Esame Meccanica dei Fluidi- appello unico sessione autunnale, 10/09/2025

Parte Prima: esercizi fondamentali

Docente Prof. V. Armenio

Studente: Cognome ______________________ Nome ____________________________________

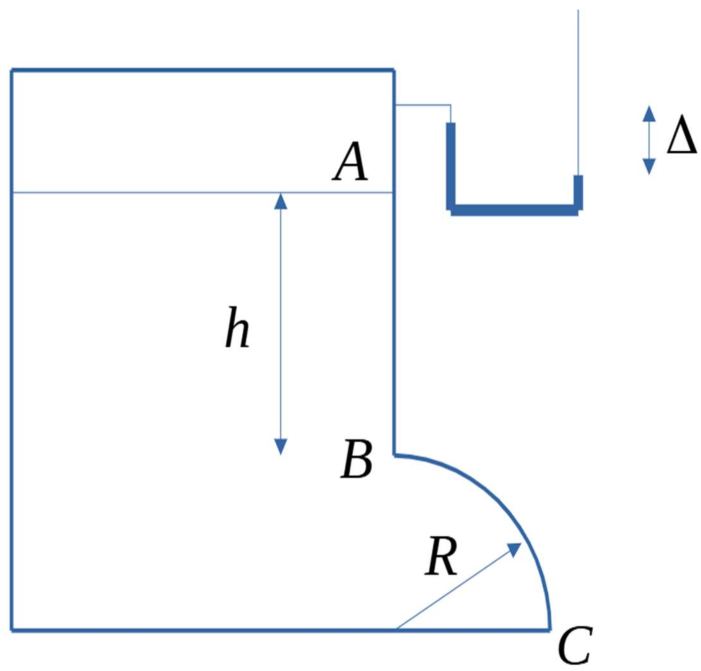
La prova si intende superata con una votazione minima di 18 punti ed è necessaria la sufficienza negli esercizi su spinta idrostatica (1), spinta dinamica (2) e condotte in pressione (3).
Numerare, identificare con nome e cognome e allegare ai presenti fogli gli elaborati, foglio per foglio. Gli elaborati confusionari, illeggibili o non contenenti una opportuna spiegazione per il procedimento utilizzato non saranno valutati.
Punteggio totale disponibile 34 punti. Da 0 a 29 vale il voto ottenuto. Da 30 a 32 la votazione finale vale 30, da 33 a 34 la votazione finale vale 30 e lode.
Comportamenti scorretti (uso di un secondo cellulare, materiale cartaceo con formule o esercizi svolti, etc.) saranno valutati con la votazione di 1/30 registrata online.

Esercizio 1 (4 punti)

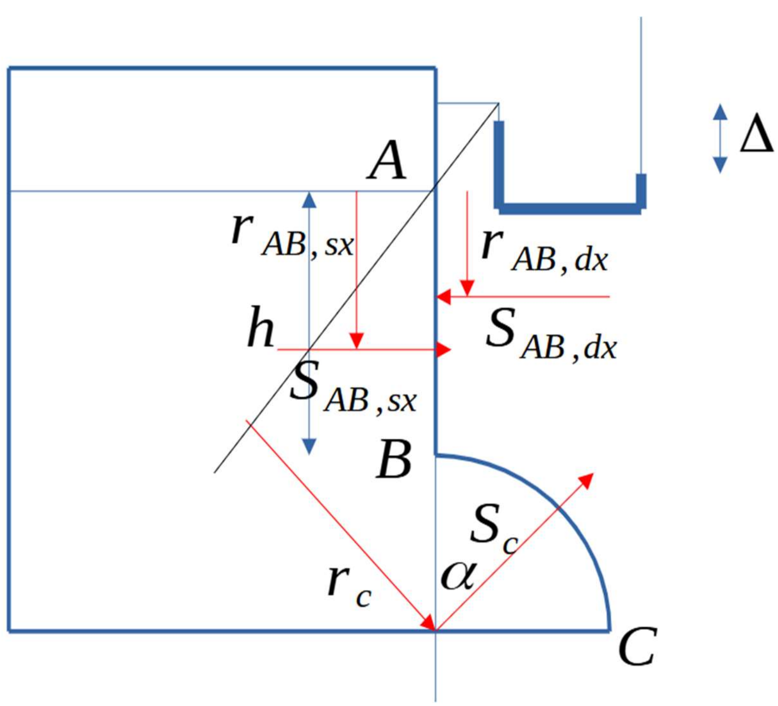
Il recipiente di figura è in depressione e parzialmente riempito di acqua. Determinare la spinta risultante e il momento della spinta rispetto al punto A

Dati

γ= 9806 N/m^3, h = 1.5 m, b =0.5 m (dimensione del serbatoio in direzione ortogonale al piano del disegno), R = 1. m, Δ = 0,05 m, γ_{Hg}= 13600 N/m^3



Soluzione Es. 1:



Il gas si trova a pressione uniforme, inferiore alla pressione atmosferica data dal valore di lettura del manometro.

Il valore della depressione sarà pari a:

$$p = \gamma_{Hg}\Delta = 680\ Pa$$

Calcolo separatamente la spinta sulla paratoia verticale AB e successivamente sulla paratoia cilindrica BC.

Per il calcolo della spinta sulla paratoia verticale posso considerare i due contributi, uno dato dal liquido considerando il piano dei carichi idrostatici sul punto A e uno dato dalla pressione dell'aria uniforme esterna al serbatoio

$$S_{AB,sn} = \gamma_{H2O} 0,5\ h_1 h_1 b = 5515.9\ N$$

$$S_{AB,dx} = -p h_1 b = -510\ N$$

Le distanze dei centri delle due spinte, rispetto al punto A saranno:

$$r_{AB,sn} = 0,666\ h_1 = 1\ m$$

$$r_{AB,dx} = 0,5\ h_1 = 0,75\ m$$

Per la spinta sulla paratoia cilindrica è conveniente considerare la posizione del piano dei carichi idrostatici relativi che si trova più in basso rispetto al livello del liquido nel serbatoio della quantità:

$$h_e = \frac{p}{\gamma_{H2O}} = 0,069\ m$$

Procediamo con il calcolo della spinta, per componenti. Per la componente orizzontale, sarà:

$$S_o = (h_1 - h_e + 0,5\ R)\gamma_{H2O} R\ b = 9466\ N$$

Per la componente verticale applico il metodo dei volumi virtuali e trovo:

$$S_v = b[(R + h_1 - h_e)\ R - 0,25\ \pi R^2]\gamma_{H2O} = 8068\ N$$

verso l'alto.

La spinta sulla paratoia cilindrica è pari a:

$$S_c = \sqrt{S_o^2 + S_v^2} = 12440\ N$$

Inclinata di un angolo $\alpha = atan\frac{S_o}{S_v} = 49.6°$

Il braccio di questa spinta rispetto al punto A sarà:

$$r_c = (h_1 + R) sin\alpha = 1,92\ m$$

Il momento delle tre spinte rispetto al punto A sarà:

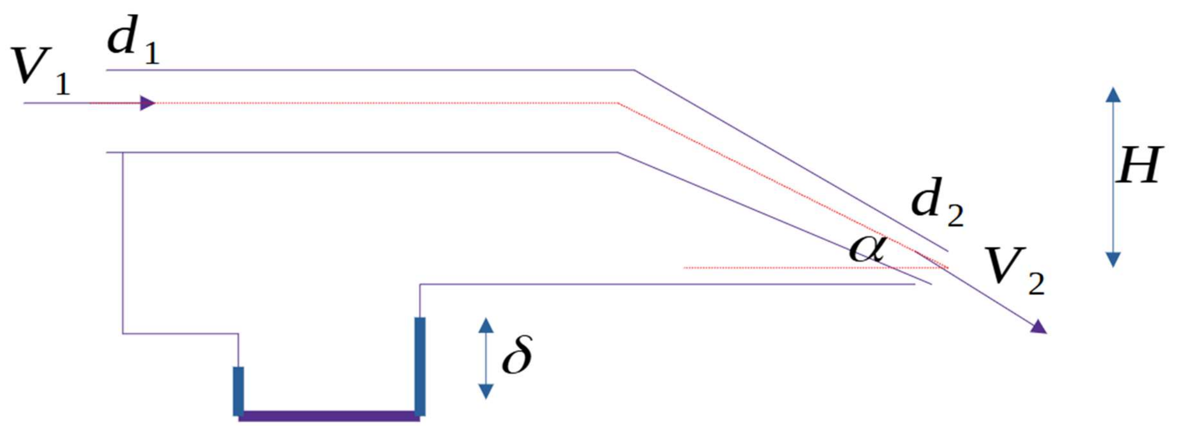
$$M = S_c r_c + S_{AB,sn} r_{AB,sn} - S_{AB,dx} r_{AB,dx} = 28769\ Nm$$

ESERCIZIO 2 (4 punti)

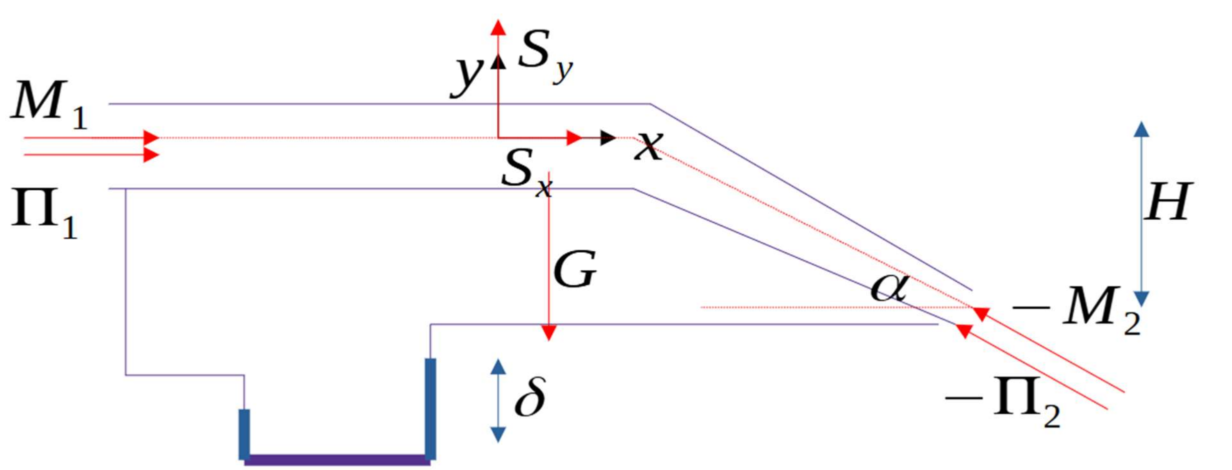
Consideriamo la condotta d'acqua in figura a sezione circolare, la quale emette un flusso in atmosfera nella sezione 2. Considerare un volume della condotta $W = 0.05\ m^3$.

Calcolare la spinta esercitata dall'acqua sul gomito nell'ipotesi di fluido ideale (componenti della spinta, modulo e inclinazione).

Dati: $d_1 = 0.2m; d_2 = 0.15m;\ \alpha = 55°; W = 0.05\ m^3; H = 0.5m; \delta = 0.1\ m;$ γ_{Hg}= 13600 N/m³



Soluzione esercizio 2



Per determinare la spinta dinamica devo determinare la pressione alla sezione 1 di ingresso. Dalla formula del manometro differenziale, considerando che la pressione relativa al punto 2 è nulla, si ha:

$$p_1 = (\gamma_{Hg} - \rho g)\delta = \; 379Pa$$

Poi applico Bernoulli tra la sezione 1 e 2 per trovare le velocità 1 e 2

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + H = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g}$$

Da cui si trova:

$$V_1 = \sqrt{\frac{\left(H + \frac{p_1}{\rho g}\right) 2g}{\frac{d_1^2}{d_2^2} - 1}} = 3.69 \frac{m}{s}$$

La velocità nella sezione 2 deriva dalla conservazione della massa:

$$V_2 = \frac{V_1 d_1^2}{d_2^2} = 6.55 \frac{m}{s}$$

Da cui la portata:

$$Q = \frac{V_1 d_1^2}{4} \pi = 0.12 \frac{m^3}{s}$$

Applico la forma integrale del bilancio di quantità di moto considerando il moto permanente.

$$\vec{M}_1 + \vec{\Pi}_1 - \vec{M}_2 - \vec{\Pi}_2 + \vec{\Pi}_0 + \vec{G} = 0$$

Da cui, la spinta del liquido sul gomito, sarà:

$$\vec{S} = \vec{M}_1 + \vec{\Pi}_1 - \vec{M}_2 - \vec{\Pi}_2 + \vec{G}$$

Per la componente sulla direzione x ottengo:

$$S_x = \; M_{1,x} + \Pi_{1,x} - M_{2,x} - \Pi_{2,x} = \rho Q V_1 + \frac{p_1 \pi d_1^2}{4} - \rho Q V_2 \cos(\alpha) = \; 3.5 \; N$$

Analogamente per la componente lungo l'asse y:

$$S_y = \; M_{1,y} + \Pi_{1,y} - M_{2,y} - \Pi_{2,y} - G = \rho Q V_2 \sin(\alpha) - \; \rho g W = \; 131.13 \; N$$

$$\mathrm{S} = \left(S_\mathrm{x}^2 + S_y^2\right)^{\frac{1}{2}} = 131.18 \; N$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{\mathrm{S_y}}{\mathrm{S_x}}\right) \quad = 88.47°$$

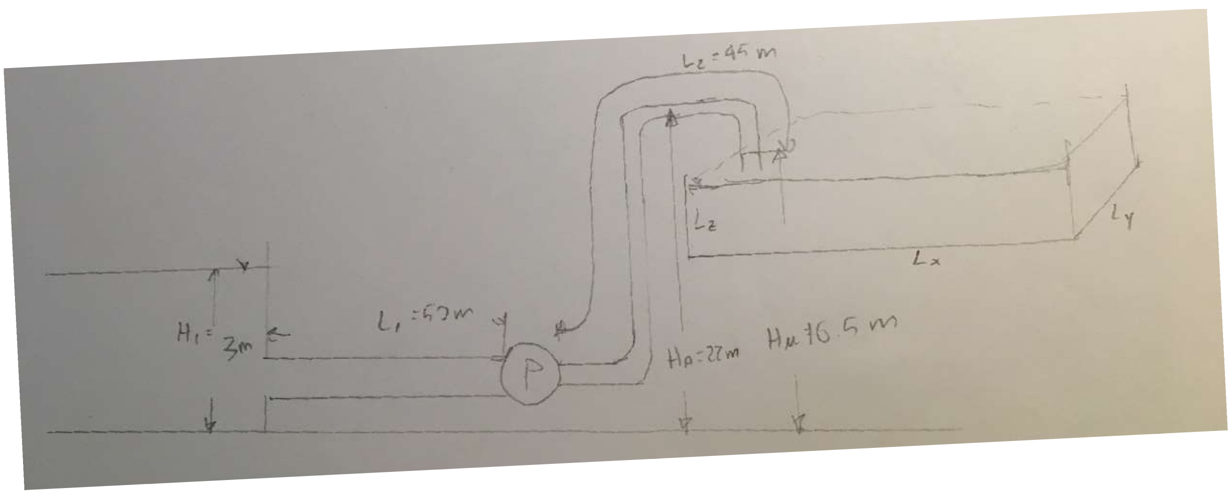
Esercizio 3 (4 punti)

Dato il sistema in figura che si trova ad una quota di 2000 metri sul l.m.m. (p_{atm}=79540 Pa), determinare la potenza della macchina elettrica che alimenta la pompa, per riempire la vasca di destra nella figura con acqua a 20 °C (pv=23331 Pa) in 8 ore. Verificare se nelle condizioni di moto ottenute al punto A si sviluppano condizioni per l'innesco della cavitazione. Le condotte 1 e 2 sono a sezione circolare. Disegnare la linea dei carichi totali e la piezometrica.

Dati:

Dimensioni vasca: L_x=50 m; L_y=25 m; L_z=4 m.

H_1=3 m; L_1=50,0 m, L_2= 45 m, D_1=0,4 m; D_2=0,25 m; H_A=22 m, H_u=16.5, ε=5.0 mm ; $\mu=10^{-3}$ Kg/ms ; ρ=1000 kg/m^3 ; coefficiente di perdita di imbocco k_1=0.5; coefficiente di perdita di sbocco k_2=1. Il rendimento totale macchina elettrica pompa è η=0,72.



Soluzione esercizio 3

Il volume della vasca è W=L_x L_y L_z= 5000 m^3. La portata volumetrica necessaria a riempire la vasca in 8 ore sarà Q=W/T dove T=3600 x 8 è il tempo in secondi. La portata volumetrica sarà 0,174 m^3/s.

Questa portata fornirà una velocità media in uscita pari a V_2=3,54 m/s, considerando che il diametro della condotta nel tratto 2 è D_2=0,25 m.

Per conservazione della massa, la velocità nel tratto 1 sarà data dalla relazione:

$$V_1 = V_2 \frac{D_2^2}{D_1^2} = 1{,}38 \frac{m}{s}$$

Si può applicare il teorema di Bernoulli generalizzato dal punto 1, sulla superficie libera del serbatoio di sinistra, allo sbocco della condotta di destra:

L'applicazione dell'equazione di Bernoulli generalizzato per la corrente nella condotta mi fornisce:

$$H_1 - \left(k_1 + \frac{\lambda_1 L_1}{D_1}\right)\frac{V_1^2}{2g} + H_p - \left(k_2 + \frac{\lambda_2 L_2}{D_2}\right)\frac{V_2^2}{2g} = H_u$$

Da cui segue:

$$H_p = H_u - z_1 + \left(k_1 + \frac{\lambda_1 L_1}{D_1}\right)\frac{V_1^2}{2g} + \left(k_2 + \frac{\lambda_2 L_2}{D_2}\right)\frac{V_2^2}{2g}$$

Per determinare i coefficienti λ, applico la formula di Cozzo.

I valori del numero di Reynolds saranno $Re_1=\rho D_1 V_1/\mu=5{,}52\times 10^5$ e $Re_2=\rho D_2 V_2/\mu=8{,}55\times 10^5$. I coefficienti di scabrezza saranno, rispettivamente $\varepsilon/D_1=0{,}0125$ e $\varepsilon/D_2=0{,}02$. Dall'applicazione della formula di Cozzo ottengo

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log\left(\frac{5.8}{Re^{0.9}} + \frac{\varepsilon}{3.71\,D}\right)$$

Da cui segue $\lambda_1=0.041$ e $\lambda_2=0.049$

$$H_p = 13{,}5 + \left(0{,}5 + \frac{0{,}041\times 50}{0{,}4}\right)0{,}097 + \left(1 + \frac{0{,}049\times 45}{0{,}25}\right)0{,}638 = (13{,}5 + 0{,}546 + 6{,}26)\text{ m}$$

Si trova $H_p=20{,}30$ m. Si noti che le perdite di carico sono molto elevate, circa il 50% della quota geodetica, soprattutto dovuto al contributo del secondo tratto che ha un diametro piccolo rispetto al primo tratto.

La potenza fornita dalla pompa sarà $P_p=\rho\, g\, Q\, H_p= 34{,}65$ KW. La potenza richiesta alla macchina elettrica sarà : $P_e=P_p/\eta=48{,}126$ KW

Per verificare se si possono manifestare condizioni di cavitazione nel tratto più alto della condotta, calcolo la pressione con Bernoulli tra il tratto più alto e l'uscita, trascurando la perdita di carico distribuita nel tratto di interesse. Questa ipotesi mi permette di operare in sicurezza, in quanto, nel tratto di interesse, la pressione, a causa delle perdite di carico, sarà necessariamente maggiore di quanto calcolato con Bernoulli.

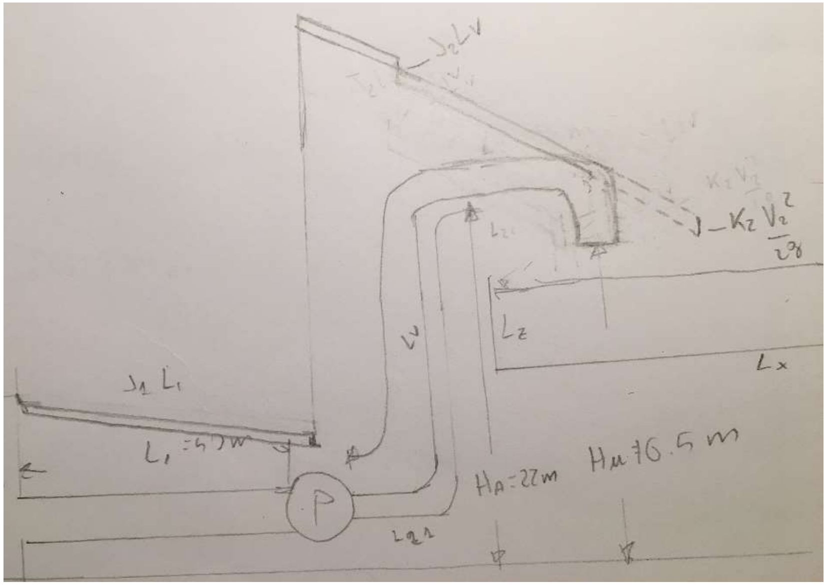
Avremo:

$$\frac{p_A}{\rho g} + H_A + \frac{V_A^2}{2g} = \frac{p_{atm}}{\rho g} + H_u + \frac{V_2^2}{2g}$$

Notiamo che $V_A=V_2$ perché la condotta è cilindrica, quindi

$p_A=p_{atm}+(16{,}5-22)\times 9810=$ $(79540-53955)$ Pa$=25585$ Pa superiore ai 23331 Pa della tensione di valore dell'acqua a 20 gradi, quindi non c'è pericolo di cavitazione. In realtà la pressione sarà ancora maggiore a causa delle perdite di carico tra il tratto A e la sezione di sbocco.

Infine, la linea dei carichi totali e la piezometrica sono riportate nella figura sotto. Da notare il tratto tratteggiato a destra che indica le linee nel tratto verticale finale, mentre il salto J_2L_v indica la caduta nel tratto verticale di sinistra



$J_2 L V$
$J_1 L_1$
$L_1 = 50 m$
L_z
L_x
$H_A = 22 m$
$H_u = 16.5 m$
$K_2 \frac{V_2^2}{2g}$