

IL RINASCIMENTO: QUADRO GENERALE (SEC. XV-XVI)

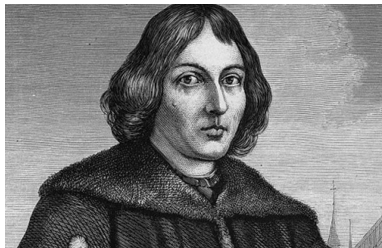
- Gli eventi introduttivi
 - Peste Nera (1347-1352)
 - l'invenzione della stampa (1447)

Dopo questi avvenimenti, inizia in Europa una lenta ripresa fino alla metà del XV secolo.

- Le date-simbolo di inizio e fine:
 - 1436: nascita del Regiomontano
 - 1545: pubblicazione di *Ars Magna* di Cardano
- E' opportuna una trattazione a livello nazionale sia perché le comunicazioni dell'epoca erano limitate sia perché si inizia a scrivere in volgare.

IL QUATTROCENTO

- Inizialmente non sono molte le opere di matematica che vengono stampate: soprattutto traduzioni latine di opere arabe di algebra e aritmetica. Anche la traduzione di Archimede da parte di Willem van Moerbeke (1215 – 1286) non riscuote molto successo. Gradualmente però si inizia a tradurre anche le opere greche antiche che, dopo poco, superano in numero quelle arabe e latino-medievali. Tuttavia queste traduzioni non si diffondono ampiamente ma restano all'interno di una cerchia ristretta.
- I maggiori centri europei del XV secolo sono in Italia e in Germania. Vediamo alcune figure importanti.
- **Nicola Cusano** (1401-1464). Umanista affascinato dalle antichità e amante delle misurazioni (che erano state il punto debole della scolastica medievale). Azzarda una "quadratura del cerchio" che però risulta sbagliata.



• Johann Müller detto **Regiomontano** (Königsberg 1436-1476) è il matematico più influente del XV secolo. Studia a Vienna, Lipsia, Roma (dove impara il greco) a seguito del cardinal Bessarione di cui era assistente. Ha l'ambizione di *raccogliere, tradurre, pubblicare* le opere antiche. Infatti, tornato in Germania, fonda a Norimberga una stamperia e un osservatorio. Muore giovane a Roma.



- Stila una lista di libri che avrebbe voluto stampare: indica che indirizzo avrebbe avuto la matematica se non fosse scomparso prematuramente.

- Tra i suoi vari interessi, c'è l'astronomia: vuole tradurre e stampare l'*Almagesto*, ma cerca il manoscritto originale non volendo ristampare una traduzione dall'arabo. Alcuni autori sostengono che se fosse vissuto più a lungo avrebbe forse anticipato Copernico.

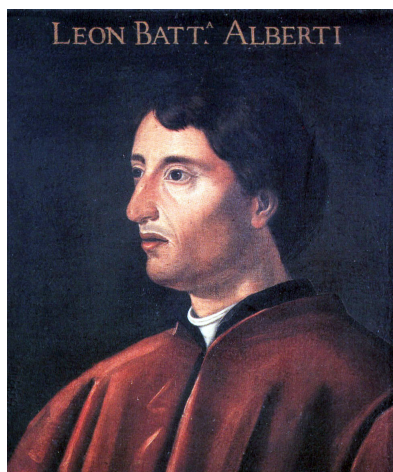
- La sua opera (postuma) *De triangulis omnimodis* è un'esposizione sistematica di trigonometria che, grazie a lui, nasce così come ramo a sé stante della matematica, anche se Fibonacci e gli arabi ne avevano trattato alcuni concetti. La nozione di tangente è trattata nell'altra opera *Tabulae directionum*, dove sono incluse nuove tavole dopo numerose revisioni di quelle tolemaiche. Per evitare le frazioni usa, come i suoi contemporanei, raggi enormi (10.000.000). Quindi ottiene $\tan 89^\circ = 5.729.796\dots$

- Lo studio dei triangoli lo porta a considerare problemi geometrici, del tipo euclideo. Ma non li esprime in modo generale: sono sempre numerici anche quando vuole esprimere proprietà generali.

- Algebrizza problemi geometrici ma in modo discorsivo: usa ancora l'"algebra retorica", senza utilizzare le abbreviazioni di Diofanto. Questo fatto, in qualche modo, rallenterà i progressi dell'algebra rinascimentale.

Regiomontano è un vero "uomo rinascimentale".

- Lo studio della prospettiva influenza in modo profondo l'arte rinascimentale, in Filippo Brunelleschi (1377 – 1446) e soprattutto in **Leon Battista Alberti** (Genova, 1404 – 1472).



◇ Vedi file allegato: PROSPETTIVA

- Anche se i maggiori matematici nascono in Italia e Germania, una figura importante viene dalla Francia: **Nicolas Chuquet** (1445 - 1488). Publica nel **1484** il trattato *Triparty en la science des nombres*, uno dei primi testi di aritmetica e algebra.

- Cita solo autori latini e forse conosce l'opera di Fibonacci.
- Descrive operazioni aritmetiche fra razionali col sistema indo-arabico ma ancora in forma retorica: "plus", "moins", "multiplier", ma anche (abbreviate al modo medievale) $\bar{p}$, $\bar{m}$,
- Tratta le radici di numeri, con qualche nuova abbreviazione.
- L'ultima parte è la *Règle des premiers*, cioè la *Regola delle incognite* ovvero l'algebra. Inventa una notazione esponenziale: $.5.^1$ (oggi $5x$), $.6.^2$ (oggi $6x^2$), ecc... E utilizza addirittura esponenti negativi.
- Tratta le equazioni e, per la prima volta, compaiono coefficienti negativi (anche se come numeri isolati): ad esempio $4x = -2$. Tuttavia, imbattendosi in equazioni aventi soluzioni complesse non reali, si ferma e le considera "ineperible".
- Il *Triparty* fu presto messo in ombra dall'opera più importante del periodo, pubblicata un decennio dopo...

- Si tratta della *Summa de Arithmetica, Geometria, Proportioni et Proportionalità* (1494) di **Luca Pacioli** (1445-1514). Sostanzialmente nei 2 secoli trascorsi tra il *Liber abaci* (1202) e la *Summa* non si ricorda alcun testo rilevante di aritmetica, a parte il *Triparty*.

- La *Summa* viene scritta dopo la traduzione latina dell'*Algebra* di al-Khuwarizmi: indubbiamente la matematica rinascimentale continua la tradizione medievale dell'algebra araba.
- La *Summa* è più influente che originale: è una grandiosa compilazione (ma senza fonti!) di materiale noto: aritmetica (moltiplicazioni, estrazioni di radici), algebra (equazioni di I e II grado, abbreviazioni di Chuquet, simboli nuovi *p*, *m*, *co*, *ce*, dove *coss* denota l'incognita e *census* denota il quadrato dell'incognita...), geometria euclidea elementare, registrazione a partita doppia (che ha dato una grande fama a Pacioli)...
- La *Summa* non è la prima compilazione del periodo, ma la più famosa.
- La *Summa* è scritta in volgare.

Per inquadrare la vita, le opere e l'originalità di Pacioli, è utile la voce relativa dell'Enciclopedia Treccani:

◊ Vedi file allegato: PACIOLI_TRECCANI

Altra opera importante di Pacioli è *De divina proportione* (1509), contenente applicazioni della matematica alla prospettiva, ma è chiaro che all'Autore non interessano gli aspetti speculativi dell'algebra.

◊ Vedi file allegato: DIVPROP

IL CINQUECENTO

Il Rinascimento è legato all'Italia per i tesori letterari, artistici e scientifici. Ma anche in Germania, dopo il Regiomontano, si sviluppano studi scientifici.

Vengono stampati molti trattati di algebra nella prima metà del XVI secolo.

- incognita = *coss* (e quindi gli algebristi vengono chiamati *cossisti*)
- si sviluppa una aritmetica "commerciale"
- si tende a sostituire il vecchio metodo di calcolo (abaco, cifre romane) col nuovo (penna, cifre indo-arabiche)
- si stampano le frazioni decimali
- ha larga diffusione il triangolo di Tartaglia-Pascal.

A tale proposito va ricordato il tedesco **Michael Stifel** (1487-1567), noto per il trattato *Arithmetica integra* (1544), dove usa potenze negative e, per primo, i simboli $+$ e $-$. Ma i numeri negativi non vengono ancora considerati tra le radici di una equazione. Compaiono dei numeri irrazionali, ma non vengono considerati (*numeri absurdi*). E

finalmente utilizza un'unica lettera per indicare l'incognita. Non arriva ancora a trattare equazioni di III grado. Sarà questo il tema di un gruppo di italiani...

• **La guerra delle equazioni di III grado:** il maggior contributo all'algebra del Cinquecento.

- Girolamo Cardano (1501-1576)
- Scipione del Ferro (1465-1526)
- Niccolò Tartaglia (~1500 - 1557)
- Ludovico Ferrari (1522-1565)

◊ Vedi file allegato: FORMULA CARDANICA

Viene smossa molta buona matematica per due secoli, intorno alle equazioni di III e IV grado. A metà del Cinquecento la situazione era la seguente:

- i numeri irrazionali sono sostanzialmente ammessi anche se non godono di un solido fondamento; vengono accettati anche perché approssimabili con razionali attraverso metodi della matematica araba.
- i numeri negativi sono accettati con maggiore difficoltà.
- le equazioni $x^2 = 2$, $x + 2 = 0$, $x^2 + 1 = 0$ sono dichiarate irrisolvibili.
- con le Formule cardaniche si apre un nuovo fronte: le radici di numeri negativi.

• **Raphael Bombelli** (1526-1573) chiude la questione. O la apre...

◊ Vedi file allegato: BOMBELLI

• In Inghilterra, per quasi 2 secoli, dopo Bradwardine non si menziona alcun matematico di rilievo. Fino a **Robert Recorde** (1510-1558), medico di formazione (come Cardano e Chuquet), che studia e insegna sia a Oxford che a Cambridge. E' l'influente fondatore della scuola matematica inglese e, come i citati colleghi, scrive in volgare. Tra le sue opere

- *The Ground of Artes* (1543), un testo fondamentale sull'aritmetica elementare, che includeva una sezione sull'uso dell'abaco per i mercanti. Ha un grande successo editoriale, con più di 20 edizioni. Contiene semplici problemi pratici...
- *The pathwaie to knowledge* (1551): il primo testo di geometria elementare pubblicato in Inghilterra e basato sui primi quattro libri degli *Elementi* di Euclide.

- *The Castle of Knowledge* (1556), sull'astronomia tolemaica che menziona e appoggia anche la teoria eliocentrica di Copernico.

- *The Whetstone of Witte* (1557): l'ultima opera di Recorde. E' un trattato avanzato sull'aritmetica e l'introduzione all'algebra. È famoso soprattutto per aver introdotto il simbolo dell'uguale (=). Ma sarebbe passato un secolo prima che questa notazione si affermasse...

- In Europa avanza quindi l'algebra in tutto il XIV secolo, ma anche la **trigonometria** anche se con sviluppi meno spettacolari. I centri principali saranno in Germania e in Polonia.

Niccolò Copernico (1473-1543) è un grande astronomo ma anche un valente trigonometrista. Si iscrive nel 1491 nella prestigiosa università di Cracovia, dove riceve gli ordini minori e poi studia diritto canonico, medicina e astronomia a Bologna, dove verifica alcuni errori delle dottrine tolemaiche. Tiene alcune conferenze scientifiche a Roma e poi torna in Polonia. Scende ancora in Italia: a Padova per medicina e a Ferrara per il diritto. Poi torna definitivamente in Polonia e inizia a studiare la trigonometria.

Lo raggiunge, nel 1540, **Georg Joachim Rheticus** (1514-1576) prussiano e medico, che lascia appositamente la cattedra di Wittemberg per stare accanto al suo grande maestro. Rheticus fa conoscere a Copernico l'opera del Regiomontano. Col consenso di Copernico, il giovane astronomo fa stampare a Danzica *De revolutionibus orbium coelestium* (1543) che contiene un'ampia sezione di trigonometria e generalizzazione del teorema di Nasir Eddin sul moto rettilineo risultante dalla composizione di due moti circolari.

E' opinione diffusa che i lavori di Regiomontano forniscano una base matematica e astronomica fondamentale per lo sviluppo del sistema eliocentrico copernicano, e Rheticus è il tramite che porta alla pubblicazione della teoria di Copernico.

Lo stesso Rheticus, oltre a coordinare le concezioni di Regiomontano e Copernico, apporta contributi originali nell'opera, profonda e matura, *Opus palatinum de triangulis*, pubblicata postuma (1596) da un suo allievo. Sono 1500 pagine contenenti i risultati del calcolo manuale di oltre 100.000 funzioni trigonometriche. Queste tavole così elaborate restarono in uso fino all'inizio del secolo XX. Ancora il raggio della circonferenza utilizzata è enorme...

Una serie di interessanti articoli (VIVAMENTE CONSIGLIATI) dello storico della scienza Knobloch sono reperibili nella seguente voce dell'Enciclopedia Treccani:

IL RINASCIMENTO. LE ARTI MATEMATICHE

di Eberhard Knobloch, Ivo Schneider

Storia della Scienza (2001)

www.treccani.it/enciclopedia/

[il-rinascimento-le-arti-matematiche_\(Storia-della-Scienza\)](#)

Qui un brano (liberamente) tratto dal primo articolo:

Il concetto di scienze matematiche (Eberhard Knobloch)

Il Rinascimento riprese dal Medioevo il concetto delle sette *artes liberales*, ma già Tommaso d'Aquino nel XIII sec. aveva affermato che queste non suddividevano in modo adeguato la filosofia teoretica. Con l'istituzionalizzazione delle sette *arti meccaniche*, si accrebbe non soltanto il numero delle scienze, in particolare nell'area della filosofia pratica, ma si moltiplicarono anche le scienze matematiche comprese nel *quadrivium*. Nello stesso tempo mutò la loro posizione entro le classificazioni delle scienze.

Le nuove tendenze emergono nel discorso che Johann Müller Regiomontano (1436-1476) tenne a Padova nel 1464 sul valore e sull'utilità della matematica. La matematica è definita come scienza della quantità – *scientia considerativa quantitatis*. [...]

Regiomontano continua a usare il concetto di *quadrivium*, ma esso non corrisponde più all'articolazione delle scienze matematiche. Tra le discipline secondarie, infatti, egli annovera l'astronomia, la musica e la prospettiva, ossia l'ottica. Seguendo Tommaso d'Aquino, egli definisce tali discipline anche come 'scienze intermedie', in quanto si collocano tra la geometria e l'aritmetica da un lato, e le scienze della Natura dall'altro. Altre scienze secondarie, meno affidabili, sarebbero quelle dei pesi (statica), degli acquedotti, del rapporto delle velocità nel moto, e via dicendo.

Per le prime cinque scienze Regiomontano cita i nomi di famosi autori sia antichi sia medievali, primi tra tutti Euclide (300 a.C. ca.), Archimede (287-212 a.C.) e Apollonio (240-170 a.C. ca.) per la geometria, ancora Euclide, Diofanto (III sec. d.C.), Nicomaco di Gerasa (I-II sec. d.C.), Boezio (480 ca.-524/525), Giordano Nemorario (XIII sec.) per l'aritmetica.

Nei 13 libri di Diofanto, non ancora tradotti in latino, sarebbe contenuto il fiore dell'intera aritmetica, l'*Ars rei et census* – la teoria dell'incognita x (*res*) e della sua potenza quadrata x^2 (*census*) – quella che oggi designiamo col nome arabo 'algebra'. Questa osservazione

attesta la grande considerazione di Regiomontano per l'algebra, considerata ancora una branca dell'aritmetica, un'opinione che troverà peraltro un riflesso anche nel XVII sec. nel titolo dell'opera di Isaac Newton *Arithmetica universalis*.

Al di sopra delle consorelle e delle altre scienze intermedie, al di sopra persino della geometria e dell'aritmetica, Regiomontano pone, come una perla, l'astronomia. [...]

Il discorso di Regiomontano termina con un'esaltazione entusiastica delle scienze matematiche. [...]

Allorché Regiomontano usava il concetto medievale di prospettiva, si riferiva alla *perspectiva communis* ('prospettiva comune', l'arte della percezione visiva) ossia all'ottica, che includeva l'ottica geometrica, quella fisica e quella fisiologica. Essa si distingueva dalla prospettiva degli artisti del Quattrocento, che era la costruzione prospettica di rappresentazioni della realtà tridimensionale.

In considerazione della matematizzazione, e quindi del carattere scientifico dell'architettura, della scultura e della pittura, gli artisti fiorentini del XV sec. non volevano più essere considerati semplici artigiani; questa rivendicazione costituirà il tema di una ricca letteratura sino a buona parte del XVII secolo.

Dalla connessione con la musica, scienza inclusa nel quadrivio e quindi disciplina matematica a tutti gli effetti, essi speravano il riconoscimento dello status di arte liberale per le loro attività.

Leonardo da Vinci (1452-1519) definiva la musica 'sorella della pittura'. Nello scritto *De divina proportione*, pubblicato per la prima volta nel 1509, il suo amico Luca Pacioli (1445 ca.-1517) propose analogamente di classificare la pittura tra le scienze. Tale scritto esercitò una profonda influenza sugli artisti e i tecnici del suo tempo. Pacioli dedicò l'opera al duca di Milano Ludovico Maria Sforza (1452-1508), figlio di Francesco II Sforza (1401-1466). Come già aveva fatto Regiomontano, Pacioli sottolinea come le scienze matematiche siano fondamento e guida per la conoscenza di ogni altra scienza.

Qui il termine 'matematica' designa l'aritmetica, la geometria, l'astrologia, la musica, la prospettiva, l'architettura, la cosmografia e alcune discipline collaterali. Gli studiosi avrebbero riconosciuto soltanto le prime quattro, considerando le altre come discipline subordinate, ossia dipendenti da esse. Pacioli sostiene per contro che la prospettiva (pittorica) è una disciplina matematica allo stesso titolo della musica. Di conseguenza, o vi sono soltanto tre scienze principali, in quanto si escludono dal quadrivio la musica e la pittura, oppure ve ne sono cinque, in quanto si annoverano anche queste ultime.