

Esercizi - foglio 4

Esercizio 1. Risolvere i seguenti limiti (in cui non sono presenti casi di indeterminazione):

- | | |
|---|---------------------|
| a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x}{x-5}$ | Sol. $-\frac{3}{2}$ |
| b) $\lim_{x \rightarrow 0} (x^3 - 3x^2 + 5x + 4)$ | Sol. 4 |
| c) $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{7+x} - \sqrt{x-1}$ | Sol. 2 |
| d) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \log_2(\operatorname{tg} x)$ | Sol. 0 |
| e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2^{4-x}$ | Sol. 0 |
| f) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{3-4x} - (x+1)$ | Sol. $+\infty$ |
| g) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{\sqrt{1-x-3x}}$ | Sol. 0 |
| h) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x^2+1}$ | Sol. 0 |
| i) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \log(e^{2x} - 2e^x + 3)$ | Sol. $\log 3$ |
| l) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{(3-x)^2}$ | Sol. $+\infty$ |
| m) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{x-3}$ | Sol. $+\infty$ |
| n) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{1}{x-3}$ | Sol. $-\infty$ |
| o) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x}{(2-x)^3}$ | Sol. $-\infty$ |
| p) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x}{(2-x)^3}$ | Sol. $+\infty$ |

Esercizio 2. Risolvere i seguenti limiti in cui compaiono casi di indeterminazione risolvibili con semplificazioni:

- a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$ Sol. 3
- b) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x^2 + x - 2}$ Sol. -4
- c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 4x^2 + 4x}{(x+2)(x-3)}$ Sol. 0
- d) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{\sqrt{x} - \sqrt{3}}$ Sol. $2\sqrt{3}$
- e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x+x^2} - 1}{x}$ Sol. $\frac{1}{2}$
- f) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{2}}{x-1}$ Sol. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- g) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{3 \sin^2 x}$ Sol. $\frac{1}{6}$

Esercizio 3. Risolvere i seguenti limiti di funzioni razionali:

- a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x^3 - 3x^2 + 2x + 1$ Sol. $+\infty$
- b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2x^2 - x^4$ Sol. $-\infty$
- c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{x^2+3x+1}$ Sol. 0
- d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2+4x+3}{1-x}$ Sol. $+\infty$
- e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{x+4}$ Sol. 2
- f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2+2x+1}{x^3-x+3}$ Sol. 0
- g) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^3-x^2+2x+2}{7x^2+3x-1}$ Sol. $-\infty$
- h) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3+x^2+x}{x^5}$ Sol. $+\infty$
- i) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^3+x^2+x}{x^4}$ Sol. $-\infty$
- l) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^3+x^2+x}{x^4}$ Sol. $+\infty$

Esercizio 4. Risolvere i seguenti limiti:

- a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x - \sqrt{x^2 + 1}$ Sol. 0
- b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sqrt{x}}{2\sqrt{x} + x}$ Sol. 1
- c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt[3]{x^2} + 2}$ Sol. 0
- d) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2x}}{\sqrt{x} - 2}$ Sol. 0
- e) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x| + 1}{|x| - 1}$ Sol. 1
- f) $\lim_{x \rightarrow 0^+} e^{\frac{\log^2 x - 4}{\log x - 2}}$ Sol. 0
- g) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 4x} - \sqrt{x^2 - 3}$ Sol. 2
- h) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 \log^2 x - 3 \log x + 1}{\log^3 x + 1}$ Sol. 0
- i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{3x}}{4e^{3x} + e^x + 1}$ Sol. $\frac{1}{4}$

Esercizio 5. Risolvere i seguenti limiti utilizzando i limiti notevoli:

- a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin^2 x}{4x^2}$ Sol. $\frac{3}{4}$
- b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$ Sol. 1
- c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$ Sol. $\frac{1}{2}$
- d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x}$ Sol. 0
- e) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\log(1 - \cos x) - \log x)$ Sol. $-\infty$
- f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{x}$ Sol. 5
- g) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 4x}$ Sol. $\frac{3}{4}$

$$\text{h) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x + 5 \operatorname{sen} x}{4x + 7 \operatorname{sen} x} \quad \text{Sol. } \frac{8}{11}$$

$$\text{i) } \lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{\frac{1}{x}} \quad \text{Sol. } e$$

$$\text{l) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x+2}\right)^x \quad \text{Sol. } e$$

$$\text{m) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x)}{x} \quad \text{Sol. } 1$$

$$\text{n) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\log x}{x-1} \quad \text{Sol. } 1$$

$$\text{o) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x-1}{x+3}\right)^{x+2} \quad \text{Sol. } e^{-4}$$

Esercizio 6. Risolvere i seguenti limiti in funzione del parametro a :

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - a^2}{(x - a)^3} \quad \text{con } a \in \mathbb{R} \quad \text{Sol. } \begin{cases} +\infty \text{ per } a > 0 \\ -\infty \text{ per } a < 0 \\ \text{diverso limite da destra e sinistra per } a = 0 \end{cases}$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - a^2}{5x^2 - 4ax - a^2} \quad \text{con } a \in \mathbb{R} \quad \text{Sol. } \begin{cases} \frac{1}{3} \text{ per } a \neq 0 \\ \frac{1}{5} \text{ per } a = 0 \end{cases}$$

$$\text{c) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^a - 3x + 5}{x^2 + 2} \quad \text{con } a \in \mathbb{R} \quad \text{Sol. } \begin{cases} +\infty \text{ per } a > 2 \\ 1 \text{ per } a = 2 \\ 0 \text{ per } a < 2 \end{cases}$$

$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow +\infty} (a^x + 1) \left(\frac{ax + 5}{2x + 2}\right) \quad \text{con } a > 0 \quad \text{Sol. } \begin{cases} +\infty \text{ per } a > 1 \\ 1 \text{ per } a = 1 \\ \frac{a}{2} \text{ per } a < 1 \end{cases}$$