

Esercizi IV settimana Ist. Matematiche A (Scienze Geologiche) – Prof. Fabio Vlacchi
A.A. 2025/2026

1. Mostrare che per ogni intero non negativo n risulta $n \leq n!$.
2. Trovare $\inf(C)$ e $\sup(C)$ con

$$C = \left\{ \frac{n-1}{n+1} : n \in \mathbb{N} \right\}.$$

3. Rispetto al riferimento cartesiano ortogonale standard di $\mathbb{R}^3$, determinare un'equazione parametrica della retta s ortogonale al piano σ di equazione cartesiana $x - y + z = 2$ passante per il punto $Q = (1, 1, 0)$. Determinare infine le coordinate del punto $S \in \sigma \cap s$.
4. In un riferimento cartesiano ortonormale di $\mathbb{R}^3$, determinare l'equazione della retta r passante per il punto $A = (1, 1, -2)$ e ortogonale al piano π di equazione cartesiana $2x - 3y + z = 4$. Si stabiliscano inoltre le coordinate del punto $B = r \cap \pi$. Si scriva l'equazione cartesiana della sfera di centro B passante per A .
5. Determinare l'equazione della retta passante per il punto $A = (1, 2, -1)$ e ortogonale al piano individuato dai punti di coordinate $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$ e $(0, 0, 1)$ in un riferimento cartesiano ortonormale di $\mathbb{R}^3$.
6. In un riferimento cartesiano ortonormale di $\mathbb{R}^3$, determinare l'equazione del piano π passante per il punto $A = (1, -1, -1)$ e ortogonale alla retta

$$r \dots \begin{cases} x + y - 2z = 0 \\ 2x - 3y + z = 3 \end{cases}$$

Si stabilisca inoltre se il punto $B = (1, 0, 1)$ appartiene o meno alla retta r o al piano π . Si scriva l'equazione cartesiana della sfera di centro B passante per A .

7. Rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano ortogonale, si determini l'equazione cartesiana della parabola con asse verticale, vertice il punto $V = (1, -2)$ e passante per il punto di coordinate $(-1, 2)$.
8. Stabilire per quali x reali si ha

$$2x^2 - 10x + 11 < -1 \wedge x^2 - x + 1 > 3.$$

9. Convincersi che $A = \{x \in \mathbb{R} : x|x| < x^2\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R} : |x| < x\}$ sono due insiemi diversi.
10. Trovare l'equazione cartesiana del piano passante per i punti $A = (2, 0, 1)$, $B = (5, 5, 9)$ e $C = (4, 3, 6)$.