine: grafica 3D; oggi IA
  - Migliaia di ALU per operazioni su matrici

ASCII e Unicode

Rappresentazione di testo

Da ASCII a Unicode

- Per rappresentare il testo si usano comunque sequenze di bit
- Un formato tradizionale è ASCII, che richiede 7 bit per carattere (solitamente con “padding” a 8 bit per usare un intero byte)
- A ogni sequenza di 7 bit è associato un carattere:
  - Alfanumerici: 0,1,2,…, A,B,…,Z, a,b,…z (notare come maiuscole e minuscole siano entrambe presenti)
  - Punteggiatura: ,/,%,{,},…
  - Spazio: “ “
  - Caratteri di controllo

  D: cosa manca?

Rappresentazione di testo

Da ASCII a Unicode

- Con 7 bit si possono rappresentare solo 128 diversi caratteri (inclusi i caratteri di controllo)
- Sufficienti per l'inglese ma non per altre lingue (anche solo per i caratteri accentati in italiano)
- Una **serie** di **estensioni** per codifica di caratteri erano state proposte (si veda lo standard ISO/IEC 8859) con molte parti (a seconda della **lingua** che si voleva usare)
- Più recentemente lo standard **unicode** permette di codificare buona parte dei simboli usati per la scrittura. Ogni carattere è codificato in un numero variabile di byte da 1 a 4

Esercizi

Per prendere la mano

- Convertire in esadecimale i numeri 10101010 e 11100110
- Rappresentare con 8 bit in complemento a 2 i numeri 18 e -5
- Fare la somma delle rappresentazione ottenute al punto precedente
- Convertire in decimale e verificare la correttezza della somma
- Trovare la rappresentazione float precisione singola di 13.1

Algebra di Boole
e porte logiche

Algebra di Boole

Una brevissima introduzione

- Invece di avere come valori i numeri interi o i numeri reali abbiamo solo due valori: 0 e 1 (o **falso** e **vero**)
- Abbiamo tre principali operazioni
  - **AND** o prodotto logico, indicato come $\wedge$
  - **OR** o somma logica, indicato come $\vee$
  - **NOT** o negazione/complementazione, indicato come $\neg$
- Vediamo la semantica delle diverse operazioni introducendo le porte logiche

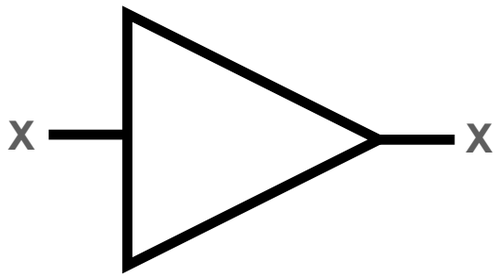
Cosa sono le porte logiche?

I mattoni con cui costruire un computer

- Una porta logica è un'**astrazione** che facciamo rispetto ai **dispositivi fisici**
- Possiamo implementare porte logiche usando **transistor**, relays, condutture, ingranaggi, etc.
- Una porta logica prende in **input** uno o più valori **Booleani** (0 o 1) e ritorna in **output** uno o più valori **Booleani**
- Le implementazioni fisiche delle porte logiche hanno molte più complicazioni (e.g., cosa succede se l'input o l'output non sono interpretabili come zero o uno? Quanto tempo ci mette una porta a produrre l'output, etc)

Porte logiche

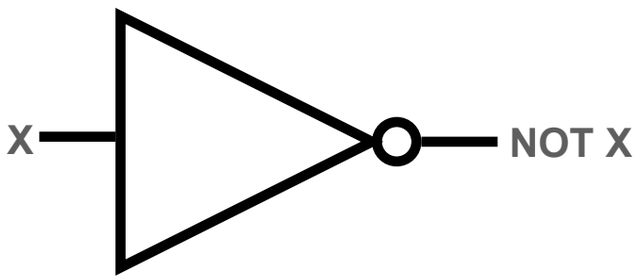
Buffer e Not



Buffer
Rappresenta la funzione identità

Tabella di verità
per ognuna delle combinazioni di input è indicato l'output

Input	Output
X	X
0	0
1	1



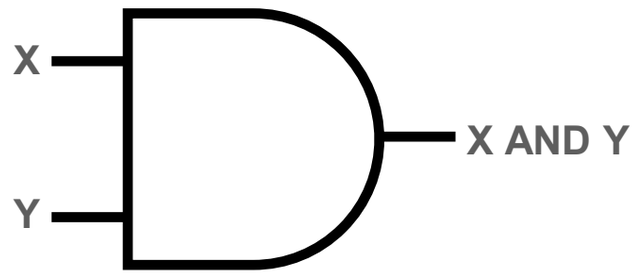
NOT/Inverter
Inverte il valore ricevuto in input

Input	Output
X	NOT X
0	1
1	0

D: quante righe ha una tabella di verità?

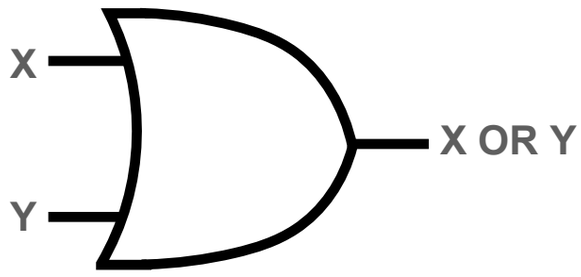
Porte logiche

And e Or



AND
Restituisce 1 solo quando entrambi gli input sono 1

Input		Output
X	Y	X AND Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

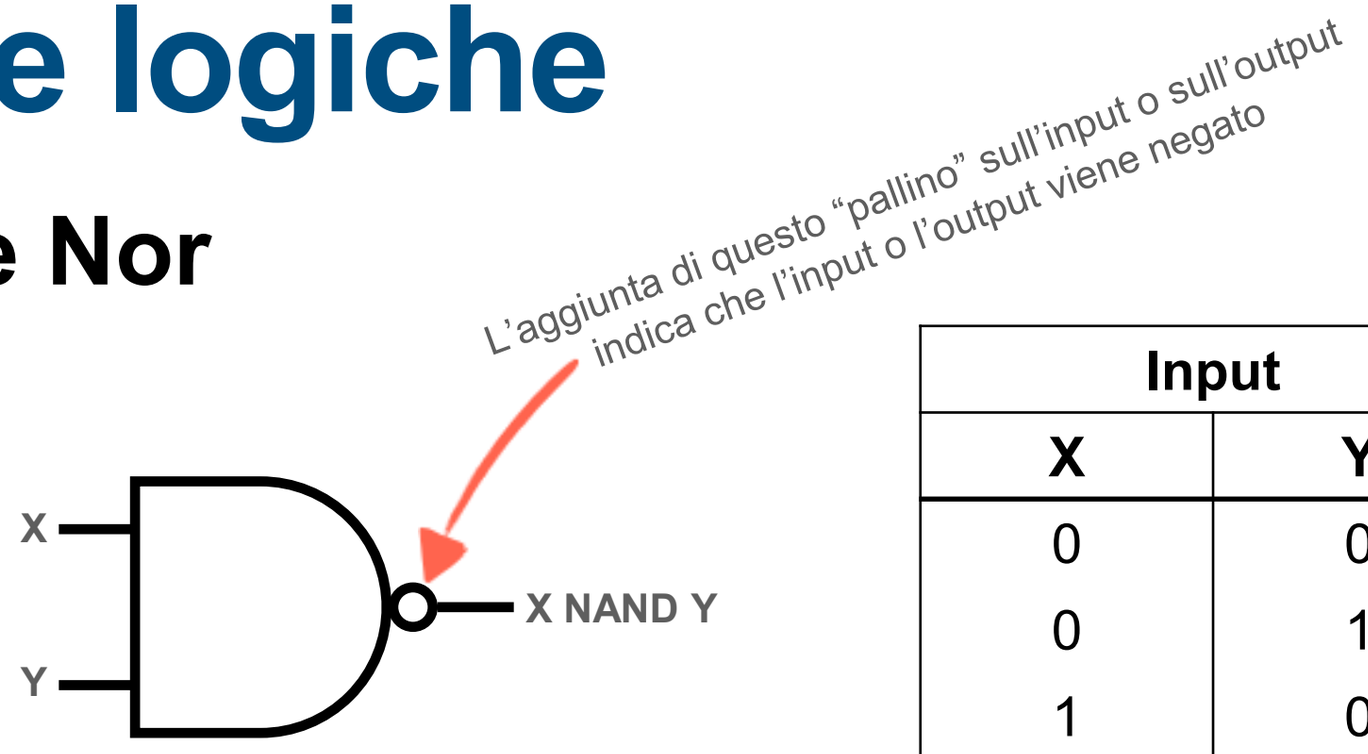


OR
Restituisce 1 quando almeno uno degli input ha valore 1

Input		Output
X	Y	X OR Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

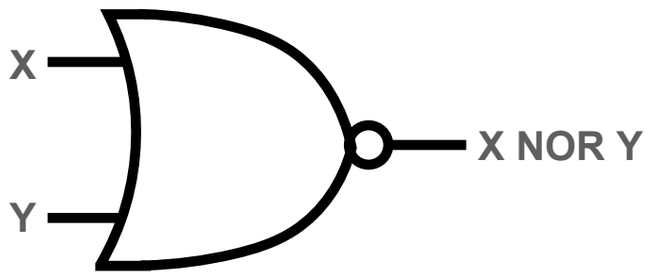
Porte logiche

Nand e Nor



NAND
Inverte il valore ritornato da una porta AND.
Ha output 0 solo quando entrambi gli input hanno valore 1

Input		Output
X	Y	X NAND Y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

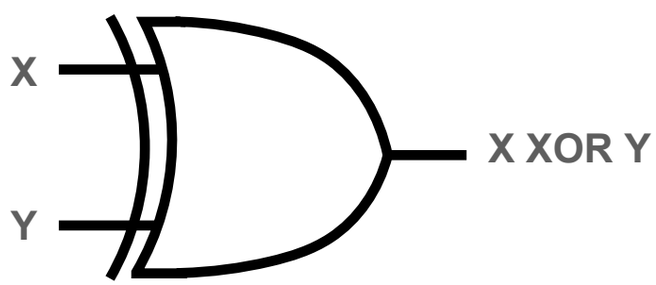


NOR
Inverte il valore ritornato da una porta OR.
Ha output 0 quando almeno un input ha valore 1

Input		Output
X	Y	X NOR Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

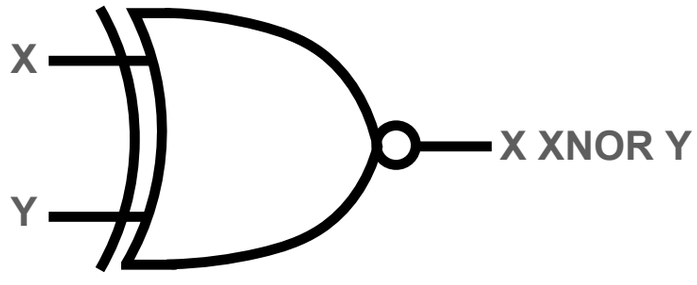
Porte logiche

Xor e Xnor



Input		Output
X	Y	X XOR Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

XOR (OR Esclusivo)
L'output è 1 solamente quando *esattamente* uno degli input ha valore 1



Input		Output
X	Y	X XNOR Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

XNOR
L'output è 0 solamente quando *esattamente* uno degli input ha valore 1 (l'inverso della porta XOR)

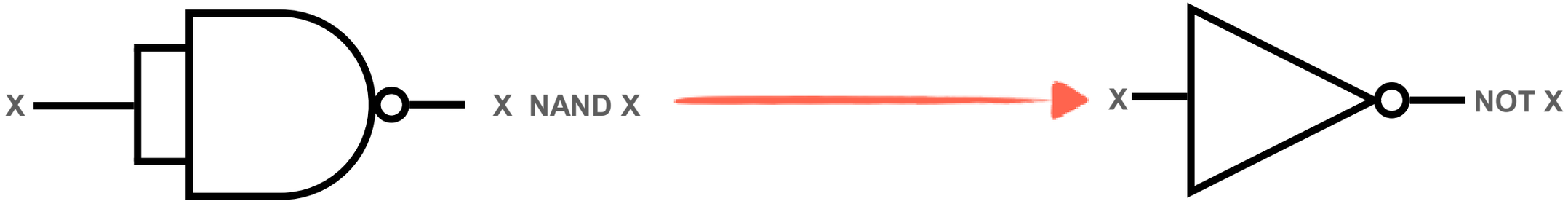
Porte logiche universali

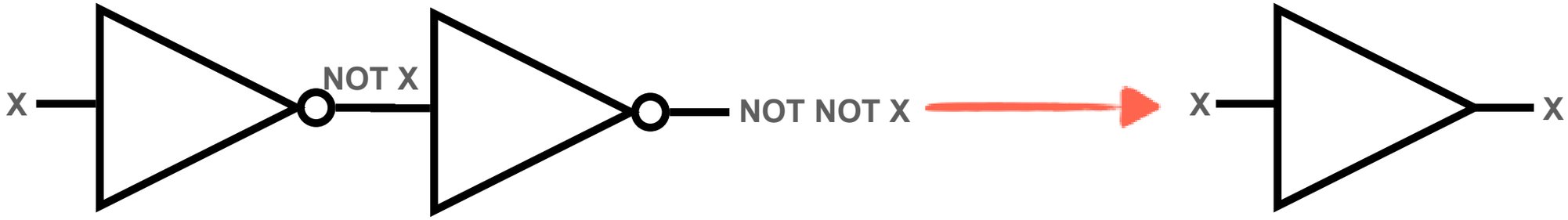
Ci servono davvero tutte le porte logiche?

- Ci si potrebbe chiedere quali porte logiche siano essenziali e quali siano ricostruibili come combinazioni di altre porte logiche
- Sia **NAND** che **NOR** sono **universali**, ovvero basta poter implementare un tipo di porta tra NAND o NOR per ricostruire tutte le altre porte logiche
- Mostriamo come ricostruire tutte le porte logiche a partire da NAND
- NAND sono più facile da realizzare nei circuiti integrati rispetto ad altre porte

Tutte le porte logiche da NAND

NOT, Buffer e AND





Tutte le porte logiche da NAND

Or e leggi di De Morgan

Questa conversione ci porta a una delle leggi importanti per semplificare insiemi di porte logiche: le **Leggi di De Morgan**

In pratica queste **leggi di De Morgan** ci dicono che possiamo “portare dentro” la negazione invertendo l’operazione.
Ovvero, AND diventa OR e OR diventa AND:

$$\neg(x \wedge y) = \neg x \vee \neg y \qquad \neg(x \vee y) = \neg x \wedge \neg y$$

$$\neg(\neg x \wedge \neg y) = x \vee y$$

Algebra di Boole

proprietà delle algebre di Boole

- $x \wedge 0 = 0$ esistenza di un minimo
- $x \vee 1 = 1$ esistenza di un massimo
- $x \wedge y = y \wedge x$ commutatività dell'AND
- $x \vee y = y \vee x$ commutatività dell'OR
- $(x \wedge y) \wedge z = x \wedge (y \wedge z)$ associatività dell'AND
- $(x \vee y) \vee z = x \vee (y \vee z)$ associatività dell'OR

Algebra di Boole

proprietà delle algebre di Boole

- $x \wedge x = x$ idempotenza dell'AND
- $x \vee x = x$ idempotenza dell'OR
- $x \wedge (y \vee z) = (x \wedge y) \vee (x \wedge z)$ proprietà distributiva
- $x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge (x \vee z)$ proprietà distributiva
- $x \wedge \neg x = 0$ e $x \vee \neg x = 1$ esistenza di un complemento
- $x \vee (x \wedge y) = x$ e $x \wedge (x \vee y) = x$ assorbimento

Esercizi

Per prendere la mano

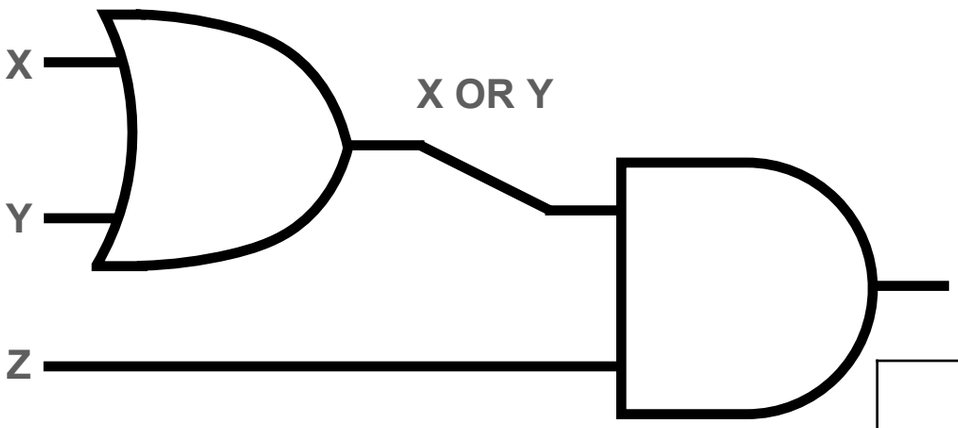
- Abbiamo visto come possiamo usare la porta NAND per costruire ogni altra porta logica…
- …provate con la porta NOR!
- Realizzare un porta XOR con sole NAND
- Abbiamo visto porte con uno o due input. Possiamo combinarle per formare porte con tre input. Per esempio per calcolare

$$(x \vee y) \wedge z$$

  - Graficamente (in Logisim), come rappresentiamo quella formula?
  - Quale è la sua tabella di verità?

Combinare porte logiche

Un esempio



Il numero di righe della tabella per n input è 2^n (ogni nuovo input raddoppia le configurazioni possibili)

Input			Output	
X	Y	Z	X OR Y	(X OR Y) AND Z
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	1	1
1	0	0	1	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1