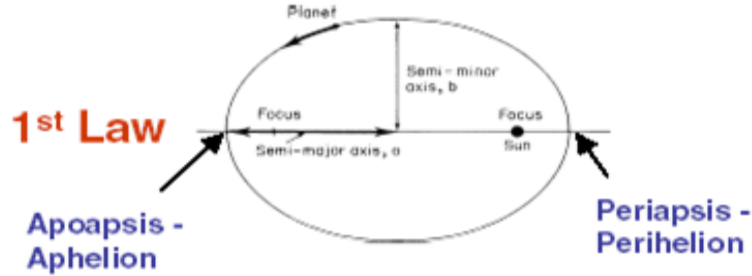

Le orbite di un satellite

- Leggi di Keplero
- Leggi di Newton
- Equazioni del moto
- Anomalie
- Elementi Orbitali
- Perturbazioni
- Orbite varie

Leggi di Keplero



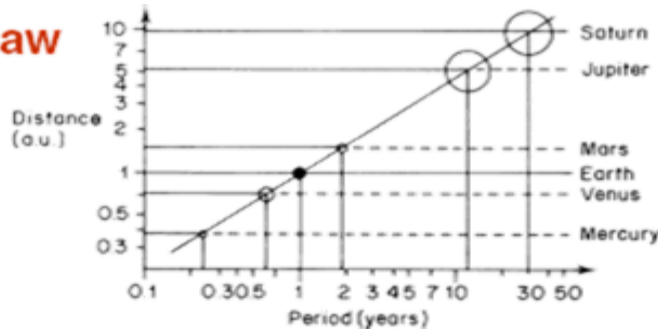
L'orbita di un pianeta è un'ellisse con il Sole in uno dei fuochi

Una linea congiungente il Sole ad un pianeta spazza aree uguali in intervalli di tempo uguali

2nd Law



3rd Law



Il quadrato del periodo dell'orbita di un pianeta è proporzionale al cubo della sua distanza media dal Sole

Leggi di Newton 1/2

- 1^a Legge: La legge di inerzia
- 2^a Legge: Forza = massa × accelerazione
- 3^a Legge: Azione e reazione

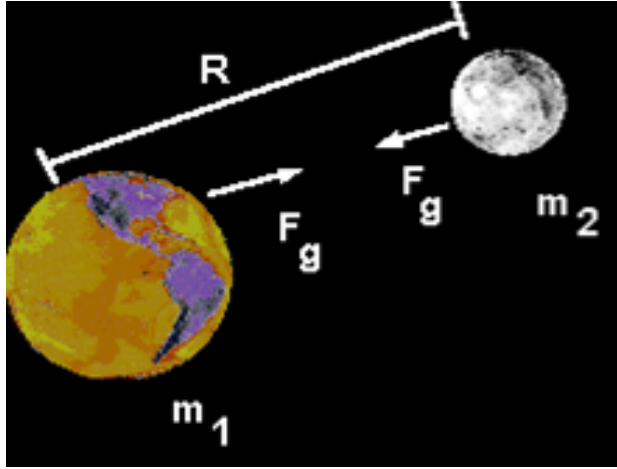
Quando un corpo è in movimento, la sua velocità cambia solo se una forza agisce su di esso. La forza è una grandezza vettoriale, cioè ha una direzione e un verso. La forza di gravitazione universale è una forza attrattiva che agisce tra tutti i corpi dotati di massa. La sua intensità è direttamente proporzionale al prodotto delle masse e inversamente proporzionale al quadrato della distanza che le separa.

LA LEGGE DI GRAVITA': $F = \frac{GMm}{r^2}$

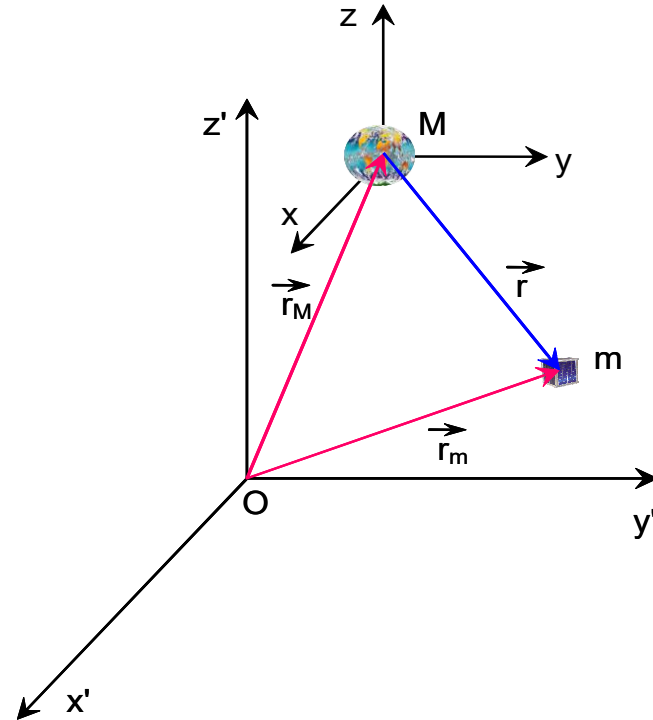
F	Forza gravitazionale tra due corpi
G	Costante di gravitazione universale: $G = 6.670 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2}$
M	Massa di un corpo (Terra o Sole)
m	Massa di un altro corpo (il satellite)
r	Separazione tra i corpi

$$GM_{\text{Earth}} = \mu = 3.986004418 \times 10^{14} \text{ m}^3.\text{s}^{-2}$$
$$\sim 400'000 \text{ km}^3.\text{s}^{-2}$$

Leggi di Newton 2/2



Sistema a due corpi
di massa M e m
($M \gg m$)



Equazioni del moto 1/2

$$\ddot{\vec{r}} = - \mu \vec{r} / r^3$$



$$a_r = - \mu / r^2$$

MOTO CENTRALE

$$a_\theta = 0$$

$$v_r = dr/dt$$

velocità radiale

$$v_\theta = r d\theta/dt$$

velocità tangenziale

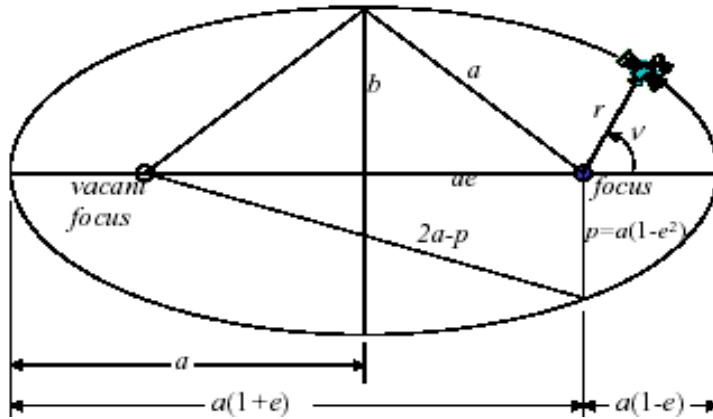
$$a_r = d^2r/dt^2 - r (d\theta/dt)^2$$

accelerazione radiale

$$\begin{aligned} a_\theta &= r d^2\theta/dt^2 + 2 dr/dt d\theta/dt \\ &= 1/r d(r^2 d\theta/dt)/dt \end{aligned}$$

accelerazione tangenziale

Equazioni del moto 2/2



S = satellite

T = terra (fuoco)

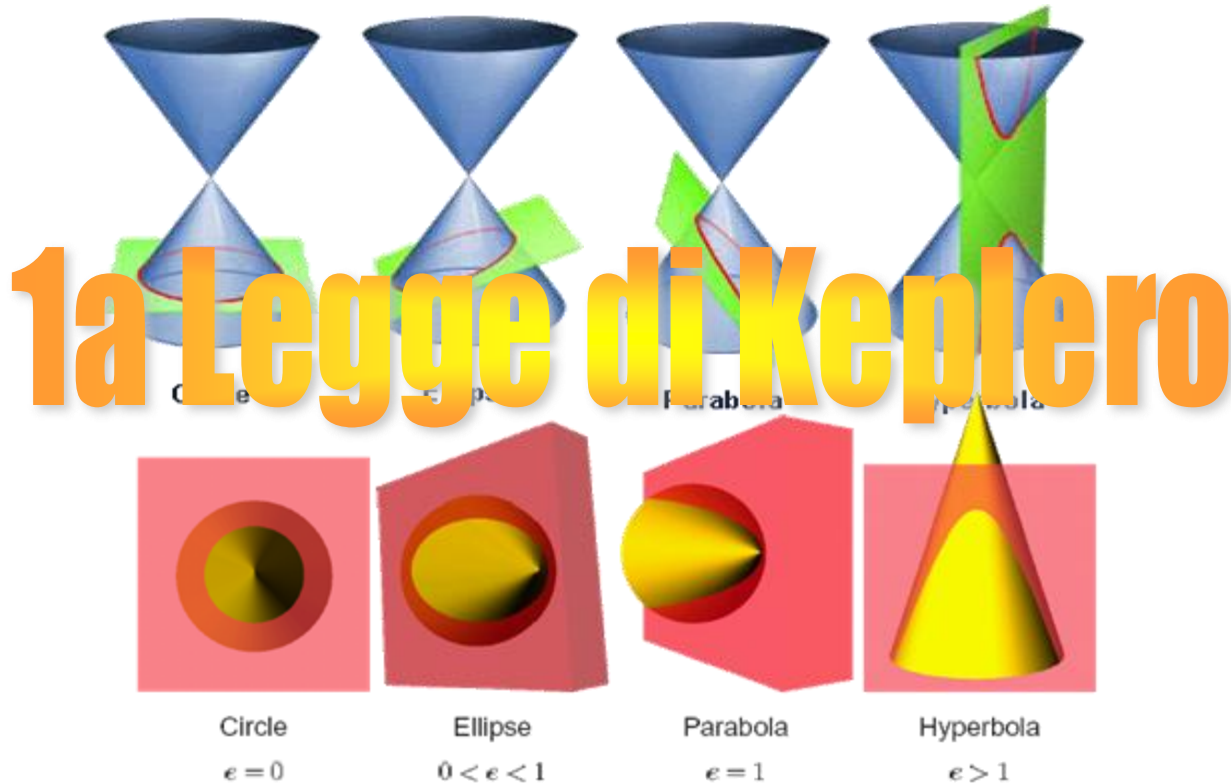
$\vec{r}$ = vettore posizione S rispetto al centro di T

$\vec{v}$ = vettore velocità S rispetto a T

a	semiasse maggiore
b	semiasse minore: $b = a\sqrt{1-e^2}$
c	semidistanza fra i fuochi
e	eccentricità: $e = c/a = \sqrt{a^2-b^2}/a$
p	semi-latus rectus: $p = a(1-e^2)$
r_p	raggio del perigeo
r_a	raggio dell'apogeo
θ	angolo polare (anomalia vera)
φ	anomalia eccentrica

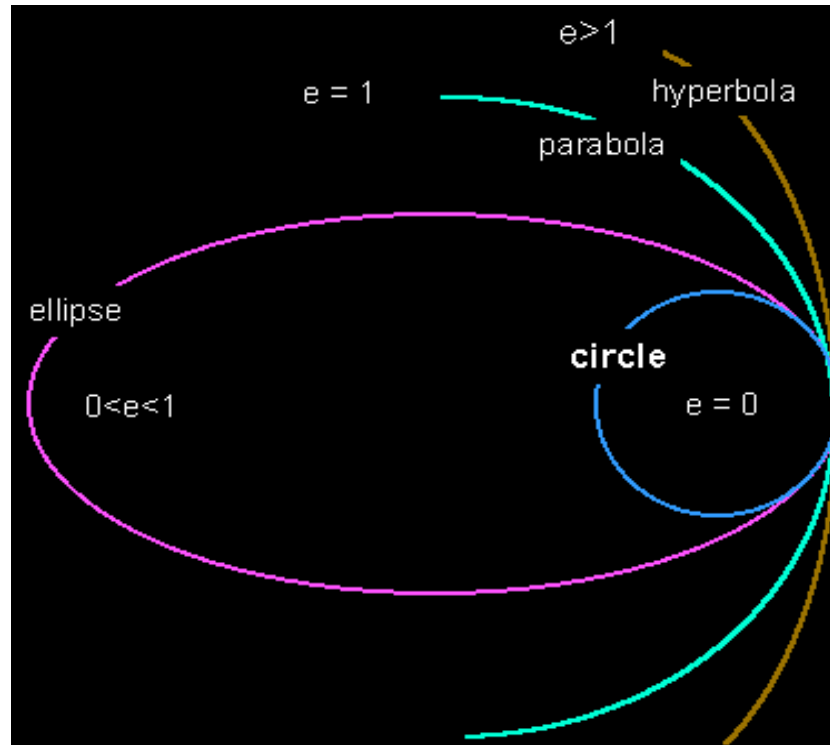
Coniche 1/3

$$r = p / (1 + e \cos \theta)$$



Coniche 2/3

$$r = p / (1 + e \cos \theta)$$

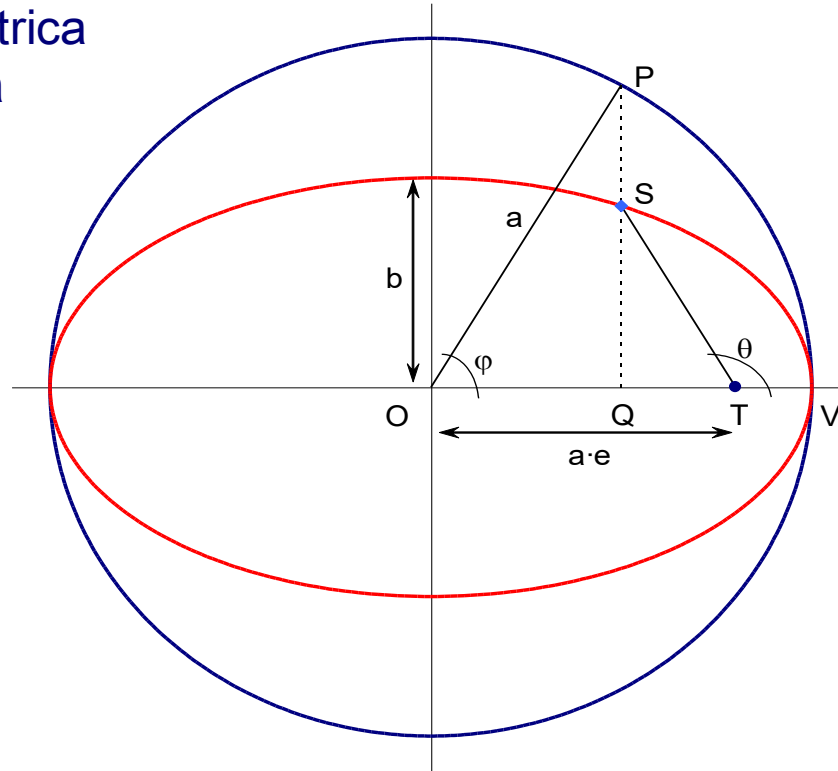


Coniche 3/3

θ = anomalia vera

φ = anomalia eccentrica

M = anomalia media



Anomalie

anomalía vera:

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cdot \cos \theta}$$

anomalía eccentrica:

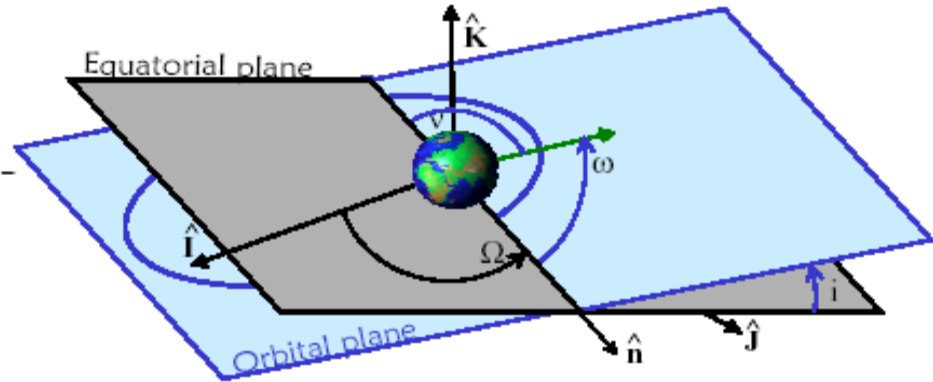
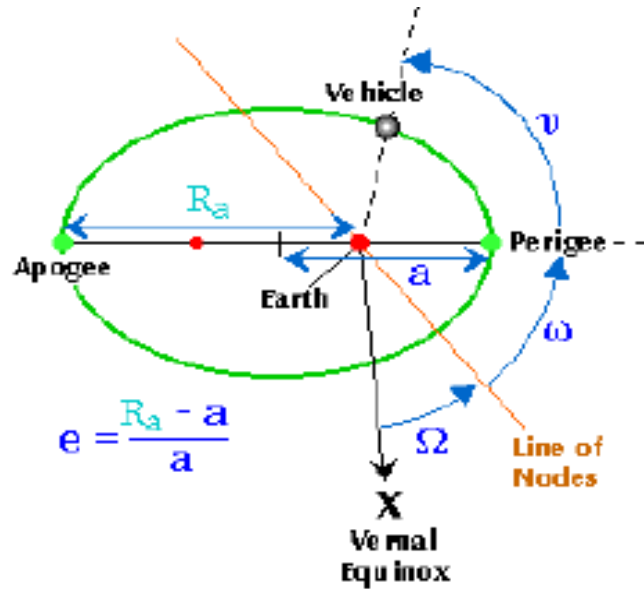
$$r = a(1-e \cdot \cos \varphi)$$

anomalía media:

$$M = \varphi - e \cdot \sin \varphi = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}(t - t_p)$$

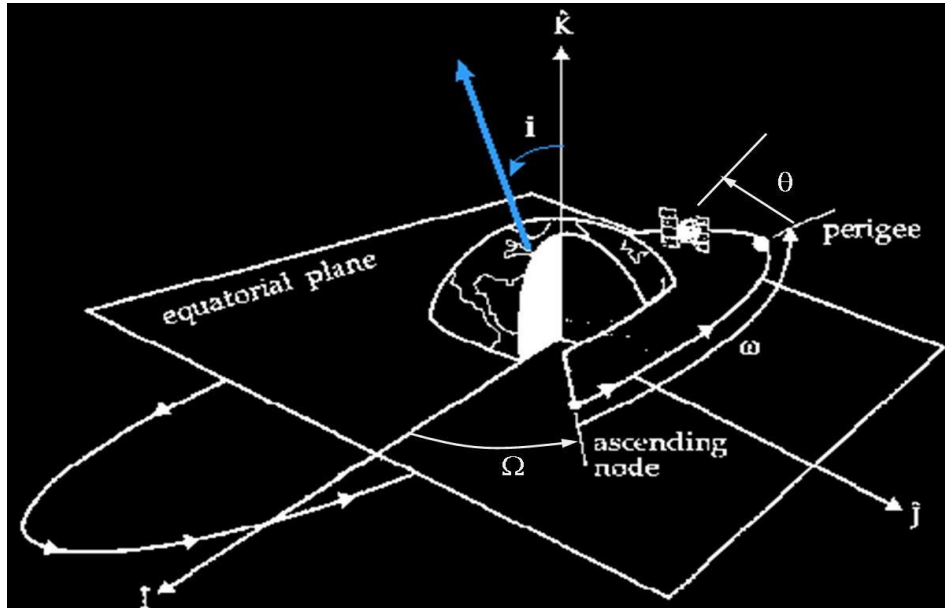
$$\cos \theta = \frac{e - \cos \varphi}{e \cdot \cos \varphi - 1}$$

Elementi Orbitali 1/2



Simbolo	Nome	Significato
a	semiasse maggiore	dimensione
e	eccentricità	forma
i	inclinazione	inclinazione del piano orbitale (nello spazio)
Ω (RAAN)	ascensione retta del nodo ascendente	orientazione del piano orbitale (nello spazio)
ω	argomento del perigeo	orientazione del perigeo (nel piano orbitale)
θ (ν)	anomalia vera	posizione dello S/C sull'orbita
T	istante di passaggio al periapside	posizione dello S/C sull'orbita

Elementi Orbitali 2/2



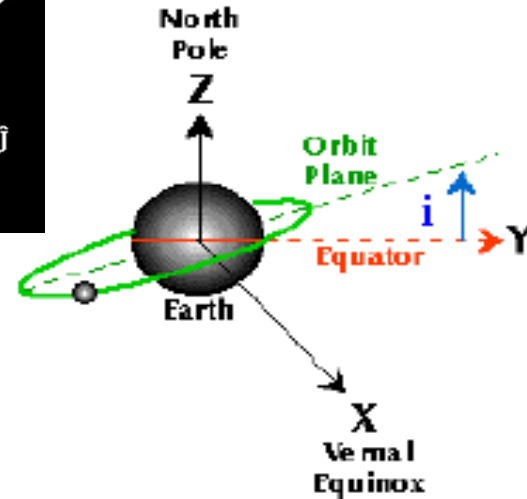
esempi:

orbita circolare, $i=0$, Ω , ω ?

orbita circolare, $i=10^\circ$, Ω , ω ?

$\Omega=0$, $\omega=0$, 90° , 180°

$\Omega=90^\circ$, $\omega=0$, 90° , 180°



Perturbazioni 1/3

$$d^2\mathbf{r}/dt^2 + \mu/r^3 \mathbf{r} = \mathbf{f}$$

Energia:

$$da/dt = 2a^2 / \sqrt{\mu p} (f_r e \sin\theta + f_\theta (1+e \cos\theta))$$

Momento Angolare Specifico:

$$d\Omega/dt \sin i = 1/\sqrt{\mu p} r f_n \sin \nu \quad (\nu = \omega + \theta)$$

$$di/dt = 1/\sqrt{\mu p} r f_n \cos \nu$$

$$de/dt = \sqrt{p/\mu} (f_r \sin \theta + f_\theta (\cos\theta + \cos\varphi))$$

$$d\omega/dt + d\Omega/dt \cos i = 1/e \sqrt{p/\mu} (-f_r \cos\theta + f_\theta (1+r/p) \sin\theta)$$

$$\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$$

$$d\mathbf{n}/dt = \mathbf{B} \times \mathbf{n}$$

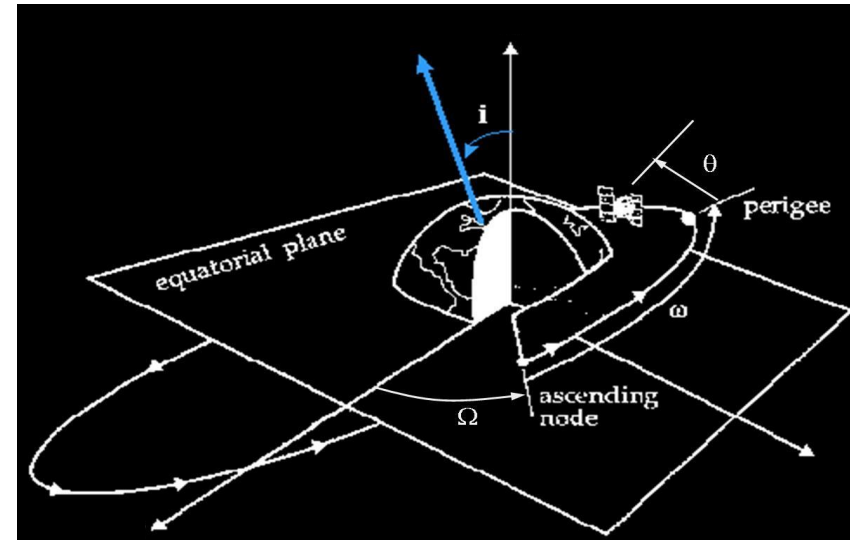
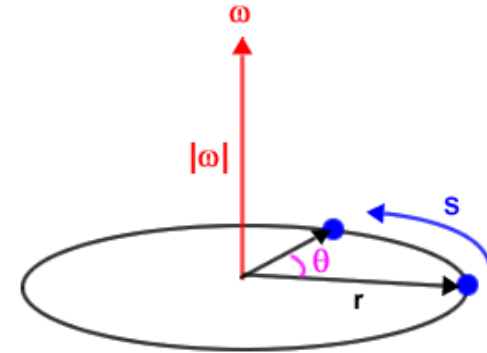
Istante per istante $\mathbf{B}$ è perpendicolare a $\mathbf{n}$
 versore ortogonale al piano orbitale e quindi si
 trova sul piano orbitale (osculante)

$$\mathbf{B} \times \mathbf{n}$$

Si può quindi esprimere:

$$\mathbf{B} \times \mathbf{n} = d\Omega/dt \sin i \mathbf{I} - di/dt \mathbf{J}$$

($\mathbf{I}$ linea dei nodi, $\mathbf{J}$ ortogonale sul piano orbitale)



Perturbazioni 2/3

Triassialità della Terra

$$\Phi = \frac{\mu}{r} \left(1 - \sum_{n=2}^{\infty} J_n \left(\frac{R_{eq}}{r} \right)^n P_n(\sin(\lambda)) \right) \quad (\mathbf{f} = -\nabla\Phi^*)$$

$$d\Omega/dt \sim -9.97 (R_{eq}/a)^{3.5} (1-e^2)^{-2} \cos(i) \quad \text{gradi/giorno}$$

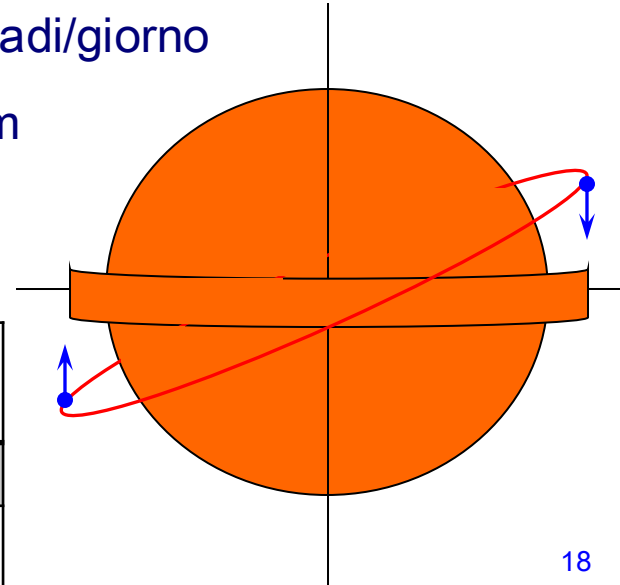
$$d\omega/dt \sim 4.98 (R_{eq}/a)^{3.5} (1-e^2)^{-2} (5 \cdot \cos^2(i) - 1) \quad \text{gradi/giorno}$$

$$r_p - r_{pe} \sim -6.8 \sin(i) \sin(\omega) \quad \text{km}$$

$$J_2 = 1.08263 \times 10^{-3}$$

$$J_3 = 2.54 \times 10^{-6}$$

Rotazione terrestre	Rigonfiamento equatoriale e appiattimento poli: $r_{polo} = 21 \text{ km}$ più corto r_{eq}
Forma a pera	Centro di massa sud equatore
Variazione raggio equatoriale	Assimetria gravitazionale nel piano equatoriale $\Delta r \sim 70 \text{ m}$



Perturbazioni 2/3

Triassialità della Terra

$$\Phi = \frac{\mu}{r} \left(1 - \sum_{n=2}^{\infty} J_n \left(\frac{R_{eq}}{r} \right)^n P_n(\sin(\lambda)) \right)$$

$$(\mathbf{f} = -\nabla\Phi^*)$$

$$d\Omega/dt \sim -9.97 (R_{eq}/a)^{3.5} (1-e^2)^{-2} \cos(i)$$

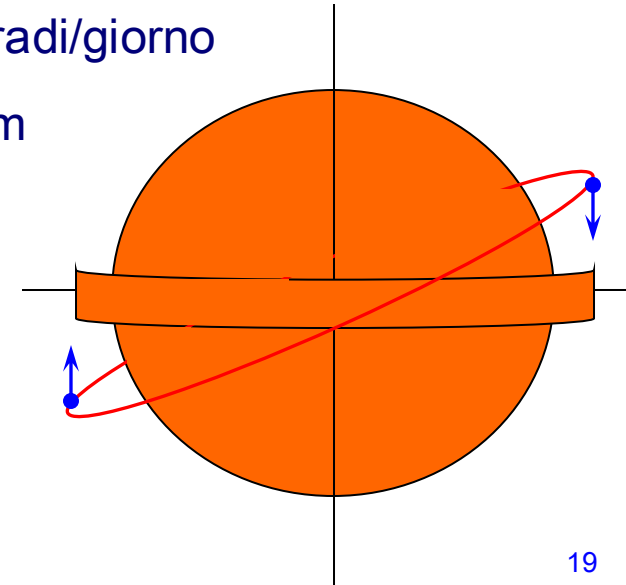
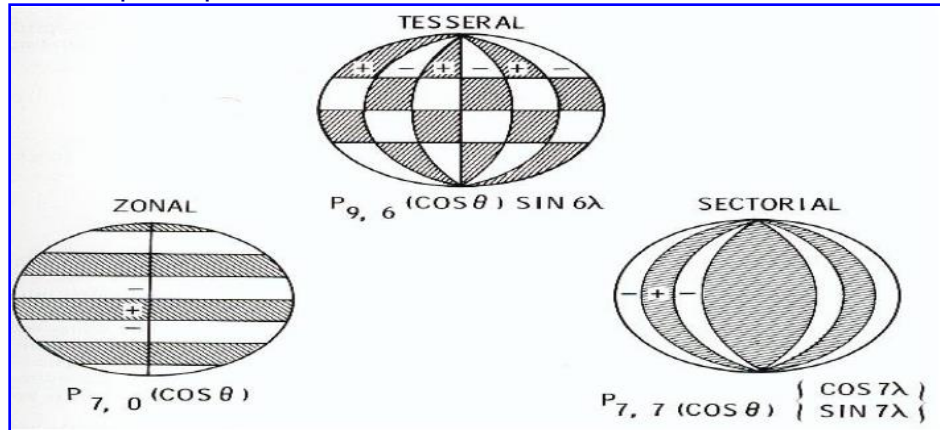
gradi/giorno

$$d\omega/dt \sim 4.98 (R_{eq}/a)^{3.5} (1-e^2)^{-2} (5 \cdot \cos^2(i) - 1)$$

gradi/giorno

$$r_p - r_{pe} \sim -6.8 \sin(i) \sin(\omega)$$

km



Perturbazioni 2/3

Triassialità della Terra

$$\Phi = \frac{\mu}{r} \left(1 - \sum_{n=2}^{\infty} J_n \left(\frac{R_{eq}}{r} \right)^n P_n(\sin(\lambda)) \right) \quad (f = -\nabla\Phi^*)$$

$$d\Omega/dt \sim -9.97 (R_{eq}/a)^{3.5} (1-e^2)^{-2} \cos(i) \quad \text{gradi/giorno}$$

$$d\omega/dt \sim 4.98 (R_{eq}/a)^{3.5} (1-e^2)^{-2} (5 \cdot \cos^2(i) - 1) \quad \text{gradi/giorno}$$

$$r_p - r_{pe} \sim -6.8 \sin(i) \sin(\omega) \quad \text{km}$$

Shape	Drag Coefficient
Sphere	0.47
Half-sphere	0.42
Cone	0.50
Cube	1.05
Angled Cube	0.80
Long Cylinder	0.82
Short Cylinder	1.15
Streamlined Body	0.04
Streamlined Half-body	0.09

Measured Drag Coefficients

Attrito Atmosferico

$$F = ma = -1/2 \rho v^2 A C_D \quad \Rightarrow \quad \Delta a_{rev} = -2\pi (C_D A / m) \rho a^2$$

$$\Delta v_{rev} = \pi (C_D A / m) \rho a v$$

$$\tau_{life} = -H / \Delta a_{rev}$$

Perturbazioni 2/3

	a (km)	e	i (deg)	$\Delta\Omega$ (deg/day)	$\Delta\omega$ (deg/day)
Shuttle	6700	0	28	-7.35	12.05
GPS	26600	0	60	0.033	0.008
GEO	42160	0	0	-0.013	0.025
Molniya	26600	0.75	63.4	-0.30	0.00

Perturbazioni 3/3

Forze Gravitazionali del Sole e della Luna

$$d\Omega/dt_L = -3.38 \cdot 10^{-3} \cos(i) / n \quad \text{gradi/giorno}$$

$$d\Omega/dt_S = -1.54 \cdot 10^{-3} \cos(i) / n \quad \text{gradi/giorno}$$

$$d\omega/dt_L = 1.69 \cdot 10^{-3} (5 \cdot \cos^2(i) - 1) / n \quad \text{gradi/giorno}$$

$$d\omega/dt_S = 0.77 \cdot 10^{-3} (5 \cdot \cos^2(i) - 1) / n \quad \text{gradi/giorno}$$

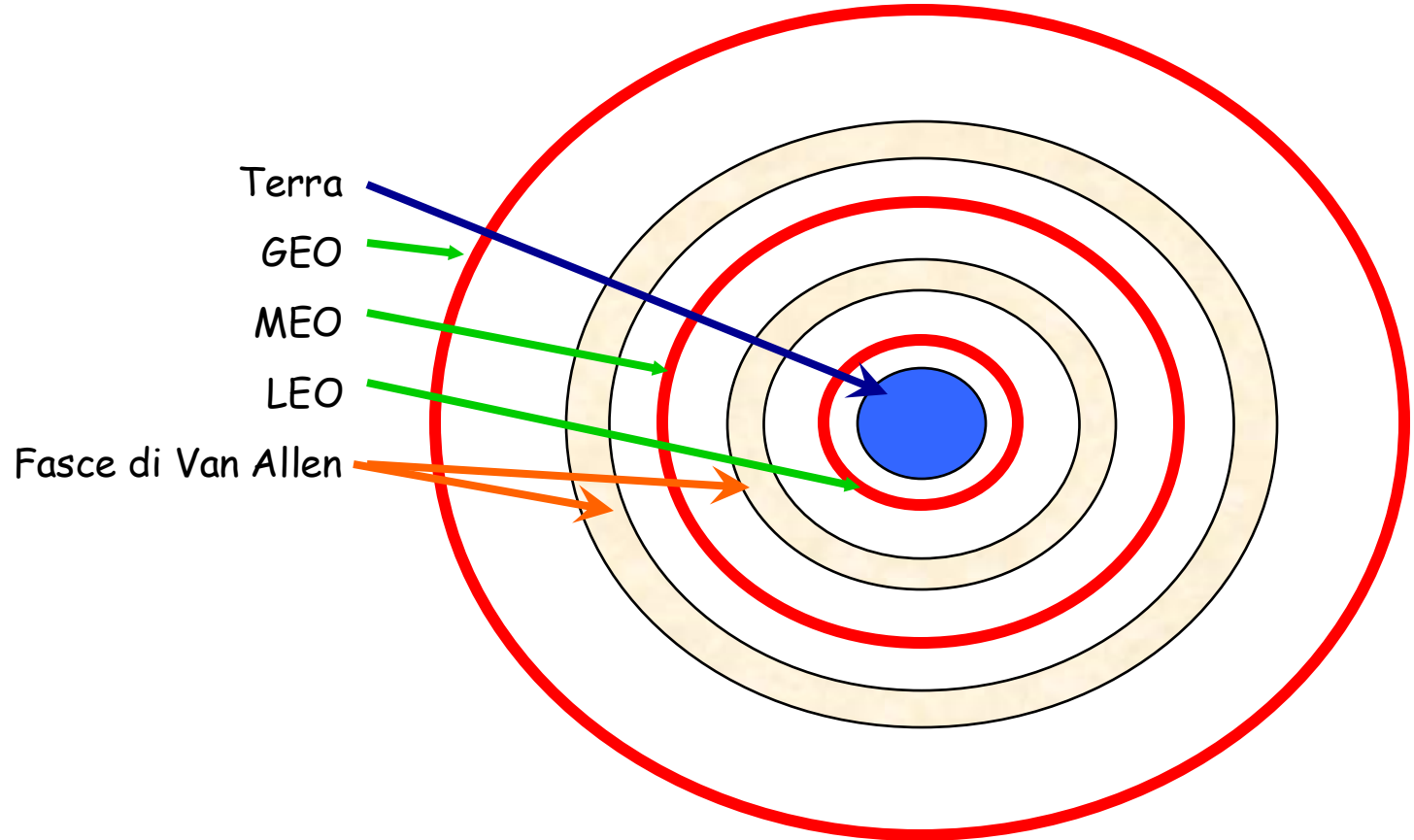
n = numero di rivoluzioni / giorno

Pressione di Radiazione

$$f = - 4.5 \cdot 10^{-6} (1+r) A/m \text{ m/s}^2$$

r = coefficiente riflessione

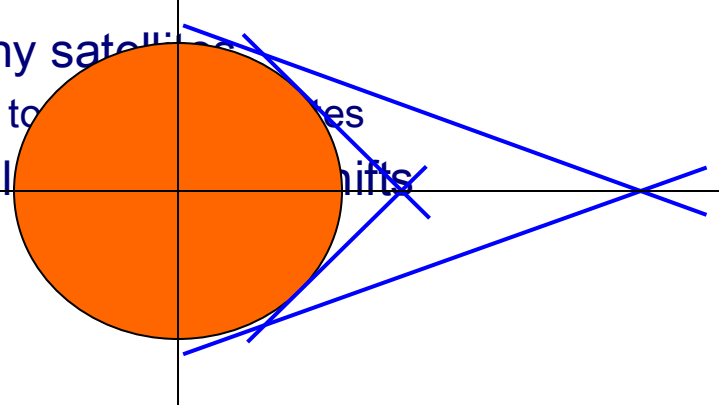
ORBITE



Low Earth Orbit (LEO)

F LEOs are either circular (or elliptical) orbits less than 2 000 km above the surface of the earth

- Satellites generally some 700 to 1400 km up
- Orbit periods between 90 to 120 minutes
 - Maximum time during which a satellite is above the horizon for an observer on the earth is 20 minutes.
- Footprint radius is generally 3 000 to 4 000 km
- A global system requires many satellites
 - Needs to hand over the service to other satellites
- Need to be able to cope with orbital drifts



Medium Earth Orbits (MEO)

- F MEOs are circular orbits at an altitude of around 10000 km, with an orbit period of around 6 hours
 - The time during which a MEO satellite is in view for an observer on the earth is in the order of a few hours
 - A global communications system using this type of orbit, requires a modest number of satellites (around 10 to 20) in 2 to 3 orbital planes to achieve global coverage
 - Compared to a LEO system, hand-over is less frequent, and propagation delay and free space loss are greater

Geosynchronous Orbit (GEO)

- F A circular orbit with an orbital period equal to that of the Earth
 - When in the equatorial plane (geostationary: inclination = 0°), it appears fixed from an observer on Earth
 - This is achieved with an orbital height of 35 786 km (or an orbital radius of 6.6107 Equatorial Earth Radii)
 - A GEO orbit has small non-zero values for inclination and eccentricity
 - causing the satellite to trace out a small figure of eight in the sky
 - The round-trip delay is approximately 250 ms

Orbite particolari

☺ Sun-Synchronous:

➤ $d\Omega/dt_{J_2} = \text{vel.ang. Terra}$

☺ Molniya:

➤ $\tau = 12 \text{ hr}$, $d\omega/dt_{J_2} = 0$, $e=0.75$, $i=63.5^\circ$

☺ Geo-Synchronous:

➤ $\tau = \text{vel.rot. Terra}$

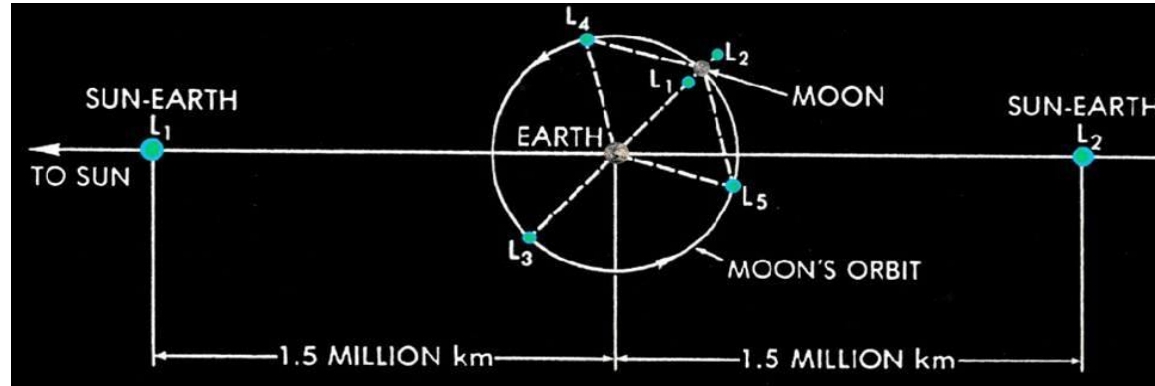
☺ Geo-Stazionarie:

➤ $\tau = \text{vel.rot. Terra}$, $i=0^\circ$

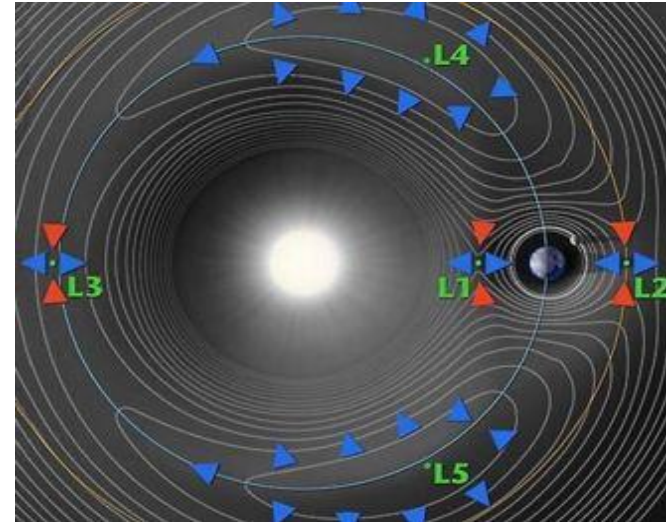
☺ Lagrangiane:

➤ equilibrio Luna/Terra/sat

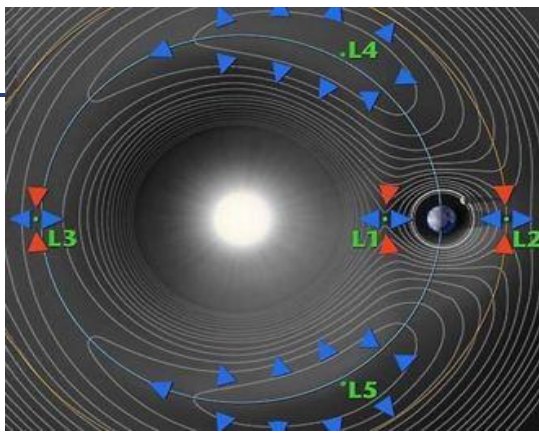
Lagrangiane



TL_1	=	322127 km
TL_2	=	442060 km
TL_3	=	386322 km
$TL_{4,5}$	=	384400 km
TS_2	=	$1.5E+06$ km
TS	=	$1.5E+08$ km

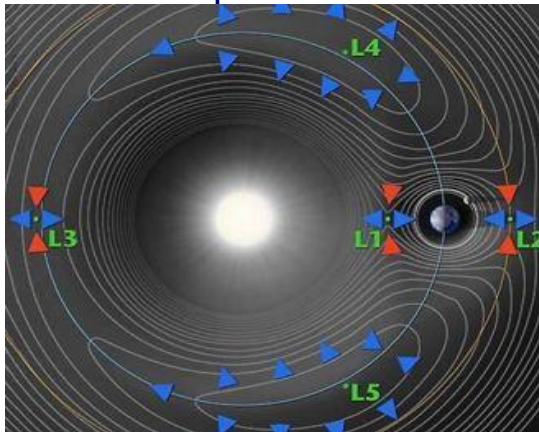
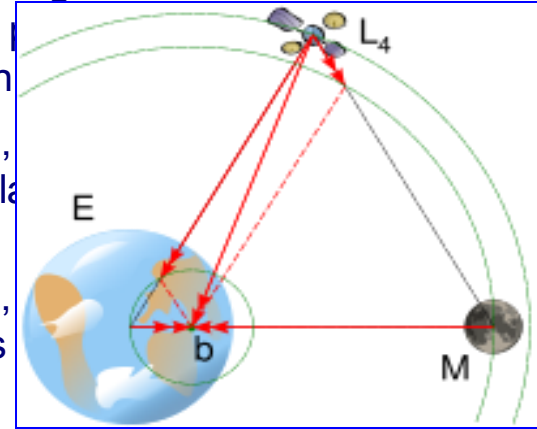


Lagrangian points

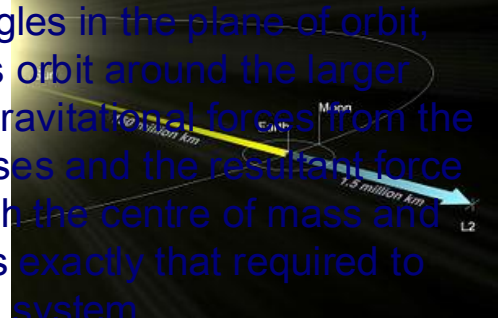


defined by and between the 2 large masses M_1 and M_2 . It is understood of the Lagrangian points effectively cancel each other out by the 2 large masses, and the 2 large masses balance each other out.

F L3: lies on the line defined by the 2 large masses, the combined pull of Earth and Sun again causes same period as the Earth

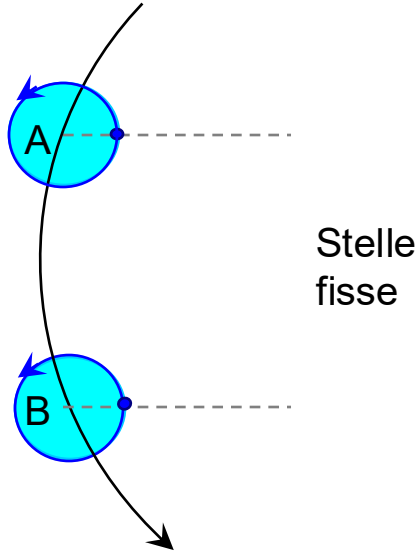


vertices of the 2 equilateral triangles in the plane of orbit, (L4) the smaller mass wrt its orbit around the larger mass. If the 2 masses are equal $\Rightarrow$ gravitational forces from the 2 masses are the same ratio as their masses and the resultant force is directed towards the center of mass of the system: being both the centre of mass and the barycenter of the system, the resultant force is exactly that required to maintain equilibrium with the rest of the system.

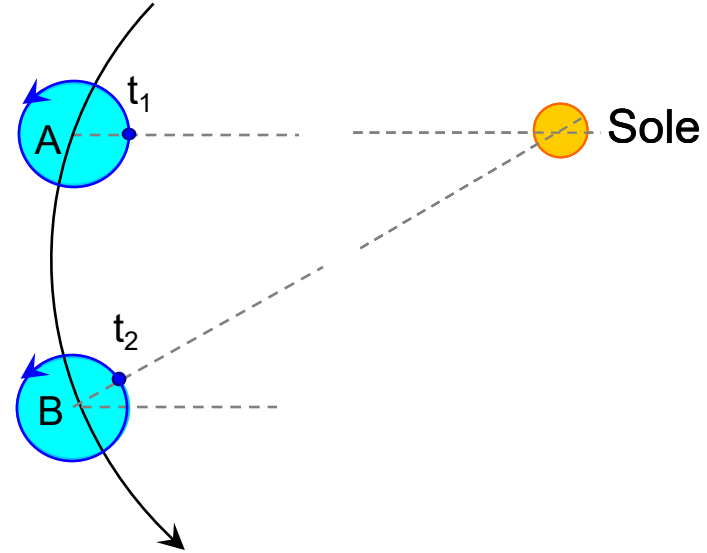


Giorno siderale e sinodico

Giorno Siderale

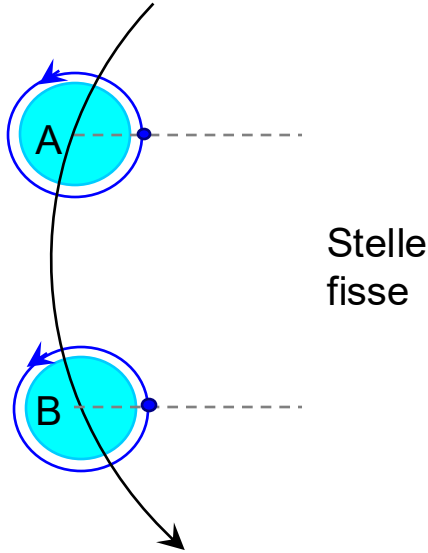


Giorno Sinodico
(giorno solare apparente)



Periodo siderale e sinodico

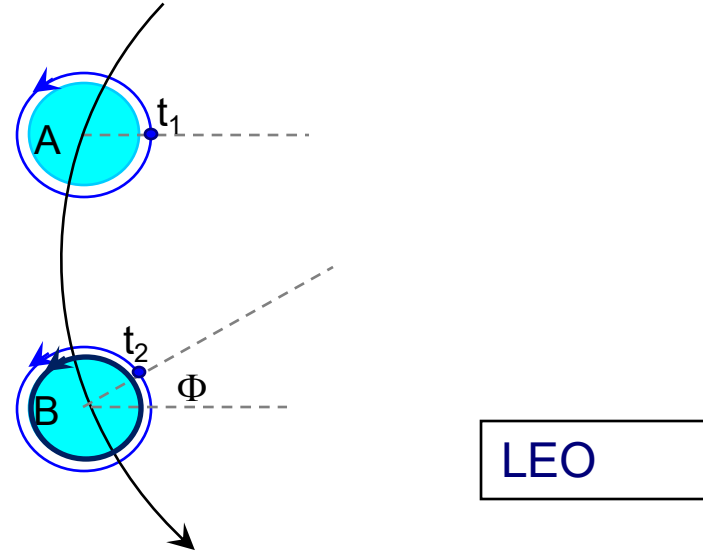
Periodo Siderale τ_S



$$2\pi + \Phi = 2\pi/\tau_S (t_2 - t_1)$$

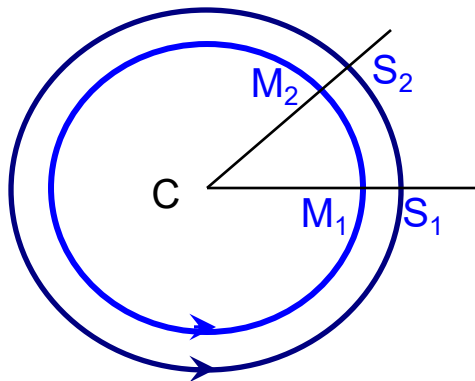
$$\Phi = 2\pi/\tau_M (t_2 - t_1)$$

Periodo Sinodico τ_{SS}



$$\Rightarrow 1/(t_2 - t_1) = 1/\tau_S - 1/\tau_M = 1/\tau_{SS}$$

Terra e pianeti esterni e Luna



$$1/\tau_M - 1/\tau_S = 1/\tau_{SS}$$

Congiunzione S, T, P (C,M,S):
periodo sinodico

$$\Rightarrow 1 - 1/\tau_S = 1/\tau_{SS}$$

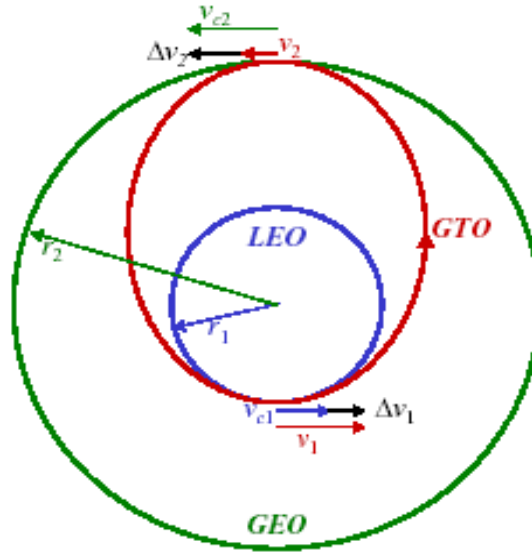
$$\Rightarrow 1/\tau_P = 1 - 1/T_P$$

Congiunzione T, L, S (C,M,S): “Luna
Nuova”, periodo sinodico

$$\tau_S = 365 \text{ giorni}, \tau_L = 27.3 \text{ giorni},$$

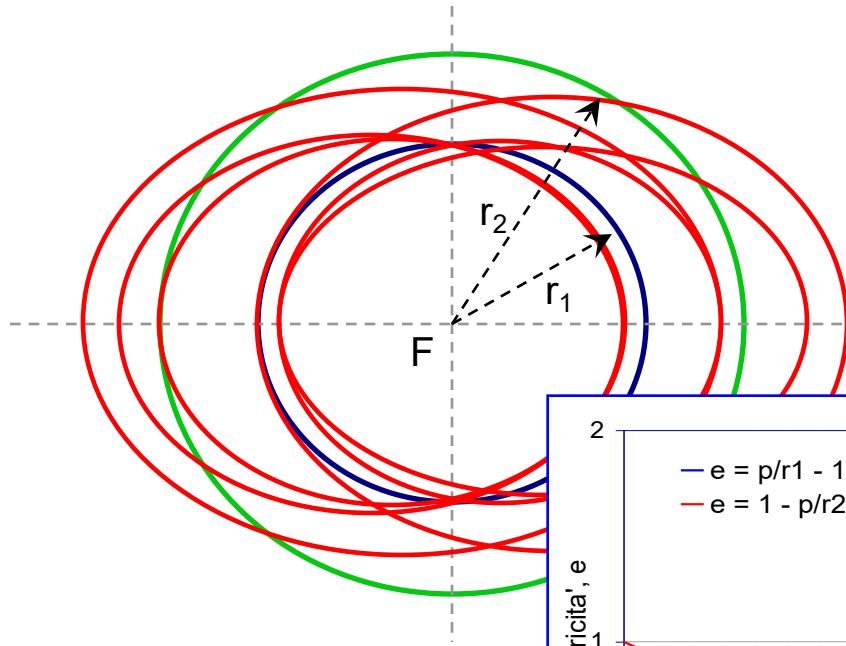
$$\Rightarrow \tau_{SS} = 29.5 \text{ giorni}$$

Trasferimento LEO-GEO: GTO 1/3



Ellissi di
Hohmann

Trasferimenti possibili

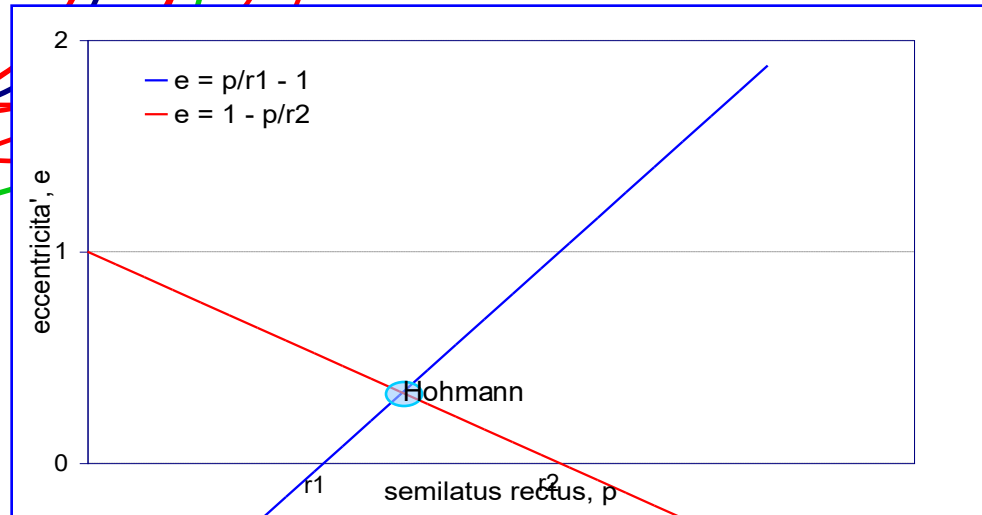


$$\Rightarrow r_{\text{peri}} = p / (1+e) \leq r_1$$

$$\Rightarrow r_{\text{apo}} = p / (1-e) \geq r_2$$

$$\Rightarrow e \geq p/r_1 - 1$$

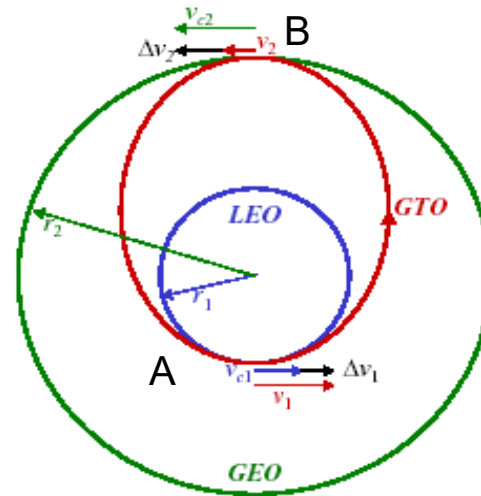
$$\Rightarrow e \geq 1 - p/r_2$$



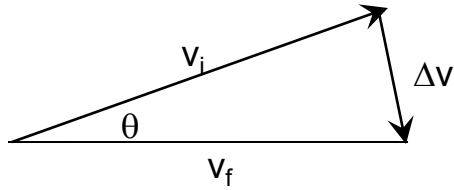
Trasferimento LEO-GEO: GTO 2/3

LEO		GEO	
h	400 km	h	35781 km
radius	6778 km	radius	42160 km
v	7.669 km/s	v	3.075 km/s

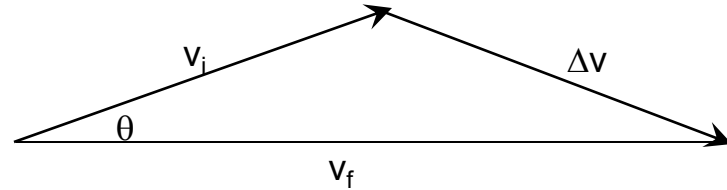
ELLISSE	
a	24469 km
r_A	6778 km
r_B	42160 km
v'_A	10.066 km/s
v'_B	1.618 km/s
τ	19046 s
	317.4 min
Δv_A	2.397 km/s
Δv_B	1.456 km/s
Δv_{TOT}	3.854 km/s



Trasferimento di piano



$$\Delta v_{\text{plane}}/2 = v_i \sin \theta/2$$

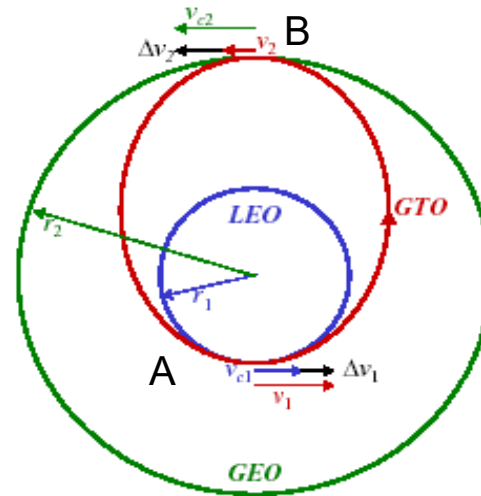


$$\Delta v_{\text{plane,if}}^2 = v_i^2 + v_f^2 - 2 v_i v_f \cos \theta$$

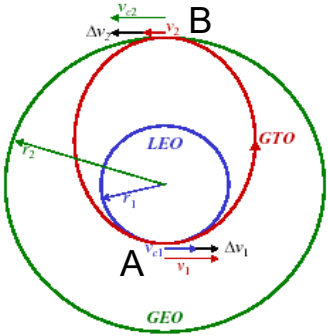
Trasferimento LEO-GEO: GTO 2/3

LEO		GEO	
h	400 km	h	35781 km
radius	6778 km	radius	42160 km
v	7.669 km/s	v	3.075 km/s

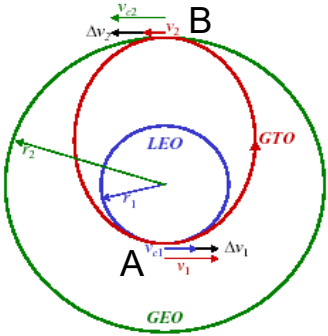
ELLISSE	
a	24469 km
r_A	6778 km
r_B	42160 km
v'_A	10.066 km/s
v'_B	1.618 km/s
τ	19046 s
	317.4 min
Δv_A	2.397 km/s
Δv_B	1.456 km/s
Δv_{TOT}	3.854 km/s



Trasferimento LEO-GEO: GTO 3/3

LEO		GEO		ELLISSE	
h	400 km	h	35781 km	a	24469 km
radius	6778 km	radius	42160 km	r_A	6778 km
v	7.669 km/s	v	3.075 km/s	r_B	42160 km
i	28 deg	i	0 deg	v'_A	10.066 km/s
	0.4887 rad		0 rad	v'_B	1.618 km/s
 Tutto trasferimento effettuato in B				τ	19046 s 317.4 min
				Δv_A	2.397 km/s
				Δv_B	1.456 km/s
				Δv_{TOT}	3.854 km/s
				Δv_{plane}	1.4877 km/s
				Δv_{TOT}	5.342 km/s
				$\Delta v_{plane,B}$	1.8128 km/s
				Δv_{TOT}	4.210 km/s

Trasferimento LEO-GEO: GTO 3/3

LEO		GEO		ELLISSE	
h	400 km	h	35781 km	a	24469 km
radius	6778 km	radius	42160 km	r_A	6778 km
v	7.669 km/s	v	3.075 km/s	r_B	42160 km
i	28 deg	i	0 deg	v'_A	10.066 km/s
	0.4887 rad		0 rad	v'_B	1.618 km/s
 Tutto trasferimento effettuato in A				τ	19046 s 317.4 min
				Δv_A	2.397 km/s
				Δv_B	1.456 km/s
				Δv_{TOT}	3.854 km/s
				Δv_{plane}	3.710 km/s
				Δv_{TOT}	7.564 km/s
				$\Delta v_{plane,A}$	4.880 km/s
				Δv_{TOT}	6.337 km/s

Aggiustamenti di orbita

Attrito Atmosferico

LEO

$$\Delta v_{\text{rev}} = \pi (C_D A / m) \rho a v$$

GEO, $i=0^\circ$

Triassialità della Terra

$$\Delta v_{\text{anno}} = 1.715 \sin(2|\text{long} - \text{long}_s|) \text{ m/s} \quad (\text{long}_s = 75^\circ/225^\circ \text{ E})$$

Forze Gravitazionali del Sole e della Luna

$$\Delta v_{\text{Luna, anno}} = 102.67 \cos \alpha \sin \alpha \text{ m/s /anno} \quad \sim 36.93 \text{ m/s /anno}$$

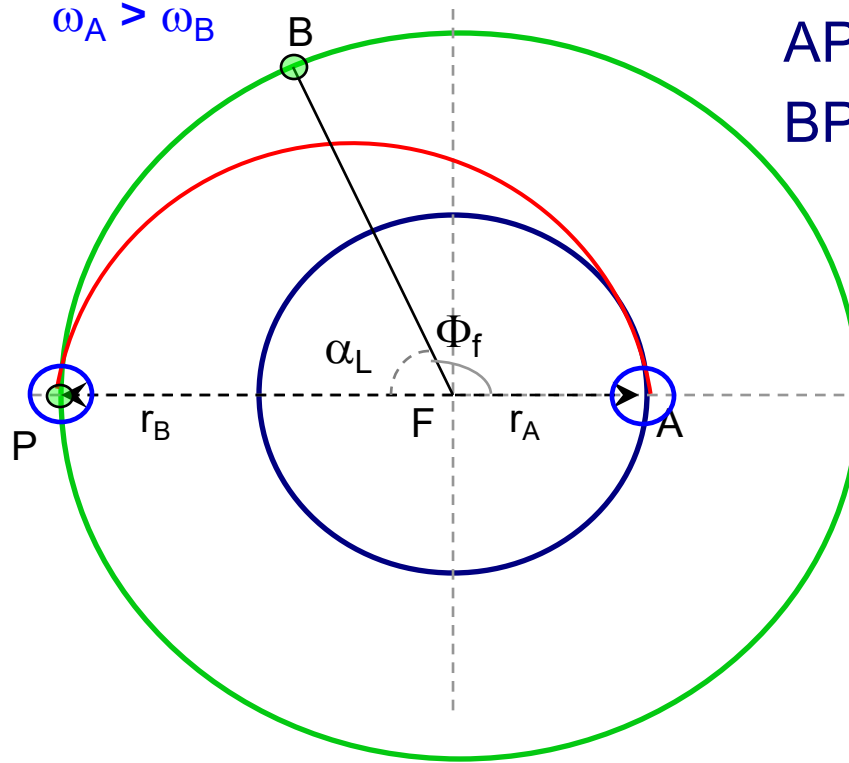
$$\Delta v_{\text{Sole, anno}} = 40.17 \cos \gamma \sin \gamma \text{ m/s /anno} \quad \sim 14.45 \text{ m/s /anno}$$

Parametri Orbitali

ORBIT	CG Terrestre	Luna	Sole
Shuttle	(a=6700 km,e=0.0,i=28°)		
Ω'	-7.350	-0.00019	-0.00008 gradi/giorno
ω'	12.050	0.00031	0.00014 gradi/giorno
Sun-Synchronous	(a=6728 km,e=0.0,i=96.85°)		
Ω'	0.986	0.00003	0.00001 gradi/giorno
ω'	-4.890	-0.00010	-0.00005 gradi/giorno
GPS	(a=26600 km,e=0.0,i=60°)		
Ω'	-0.033	-0.00085	-0.00038 gradi/giorno
ω'	0.008	0.00021	0.00010 gradi/giorno
Molniya	(a=26600 km,e=0.75,i=63.4°)		
Ω'	-0.157	-0.00076	-0.00034 gradi/giorno
ω'	0.000	0.00000	0.00000 gradi/giorno
Geosynchronous	(a=42160 km,e=0.0,i=0°)		
Ω'	-0.013	-0.00338	-0.00154 gradi/giorno
ω'	0.025	0.00676	0.00307 gradi/giorno

- F Calcolare velocita' orbitale e di fuga (nel caso di orbite ellittiche, al/da perigeo e apogeo), periodo orbitale, energia cinetica, potenziale e totale

Appuntamenti in orbita



$$\omega_A > \omega_B$$

$$AP: \tau_{AP} = \pi \sqrt{a^3/\mu} = \tau_{BP} = \tau_H$$

$$BP: \tau_{BP} = \alpha_L/\omega_B = \alpha_L \sqrt{r_B^3/\mu}$$

$$\alpha_L = \pi - \Phi_f$$

$$t_w \omega_A - t_w \omega_B = \Phi_i - \Phi_f (+2k\pi)$$

$$(\Phi_i = 0)$$

$$t_w = (\alpha_L - \pi + 2k\pi) / (\omega_A - \omega_B)$$

$$= (\tau_H \omega_B - \pi + 2k\pi) / (\omega_A - \omega_B)$$

$$t_{tot} = t_w + \tau_H + t_o$$

Esercizio 1

Per un satellite in orbita circolare ad un'altitudine di 400 km e un'inclinazione di 60° , calcolare:

- l'energia meccanica specifica
- il periodo dell'orbita e la velocità angolare
- la velocità orbitale e la velocità di fuga

Ponete $h_p = 400$ km, $e = 0.2, 0.1, 0.01$, calcolate:

- l'energia meccanica specifica
- il periodo dell'orbita e la velocità angolare media
- la velocità orbitale min e max e la velocità di fuga

Esercizio 1

Per un satellite in orbita circolare ad un'altitudine di 400 km e un'inclinazione di 60° , calcolare:

- l'energia meccanica specifica *-29.404 km²/s²*
- il periodo dell'orbita *92.56 min (1.54 hr, 5553 s)*
- la velocità orbitale *7.669 km/s*
- la velocità angolare *0.00113 rad/s*

Esercizio 2

Nelle stesse condizioni (satellite in orbita circolare ad un'altitudine di 400 km e un'inclinazione di 60°), calcolare (cubo $m=1$ kg, $C_D=2$, $l=10$ cm):

- la velocità di regressione dei nodi causata da J
- la velocità di regressione dei nodi causata dalla Luna
- la velocità di regressione dei nodi causata dal Sole
- la variazione del semi-asse maggiore causata dall'attrito atmosferico (*drag*)
- la pressione solare ($r = 0.6$)
- la durata (*lifetime*) del satellite se non viene operata una manutenzione (*maintenance*) dell'altitudine
- la variazione totale Δv richiesta per mantenere il satellite alla sua altitudine per una durata di 5 anni

Esercizio 2

RESULTS (orbital variables)			RESULTS (orbital variables)		
radius of perigee	6778.136	km	Atmospheric Drag:		
radius of apogee	6778.136	km	ballistic coefficient	50.000	kg/m ²
semi-major axis	6778.136	km	Δv	0.0024	m/s /orbit
mean motion ω (angular velocity)	0.001131	rad/s		13.545	m/s /yr
period	5553.623	s		67.727	m/s /mission
	92.560	min	Δa	-4.226	m /orbit
	1.543	h		-23.945	km /yr
# orbit/day	15.512		ΔP	-0.005	s /orbit
kinetic energy	29.403	km ² /s ²	Lifetime	2.4306	yr
potential energy	-58.807	km ² /s ²		887.7743	days
specific mechanical energy (at perigee if not circular)	-29.403	km ² /s ²		1278394.94	min
max latitude	60	deg		76703696.5	s
$\Delta \Omega$ (node shift/orbit due to Earth rotation)	-23.140	deg/orbit	Total number of day/night cycles	13771.51	
	-358.958	deg/day	Solar pressure		
	-7.251E-05	rad/s	acceleration	-7.200E-08	m/s ²
$\Delta \Omega$ TOT	-362.99	deg/day			
	-7.33E-05	rad/s			
	-23.33	deg/orbit			
instant radius	6778.136	km			
instant velocity	7.669	km/s			
	27606.812	km/hr			
$d\Omega/dt$ (nodal regression rate)	-4.027E+00	deg/day			
	-8.134E-07	rad/s			
	-1.089E-04	deg/day			
	-2.201E-11	rad/s			
	-4.964E-05	deg/day			
	-1.003E-11	rad/s			
$d\omega/dt$ (perigee regression rate)	-4.027E+00	deg/day			
	-8.134E-07	rad/s			
	1.007E+00	deg/day			
	2.034E-07	rad/s			
	2.724E-05	deg/day			
	5.502E-12	rad/s			
	1.241E-05	deg/day			
	2.507E-12	rad/s			
	1.007E+00	deg/day			
	2.034E-07	rad/s			

RESULTS (orbital variables)		
Atmospheric Drag:		
ballistic coefficient	50.000	kg/m ²
Δv	0.0247	m/s /orbit
	139.710	m/s /yr
	698.550	m/s /mission
Δa	-43.589	m /orbit
	-246.976	km /yr
ΔP	-0.054	s /orbit
Lifetime	0.2357	yr
	86.0729	days
	123945.05	min
	7436702.8	s
Total number of day/night cycles	1335.20	
Solar pressure		
acceleration	-7.200E-08	m/s ²

RESULTS (payload)	
acceleration due to drag	-4.305E-07 m/s ²

RESULTS (payload)	
acceleration due to drag	-4.440E-06 m/s ²

Esercizio 3

Calcolare la variazione totale Δv richiesta per operare un trasferimento da un'orbita bassa (250 km, $i=25^\circ$) a una geostazionaria ($i=0^\circ$):

- trasferimento di Hohmann con cambio di inclinazione alla fine del trasferimento di Hohmann
- cambio combinato con cambio di inclinazione all'apogeo
- cambio combinato con 10% di cambio dell'inclinazione al perigeo e 90% all'apogeo

Esercizio 3

ELLISSE		
a	24352	km
r _A	6628	km
r _B	42076	km
v' _A	10,193	km/s
v' _B	1,606	km/s
τ	18910	s
	315,2	min
Δv _A	2,439	km/s
Δv _B	1,472	km/s
Δv _{TOT}	3,911	km/s
Δv _{plane}	1,3323	km/s
Δv _{TOT}	5,243	km/s
Δv _{plane,B}	1,7588	km/s
Δv _{TOT}	4,197	km/s

Δv _{TOT}	4,178	km/s
Δv _{plane,A}	2,469	km/s
Δv _{plane,B}	1,709	km/s

CALCULATIONS			OUTPUTS:	
R ₁	6628	km	Δ v _{TOT,A}	5.243 km/s
R ₂	42138	km		5243.1 m/s
v ₁	7.75	m/s		18875.1 km/h
v ₂	3.08	m/s	Δ v _{TOT,B}	4.198 km/s
a _{tr}	24383.1	km		4197.8 m/s
Δ i	25	deg		15112.1 km/h
	0.436	rad	Δ v _{TOT,C}	4.178 km/s
OK: i2<i1				4178.5 m/s
Δ i ₁	0.044	rad		15042.5 km/h
Δ i ₂	0.393	rad	saving _{A,B}	1.0453 km/s
v _{tr,1}	10.19	km/s		1045.3 m/s
v _{tr,2}	1.60	km/s		3763.0 km/h
Δv ₁	2.4397	km/s	saving _{A,C}	1.0646 km/s
Δv ₂	1.4721	km/s		1064.6 m/s
Δv ₃	1.3314	km/s		3832.6 km/h
Δv _{2,3}	1.7582	km/s	saving _{B,C}	0.019 km/s
Δv _{1,2*}	2.4703	km/s		19.4 m/s
Δv _{2,3*}	1.7082	km/s		69.7 km/h
moon radius	390378	km	Δv _{1,moon}	3.95 km/s
a _{tr,moon}	198503.1	km		3946.1 m/s
v _{moon}	1.01	km/s		14205.8 km/h
v _{tr,1moon}	10.88	km/s	v _{1,escape}	3.21 km/s
Δv _{1,moon}	3.12	km/s		3212.2 m/s
v _{tr,2moon}	0.18	km/s		11563.8 km/h
Δv _{2,moon}	0.83	km/s		

e 0.72817

tau	18945.9	s
-----	---------	---

10

=

Esercizio 4

Per una S/C lanciata direttamente in un'orbita di parcheggio a 150 km con inclinazione di 60° , calcolare la variazione Δv richiesta per operare un trasferimento ad un'orbita operativa a 600 km con inclinazione di 60° . Calcolare inoltre il tempo impiegato per il trasferimento.

Se la stessa S/C è lanciata verso est da Cape Canaveral (lat= 28° ed un'inclinazione corrispondente) in un'orbita di parcheggio, calcolare il Δv necessario per compiere il trasferimento ad un'orbita operativa a 600 km con inclinazione di 60° (usare un cambio combinato di piano con tutto il cambio operato all'apogeo del trasferimento).

Provare a simulare la situazione con STK

Esercizio 4

RESULTS (parking to final orbit)		
parking radius ₁	6528	km
parking velocity ₁	7,814	km/s
final radius ₂ (atperigee ifnotcircular)	6978	km
final orbital velocity ₂ (atperigee ifnotcircular)	7,558	km/s
semi-major axis r	6753,1	km
eccentricity r	0,033317852	
Δi	0	deg
	0,000	rad
ok		
Δi_1	0,000	rad
Δi_2	0,000	rad
transfer velocity ₁	7,943	km/s
transfer velocity ₂	7,431	km/s
Δv_1	0,1291	km/s
Δv_2	0,1270	km/s
Δv_3	0,0000	km/s
$\Delta v_{2,3}$	0,1270	km/s
$\Delta v_{1,2^*}$	0,1291	km/s
$\Delta v_{2,3^*}$	0,1270	km/s
final $\Delta v_{TOT,A}$	0,2561	km/s
final $\Delta v_{TOT,B}$	0,2561	km/s
final $\Delta v_{TOT,C}$	0,2561	km/s
minimal Δv_{TOT}	0,2561	km/s
	256,1	m/s
$v_{1,escape}$	11,05	km/s
$\Delta v_{1,escape}$	3,24	km/s
time of flight	2761	s
	46,02	min

RESULTS (parking to final orbit)		
parking radius ₁	6528	km
parking velocity ₁	7,814	km/s
final radius ₂ (atperigee ifnotcircular)	6978	km
final orbital velocity ₂ (atperigee ifnotcircular)	7,558	km/s
semi-major axis r	6753,1	km
eccentricity r	0,033317852	
Δi	32	deg
	0,559	rad
ok		
Δi_1	0,056	rad
Δi_2	0,503	rad
transfer velocity ₁	7,943	km/s
transfer velocity ₂	7,431	km/s
Δv_1	0,1291	km/s
Δv_2	0,1270	km/s
Δv_3	4,1665	km/s
$\Delta v_{2,3}$	4,1333	km/s
$\Delta v_{1,2^*}$	0,4585	km/s
$\Delta v_{2,3^*}$	3,7296	km/s
final $\Delta v_{TOT,A}$	4,4225	km/s
final $\Delta v_{TOT,B}$	4,2624	km/s
final $\Delta v_{TOT,C}$	4,1881	km/s
minimal Δv_{TOT}	4,1881	km/s
	4188,1	m/s
$v_{1,escape}$	11,05	km/s
$\Delta v_{1,escape}$	3,24	km/s
time of flight	2761	s
	46,02	min

Esercizio 5

Appuntamento in orbita. Considerando:

- $\Phi_i = 0$, $h_A = 250$ km
- $h_B = 400$ km, 2000, 20000 km
- valutare il tempo impiegato per compiere il trasferimento completo per effettuare l'appuntamento in orbita

Esercizio 5

Appuntamento in orbita. Considerando:

- $\Phi_i = 0$, $h_A = 250$ km
- $h_B = 400$ km, 2000, 20000 km
- valutare il tempo impiegato per compiere il trasferimento completo per effettuare l'appuntamento in orbita

@400 km 45.57 hr

@2000 km 5.55 hr

@20000 km 4.20 hr

altezza (km)	raggio (km)	velocità (km/s)	velocità (km/ora)	circonf. (km)	periodo (s)	periodo (ore)
100	6478	7.84	28239	40703	5189	1.44
200	6578	7.78	28023	41332	5310	1.47
400	6778	7.67	27607	42588	5554	1.54
600	6978	7.56	27208	43845	5801	1.61
800	7178	7.45	26827	45102	6052	1.68
1000	7378	7.35	26461	46358	6307	1.75
2000	8378	6.90	24831	52641	7632	2.12
4000	10378	6.20	22311	65208	10522	2.92
6000	12378	5.67	20429	77774	13705	3.81
8000	14378	5.27	18955	90340	17158	4.77
10000	16378	4.93	17760	102907	20860	5.79
20000	26378	3.89	13994	165739	42636	11.84
30000	36378	3.31	11917	228571	69051	19.18
35800	42178	3.07	11067	265013	86207	23.95
35900	42278	3.07	11054	265641	86514	24.03
36000	42378	3.07	11041	266270	86821	24.12
40000	46378	2.93	10554	291402	99399	27.61
46000	52378	2.76	9931	329102	119299	33.14

Esercizio 2

d Ω /dt (nodal regression rate)	-4,355E+00	deg/day	J2
	-8,797E-07	rad/s	
	-1,053E-04	deg/day	Moon
	-2,128E-11	rad/s	
	-4,800E-05	deg/day	Sun
	-9,696E-12	rad/s	
	-4,355E+00	deg/day	Total
	-8,797E-07	rad/s	
d ω /dt (perigee regression rate)	1,089E+00	deg/day	J2
	2,199E-07	rad/s	
	2,634E-05	deg/day	Moon
	5,320E-12	rad/s	
	1,200E-05	deg/day	Sun
	2,424E-12	rad/s	
	1,089E+00	deg/day	Total
	2,199E-07	rad/s	

RESULTS (orbital variables)		
Atmospheric Drag:		
ballistic coefficient	15,92	kg/m ²
Δv	1,0755	m/s /orbit
	6301,664	m/s /yr
	31508,318	m/s /mission
Δa	-1838,436	m /orbit
	-10772,176	km /yr
acceleration	-0,000200264	m/s ²
ΔP	-2,234E+00	s /orbit
Lifetime	0,004	yr
	1,52	days
	2187,43	min
	131246,01	s
Total number of day/night cycles	24,37	
Solar pressure		
acceleration	-2,3E-07	m/s ²
Δv_{Moon}	0	m/s /year
Δv_{Sun}	0,00	m/s /year
drag acceleration	-2,00E-04	m/s ²
Gravitational acceleration	-9,07E-03	m/s ²