



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI TRIESTE

Lezione 4

Statica

Corso di Fisica Medica (050ME-9)

Corso di Laurea Triennale in Fisioterapia – A.A. 2025/2026

Dipartimento di Scienze Mediche Chirurgiche e della Salute

Luca Brombal

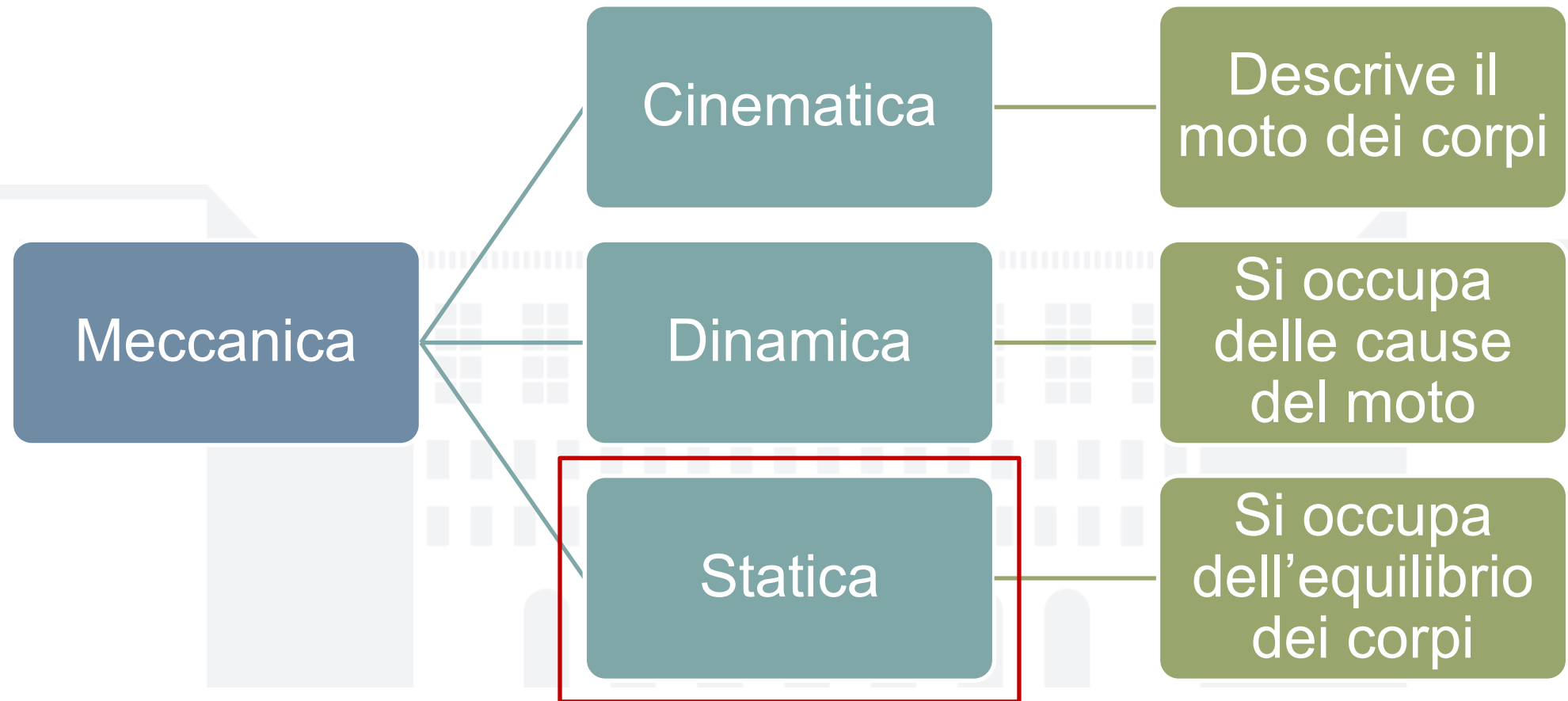
email: lbrombal@units.it

tel: 040 558 2778

10, 11 NOVEMBRE 2025

Statica

Cominciamo!



Dinamica del punto materiale: argomenti

- I sistemi di molti corpi e il baricentro
- I corpi rigidi il momento di una forza
- L'equilibrio rotazionale e traslazionale
- Le leve:
 - Definizioni
 - Esempi che riguardano il corpo umano



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI TRIESTE

Sistemi di molti corpi e baricentro

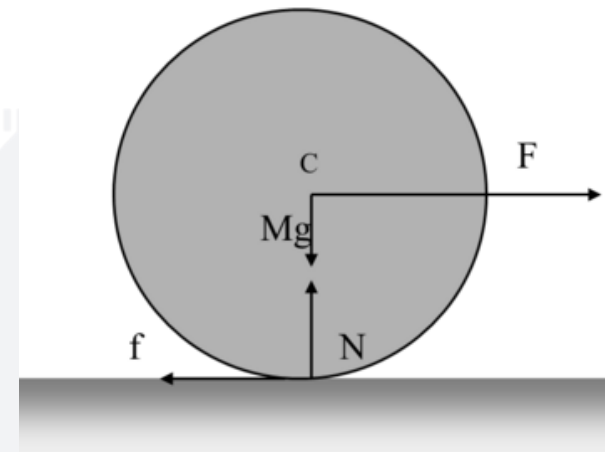
Sistemi di corpi - introduzione

Finora abbiamo sempre trattato singoli corpi approssimabili al punto materiale, ovvero per i quali tutte le forze si possono considerare applicate a un unico punto.

! Tuttavia in molti casi in cui non si possono trascurare l'estensione e la struttura interna del corpo in oggetto!

Nota: si pensi al caso della ruota di una bicicletta in movimento: diversi punti della ruota hanno diverse accelerazioni e le forze vengono applicate in punti diversi (la forza di attrito nel punto di contatto con la strada, quella dei freni sul disco, ecc.)

https://it.wikipedia.org/wiki/Moto_di_puro_rotolamento



Il baricentro o centro di massa (1/2)

Baricentro:= greco *barýs* 'pesante' e *kéntron* 'centro' 1892.

Si applica a sistemi estesi o sistemi composti di molti corpi

Si consideri un sistema di corpi (o particelle), ciascuna di massa m_i , il sistema avrà massa totale

$$M = m_1 + m_2 + \dots = \sum_i m_i \quad \text{SOMMATORIA}$$

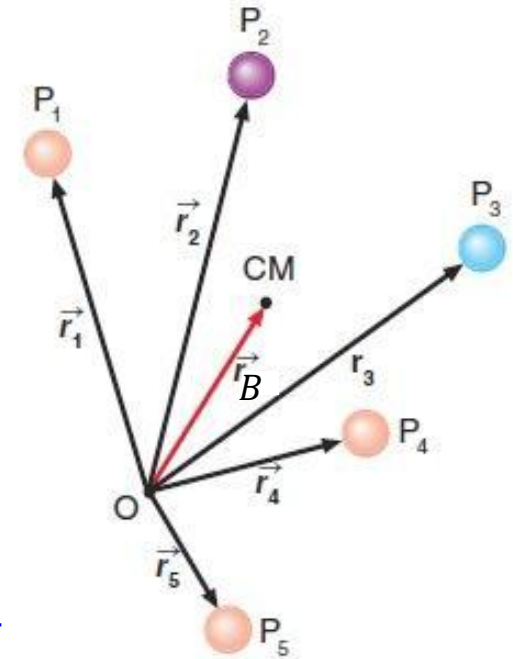
[video](#)

Si definisce baricentro quel punto individuato dal vettore posizione dato dalla somma dei vettori posizione delle particelle, pesati rispetto al valore della propria massa diviso per la massa totale

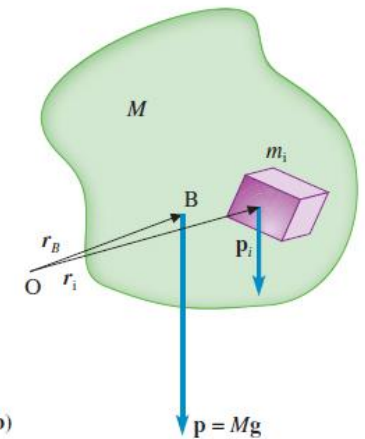
$$\vec{r}_B = \frac{\sum_i \vec{r}_i \cdot m_i}{\sum_i m_i} = \frac{\sum_i \vec{r}_i m_i}{M}$$

Note: intuitivamente, possiamo immaginare i corpi estesi come costituiti da tante piccole particelle di massa infinitesima e, passando dalla sommatoria all'integrale, definire il baricentro analogamente a quanto fatto.

Sistema a molti corpi



Corpo esteso



Il baricentro o centro di massa (2/2)

Essendo individuato da un vettore, il baricentro può essere scomposto in componenti.

Ovvero, il vettore $\vec{r}_B$

$$\vec{r}_B = (X_B; Y_B; Z_B)$$

Avrà, in 3 dimensioni, componenti:

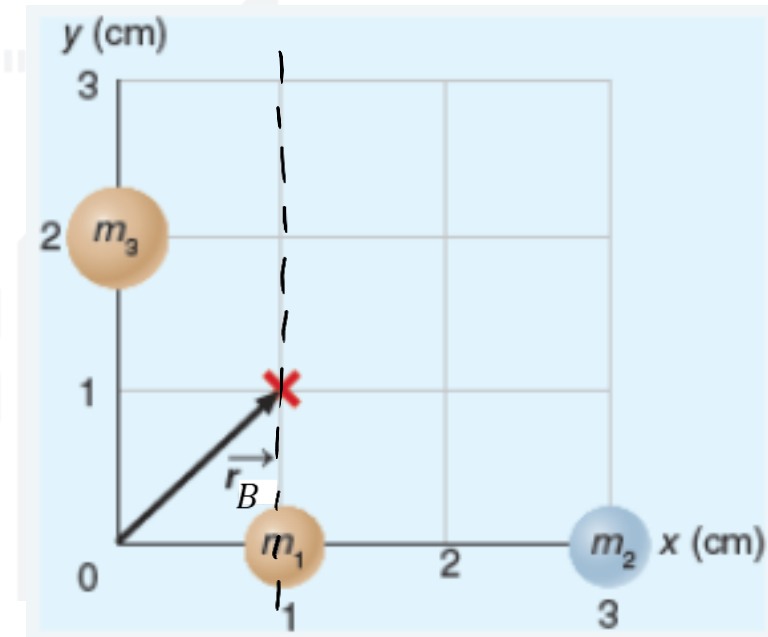
$$X_B = \frac{\sum_i X_i m_i}{M}; \quad Y_B = \frac{\sum_i Y_i m_i}{M}; \quad Z_B = \frac{\sum_i Z_i m_i}{M}$$

Il baricentro– esempio in 2 dimensioni

Il sistema in figura è costituito da tre punti materiali, P_1, P_2, P_3 di massa $m_1 = m_2 = 1,5 \text{ kg}$ e $m_3 = 3 \text{ kg}$. Rispetto al sistema di assi cartesiani mostrato in figura le coordinate dei tre punti sono $P_1 = (1 \text{ cm}, 0)$; $P_2 = (3 \text{ cm}, 0)$; e $P_3 = (0, 2 \text{ cm})$. Per determinare la posizione del baricentro usiamo la scomposizione nelle sue componenti:

$$X_B = \frac{X_1 m_1 + X_2 m_2 + X_3 m_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{1 \text{ cm} \cdot 1,5 \text{ kg} + 3 \text{ cm} \cdot 1,5 \text{ kg} + 0}{1,5 \text{ kg} + 1,5 \text{ kg} + 3 \text{ kg}}$$

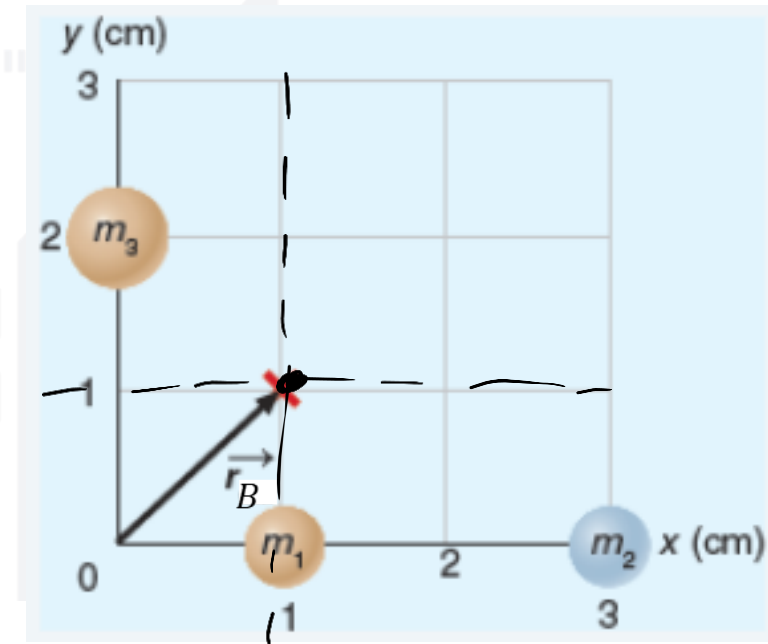
$$= \frac{6 \text{ cm} \cdot \text{kg}}{6 \text{ kg}} = 1 \text{ cm}$$



Il baricentro – esempio in 2 dimensioni

Il sistema in figura è costituito da tre punti materiali, P_1, P_2, P_3 di massa $m_1 = m_2 = 1,5 \text{ kg}$ e $m_3 = 3 \text{ kg}$. Rispetto al sistema di assi cartesiani mostrato in figura le coordinate dei tre punti sono $P_1 = (1 \text{ cm}, 0)$; $P_2 = (3 \text{ cm}, 0)$; e $P_3 = (0, 2 \text{ cm})$. Per determinare la posizione del baricentro usiamo la scomposizione nelle sue componenti:

$$Y_B = \frac{Y_1 m_1 + Y_2 m_2 + Y_3 m_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{0 + 0 + 2 \text{ cm} \cdot 3 \text{ kg}}{6 \text{ kg}} = \frac{6 \text{ cm kg}}{6 \text{ kg}} = 1 \text{ cm}$$



Proprietà baricentro 1

Il moto complessivo di un sistema di molti corpi o esteso sottoposto a forze esterne di risultante $\vec{F}_{est}$ e' descritto da:

$$\vec{F}_{est} = M \vec{a}_B$$

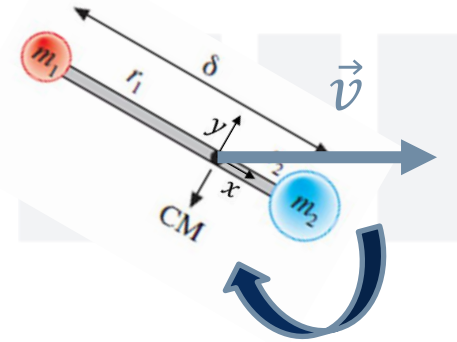
massa totale

accelerazione del baricentro

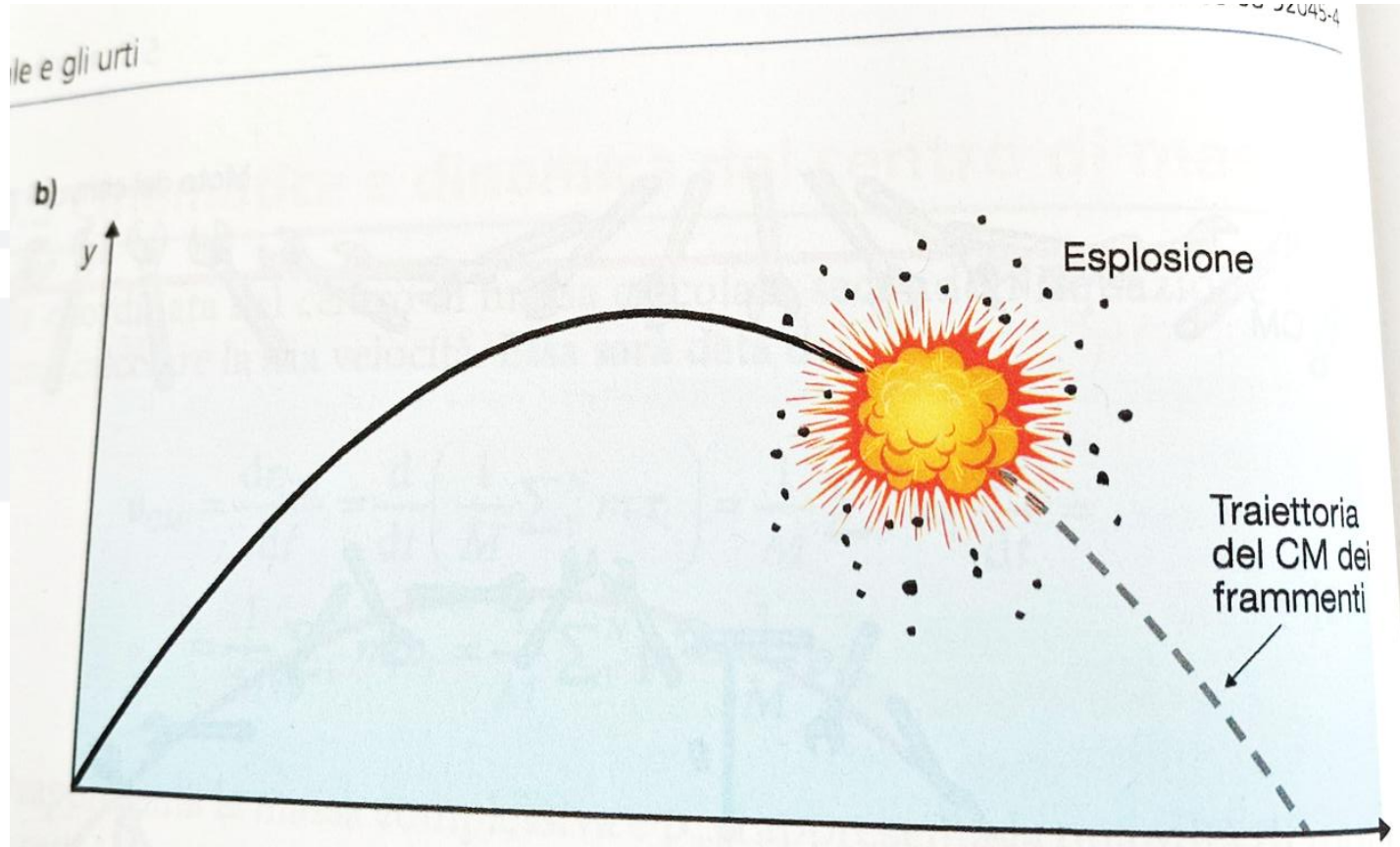
«Il baricentro si muove con un'accelerazione uguale a quella di un punto materiale di massa pari alla massa totale M soggetto alle forze esterne $\vec{F}_{est}$ »

Intuitivamente è come se, nel complesso, tutta la massa fosse concentrata nel baricentro

[video](#)



Proprietà baricentro 1

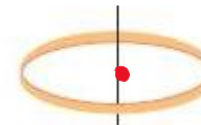


Alessandrini, Andrea. *Fisica per le scienze della vita*. Zanichelli Editore SpA, 2023.

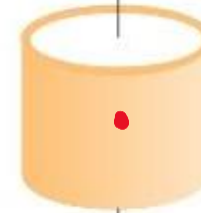
Proprietà baricentro 2

Per i corpi estesi omogenei il
baricentro con il centro geometrico

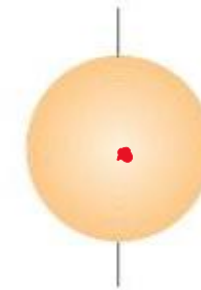
• = baricentro



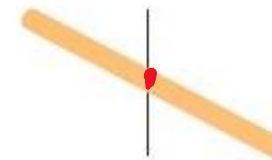
anello $I = mR^2$



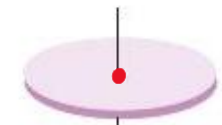
guscio cilindrico sottile
 $I = mR^2$



guscio sferico sottile
 $I = \frac{2}{3}mR^2$



asta sottile
 $I = \frac{1}{12}md^2$



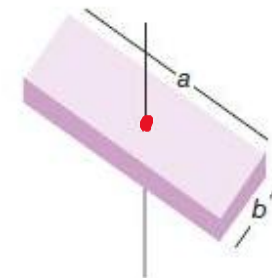
disco $I = \frac{1}{2}mR^2$



cilindro pieno
 $I = \frac{1}{2}mR^2$



sfera piena
 $I = \frac{2}{5}mR^2$



lastra
 $I = \frac{1}{12}m(a^2 + b^2)$

Sistemi di corpi e baricentro





UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI TRIESTE

I corpi rigidi e il momento di una forza

Il corpo rigido

“Un corpo rigido è un oggetto indeformabile indipendentemente dalle forze o vincoli applicati”

Immaginando un corpo come un insieme di particelle, in un corpo rigido le distanze reciproche tra le particelle rimangono immutate, e quindi anche la loro distanza dal centro di massa.

Nota: il corpo rigido è comunque un'approssimazione della realtà ma, in molti casi, molto più utile rispetto al punto materiale!

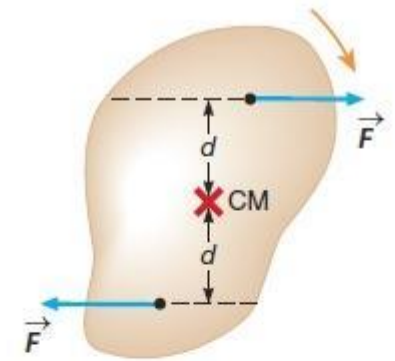


Figura 6.12 Due forze parallele, di uguale modulo e verso opposto, applicate alla stessa distanza dal centro di massa di un corpo rigido inizialmente in quiete, inducono una rotazione del corpo lasciando inalterata la velocità del centro di massa.



R. Velotta
Manuale di Fisica Generale
per il semestre filtro, I Ed.
EdiSES Edizioni

Il momento di una forza o momento torcente

Data una forza F applicata ad un punto P identificato da un vettore posizione $\vec{r}$ rispetto a un qualsiasi punto di riferimento O , il momento della forza rispetto ad O è definito:

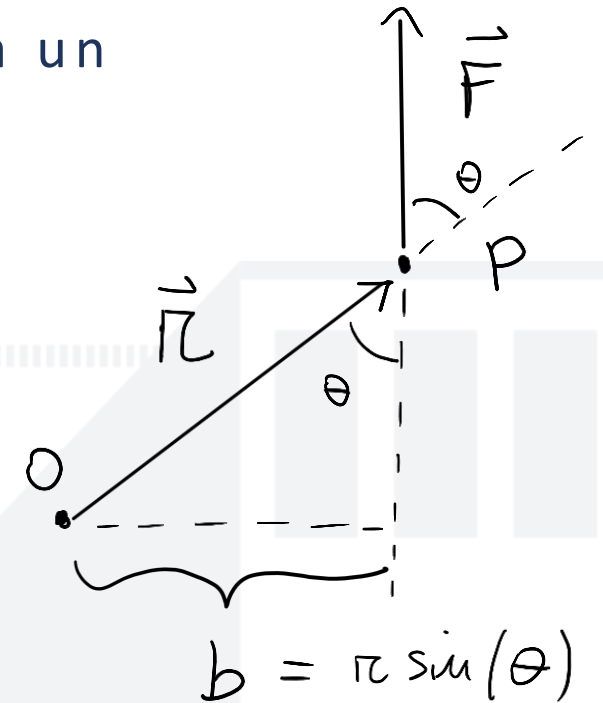
$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

↳ prodotto vettoriale

Il momento della forza è un vettore che ha
Modulo

$$|\vec{M}| = r F \sin(\theta) = b \cdot F$$

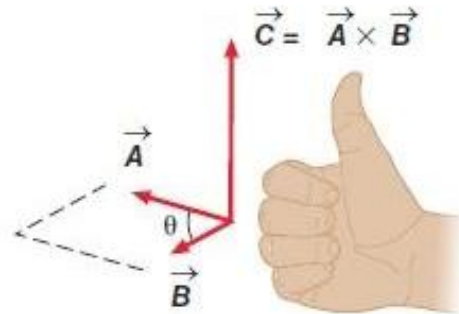
Ove θ è l'angolo formato tra le direzioni di $\vec{r}$ ed $\vec{F}$, e
 $b = r \sin(\theta)$ è definito braccio (o braccio di leva)



Il momento di una forza o momento torcente

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

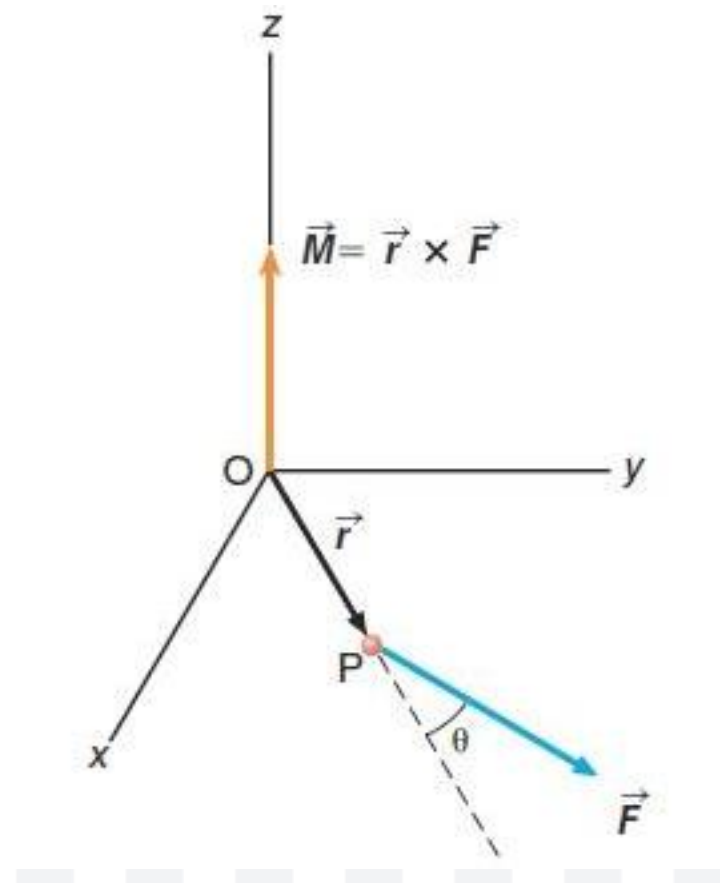
Direzione e verso: regola della mano destra (o vite destra)



Ortogonale rispetto al piano contenente i vettori $\vec{r}$ ed $\vec{F}$, verso tale per cui al vettore $\vec{M}$ appaia antiorario il senso che porta a sovrapporre $\vec{r}$ con $\vec{F}$.

Nota: anche per il momento torcente vale il principio di sovrapposizione $\rightarrow$ il momento totale è la somma dei singoli momenti (tutti calcolati rispetto allo stesso punto!)

Il momento di una forza o momento torcente



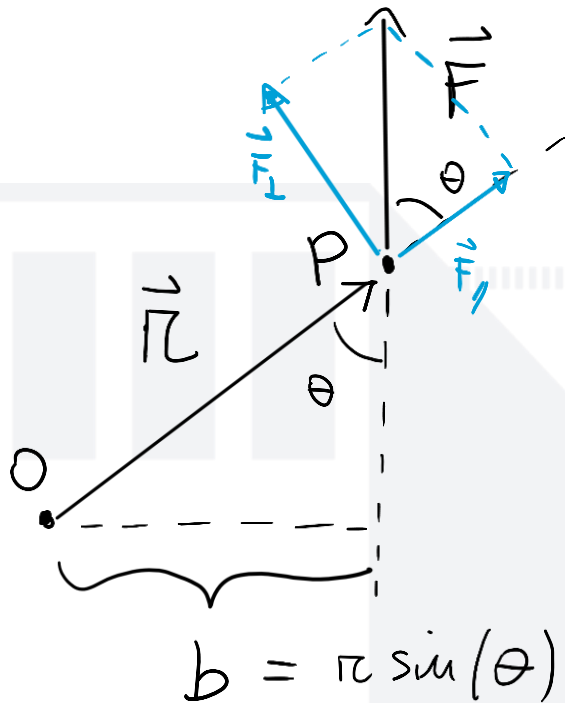
Ancora sul momento: scomposizione della forza

Scomponiamo la forza come somma della componenti tangenziali e ortogonali rispetto al vettore posizione

$$\vec{F} = \vec{F}_{\parallel} + \vec{F}_{\perp}$$

A questo punto possiamo calcolare il momento come la somma dei momenti (principio di sovrapposizione)

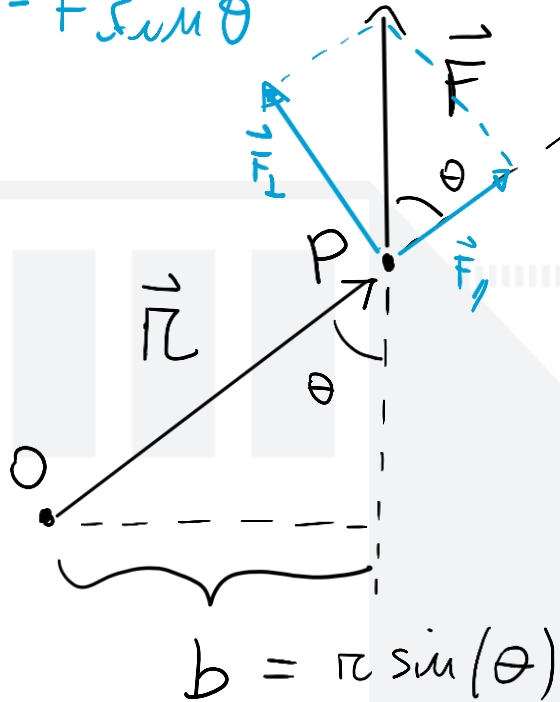
$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{r} \times (\vec{F}_{\parallel} + \vec{F}_{\perp}) = \vec{r} \times \vec{F}_{\parallel} + \vec{r} \times \vec{F}_{\perp} = \vec{M}_{\parallel} + \vec{M}_{\perp}$$



Ancora sul momento: scomposizione della forza

Ma, poiché l'angolo tra la $\vec{F}_{\parallel}$ ed $\vec{r}$ è nullo

$$|\vec{F}_{\perp}| = F \sin \theta$$



$$|\vec{M}_{\parallel}| = r F_{\parallel} \sin(0^\circ) = 0$$

L'angolo tra il la $\vec{F}_{\perp}$ ed $\vec{r}$ è di 90°

$$|\vec{M}_{\perp}| = r F_{\perp} \sin(90^\circ) = r F_{\perp} = r F \sin(\theta)$$

$\vec{M}_{\perp}$ ha direzione e verso calcolati con regola mano dx

$$\Rightarrow \vec{M} = \vec{M}_{\perp}$$

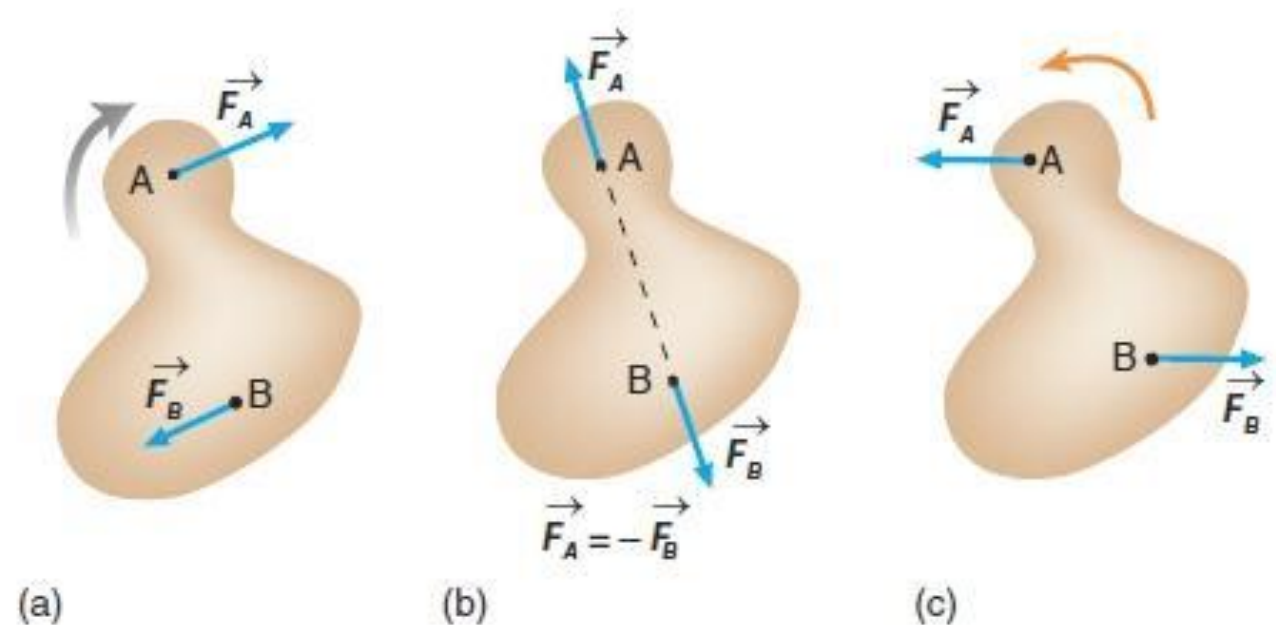
L'unica componente della forza che contribuisce al momento è quella perpendicolare!



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI TRIESTE

L'equilibrio rotazionale e traslazionale

Equilibrio rotazionale del corpo rigido



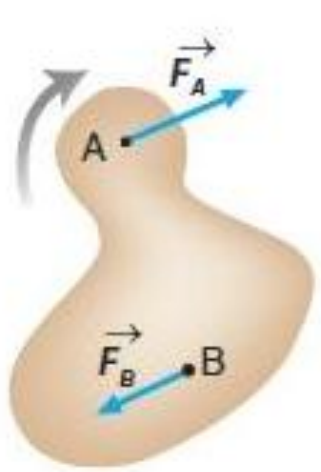
In cosa si differenziano i casi (a), (b) e (c)?

L'equilibrio rotazionale e traslazionale

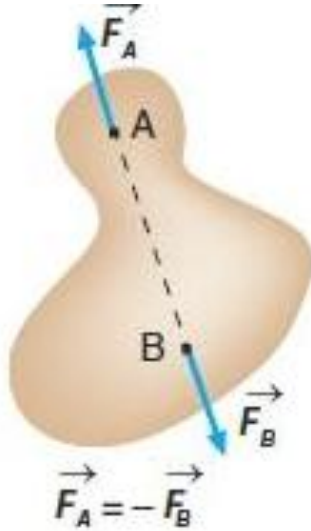
┌ • | • | • • | | | • • |



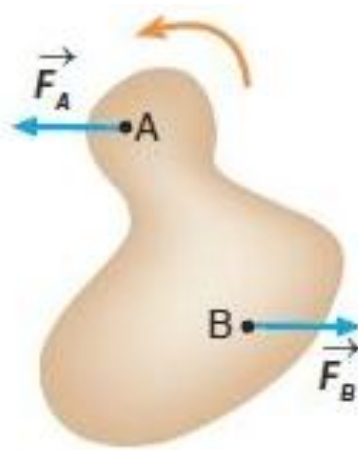
Equilibrio rotazionale del corpo rigido



(a)



(b)



(c)

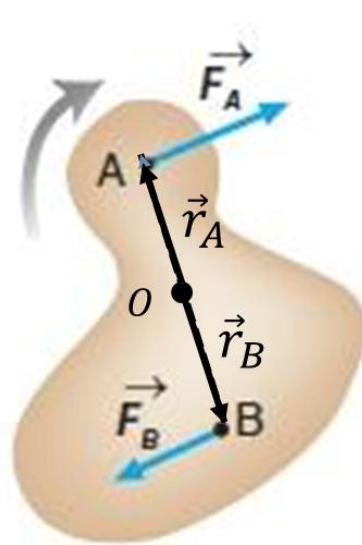
- In tutti i casi le forze esterne sono tali per cui

$$\vec{F}_{est} = \vec{F}_A + \vec{F}_B = \mathbf{0}$$

il corpo è in equilibrio traslazionale!

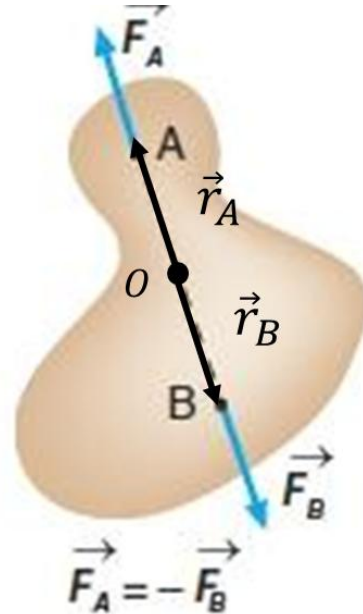
- In (a) e in (c) ruota, mentre in (b) no. Solo in (b) il corpo è complessivamente in quiete, cioè in equilibrio.

Equilibrio rotazionale del corpo rigido



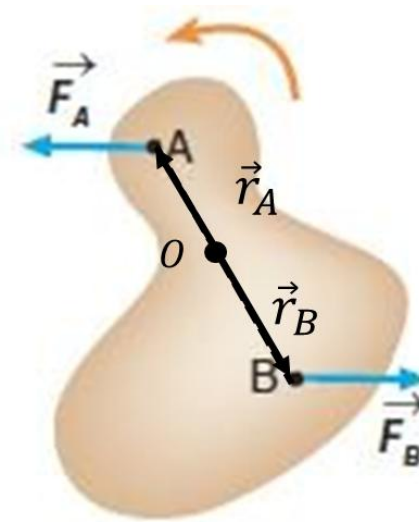
$$\vec{M}_{TOT} = \vec{M}_A + \vec{M}_B \neq 0$$

direzione entrante



$$\vec{M}_{TOT} = \vec{M}_A + \vec{M}_B \\ = 0 + 0 = 0$$

$$\theta = 0^\circ$$



$$\vec{M}_{TOT} = \vec{M}_A + \vec{M}_B = 0$$

direzione uscente

Condizioni generali di equilibrio di un corpo rigido

Equilibrio
traslazionale

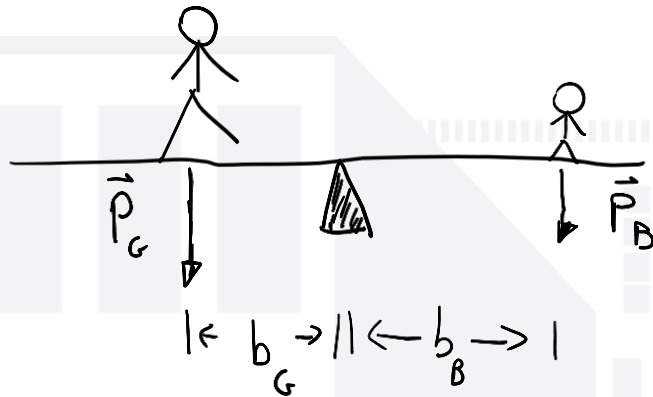
Equilibrio
rotazionale

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum \vec{F}_{est} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots + \vec{F}_n = 0 \\ \sum \vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \cdots + \vec{M}_n = 0 \end{array} \right.$$

Entrambi simultaneamente

Equilibrio rotazionale: esempio

Genitore e figlio sull'altalena



ROTazionale:

$$\vec{M}_{\text{TOT}} = 0 \Rightarrow \underbrace{\vec{P}_G \times \vec{r}_G} + \underbrace{\vec{P}_B \times \vec{r}_B}$$

- modulo: $P_G b_G$
- direzione: uscente

$P_B b_B$
entrante

$$|\vec{M}_{\text{TOT}}| = P_G b_G - P_B b_B = 0 \Rightarrow P_G b_G = P_B b_B$$

$$m_G g b_G = m_B g b_B$$

$$b_G = \frac{m_B}{m_G} \cdot b_B$$

L'equilibrio rotazionale e traslazionale

Momento, momento, momento...

<https://www.youtube.com/shorts/q7l-r7nwK3g>

Esercizi applicativi 1

Per sollevare un grosso masso, di massa $m = 90 \text{ kg}$, una persona infila sotto di esso una sbarra di lunghezza $l = 2,0 \text{ m}$. Fa uso di un fulcro a distanza $d = 20 \text{ cm}$ dall'estremità inferiore della sbarra, la quale è inclinata di un angolo $\theta = 30^\circ$ rispetto al suolo, orizzontale, ed applica all'estremità superiore una forza ortogonale alla sbarra stessa. Considerando la sbarra di peso trascurabile, qual è la forza minima necessaria per sollevare il masso? Cosa sarebbe successo se il fulcro fosse stato tale da rendere l'angolo della sbarra maggiore di quello in figura? [R.: 85N; sarebbe servita una forza minore]

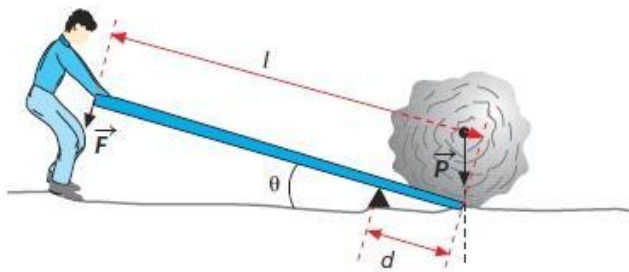
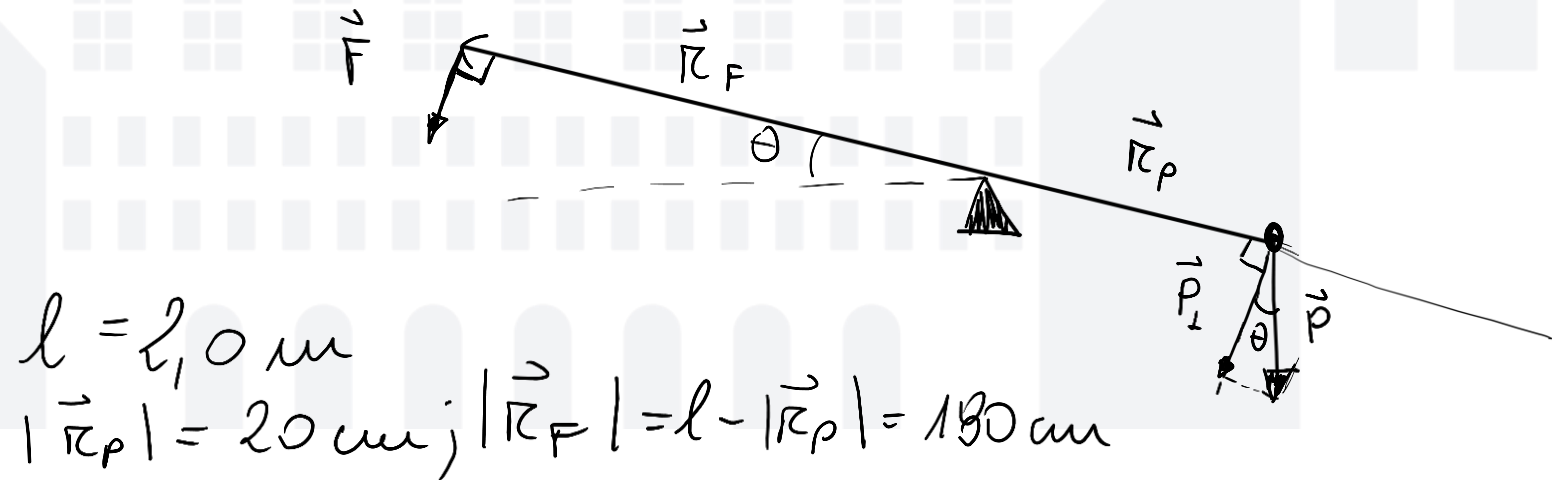
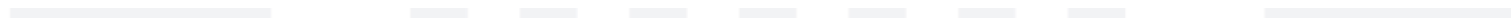
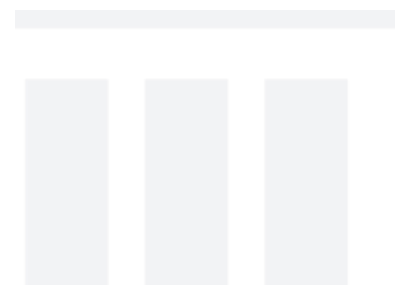
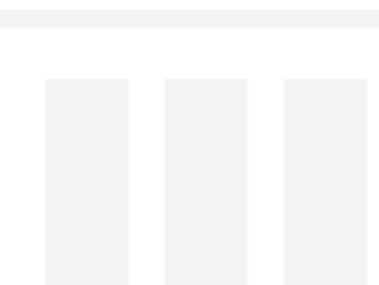


Figura 6.41



L'equilibrio rotazionale e traslazionale



Esercizi applicativi 1

a) • $\vec{\tau}_F \times \vec{F} + \vec{\tau}_P \times \vec{P} = 0$

$$\tau_F F - \tau_P P_{\perp} = 0$$

$$P_{\perp} = P \cdot \cos(\theta)$$

$$F = \frac{\tau_P}{\tau_F} \cdot P_{\perp} = \frac{\tau_P}{\tau_F} \cdot P \cos(\theta) = \frac{\tau_P}{\tau_F} \cdot m g \cos(\theta)$$

$$= \frac{20}{180} \cdot 10 \cdot 9,8 \frac{m}{s^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 35 N ;$$

b) Poiché $F \propto \cos(\theta)$ sarebbe servita una forza minore

Esercizi applicativi 2

Il muscolo deltoide mantiene il braccio in posizione orizzontale. La forza corrispondente al peso del braccio ha modulo $P = 35 \text{ N}$ ed ha il punto di applicazione a distanza $b = 35 \text{ cm}$ dal fulcro O ; la retta d'azione della forza corrispondente alla tensione applicata dal muscolo forma un angolo di 18° con l'orizzontale ed è applicata a distanza $l = 15 \text{ cm}$ dal fulcro. Qual è la tensione del muscolo? (R.: 264 N).

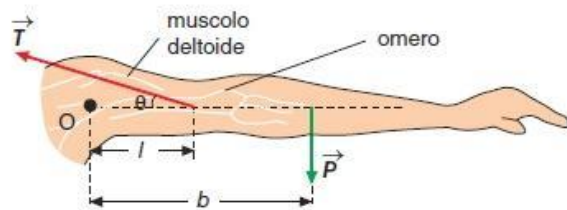
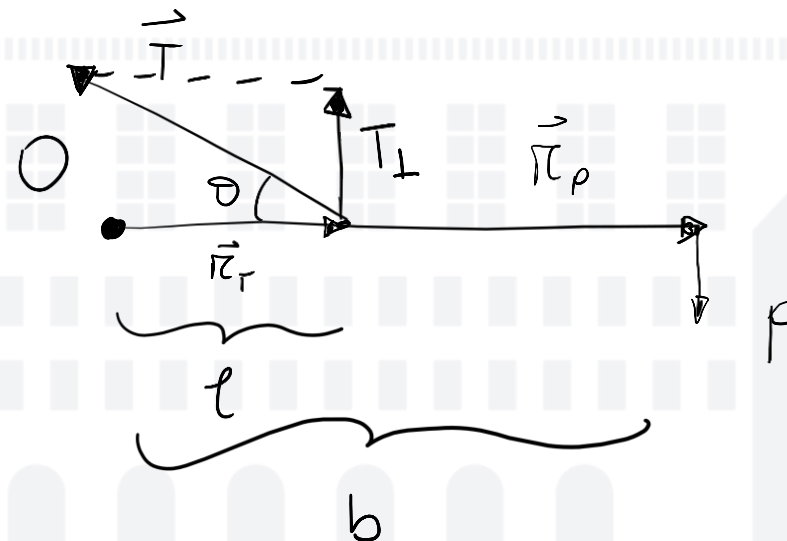


Figura 6.45



$$|\vec{r}_p| = 35 \text{ cm} = b$$

$$|\vec{r}_T| = 15 \text{ cm} = l$$

Esercizi applicativi 2

$$- \vec{r}_T \times \vec{i} + \vec{r}_P \times \vec{P} = 0$$

$$l \cdot T_{\perp} - b \cdot P = 0 \quad ; \quad T_{\perp} = T \cdot \sin(\theta)$$

$$l T \sin \theta - b P = 0 \quad ; \quad T = \frac{b P}{l \sin \theta} = 264 \text{ N}$$



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI TRIESTE

Le leve

Le leve

«Una leva è un corpo rigido libero di ruotare attorno ad un asse fisso detto fulcro»

Si consideri una leva con fulcro in O , una forza $\vec{F}$ (detta impropriamente «potenza») applicata in un punto con braccio a , e un'altra forza $\vec{R}$ (detta impropriamente «resistenza») applicata in un punto con braccio b , il sistema è in equilibrio rotazionale se

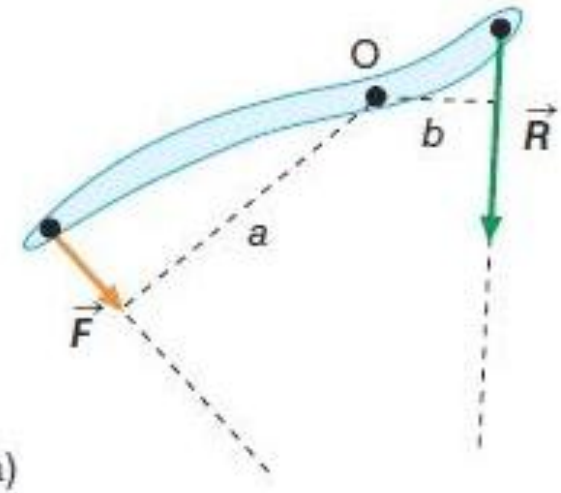
$$\vec{M}_F + \vec{M}_R = 0 \Rightarrow \vec{M}_F = -\vec{M}_R$$

Ovvero i momenti devono avere verso opposto ma essere uguali in direzione e modulo.

$$F a = R b$$

$$\rightarrow \frac{F}{R} = \frac{b}{a}$$

Leva di primo genere



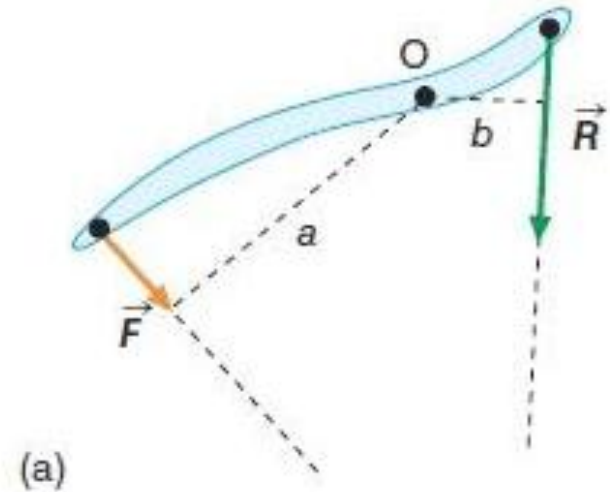
Le leve

$$\frac{F}{R} = \frac{b}{a}$$

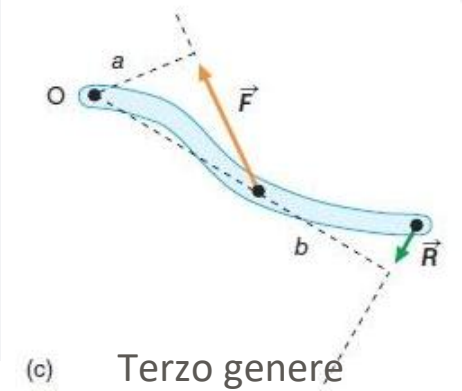
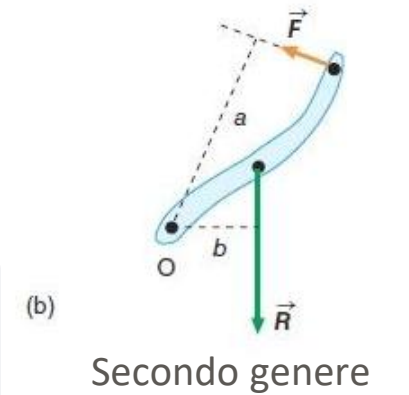
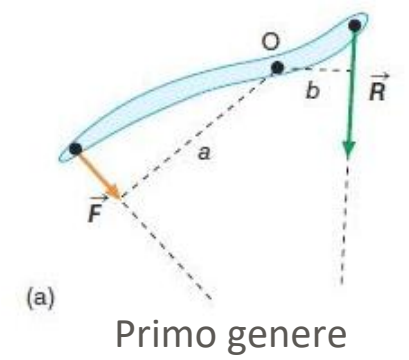
Le leve sono usate per «modulare» una forza applicata, aumentandone o diminuendone l'intensità in funzione della lunghezza dei bracci!

Nota: Il fulcro è tale per cui ad ogni forza applicata è in grado di opporre una reazione vincolare tale per cui la leva non trasla → garantisce l'equilibrio traslazionale. Noi ci dobbiamo occupare solo di quello rotazionale.

Leva di primo genere

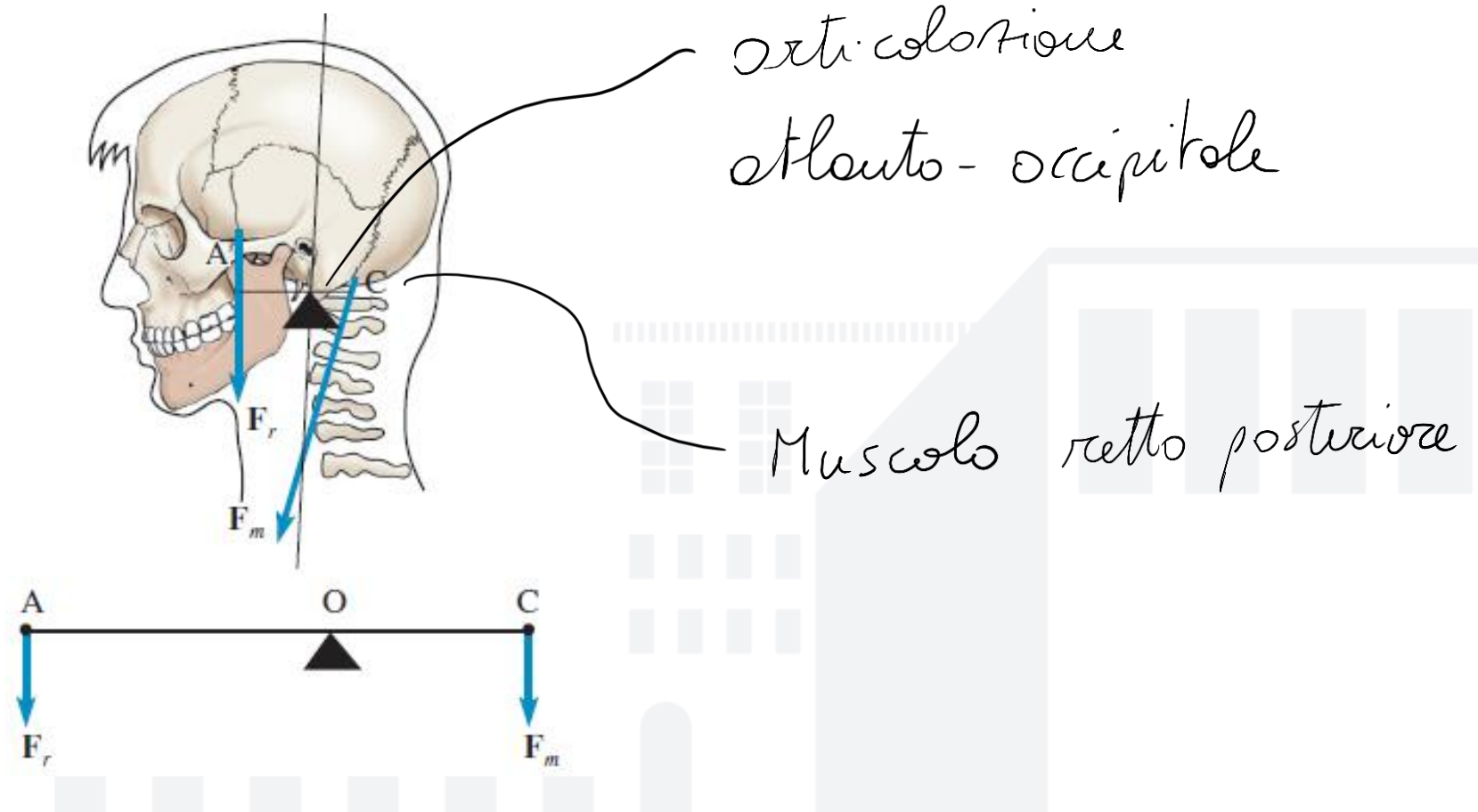


I tipi di leve



Tipo	Definizione	Bracci di leva	Esempi	Vantaggiosa?
I genere	Fulcro tra R ed F	a può essere minore o maggiore di b	Pinza	Dipende
II genere	R tra fulcro ed F	$a > b \rightarrow R > F$	Schiaccianoci	SI
III genere	F tra fulcro ed R	$a < b \rightarrow R < F$	Pinze da cucina	NO

I tipi di leve: esempi nel corpo umano

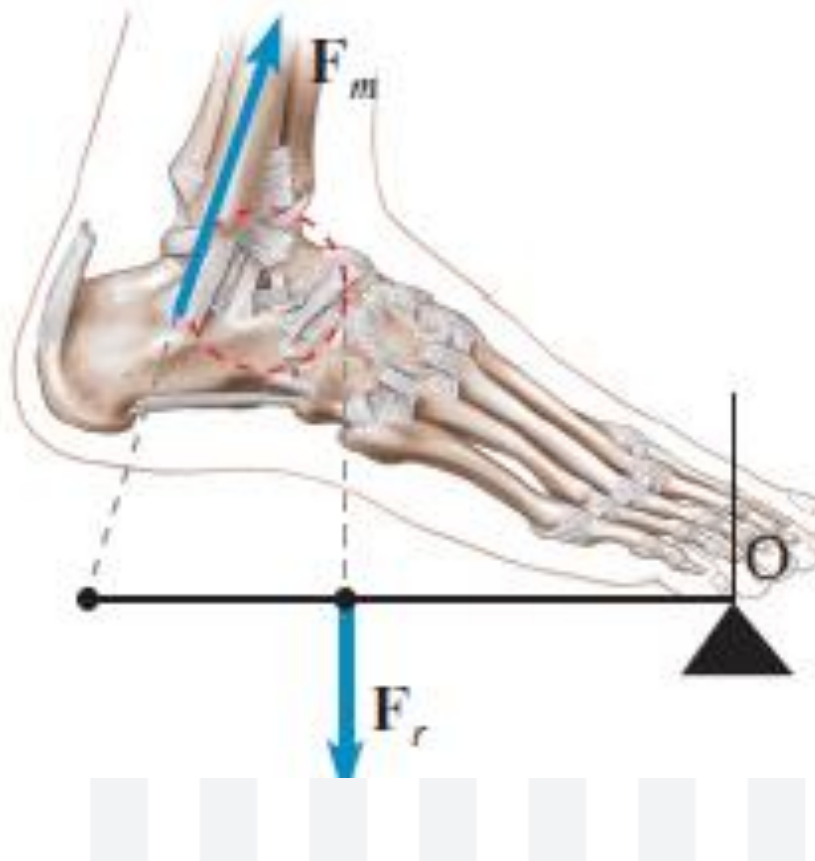


leva di I genere!

Le leve

I tipi di leve: esempi nel corpo umano

leva di II
genere

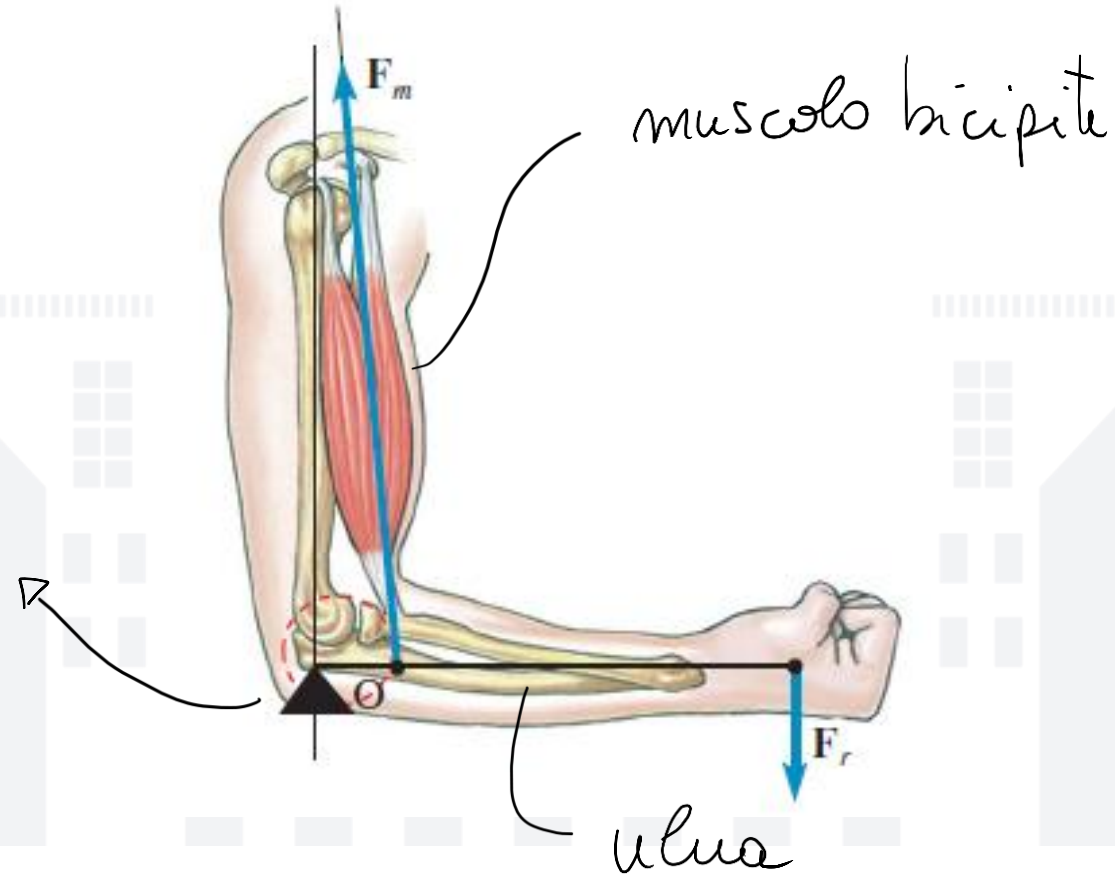


Le leve

I tipi di leve: esempi nel corpo umano

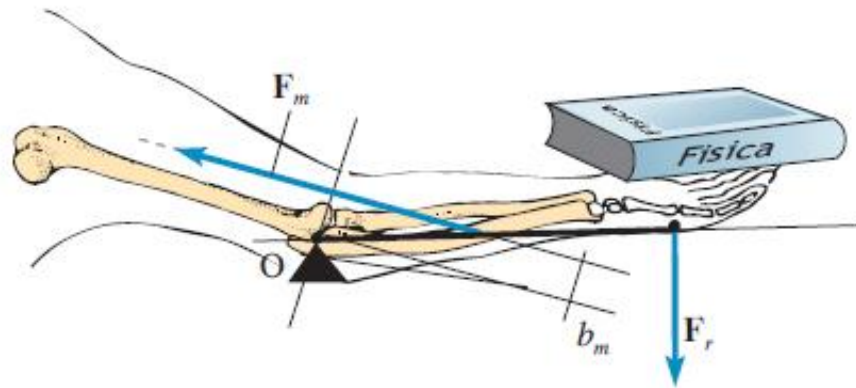
leva di III genere

articolazione del
gomito



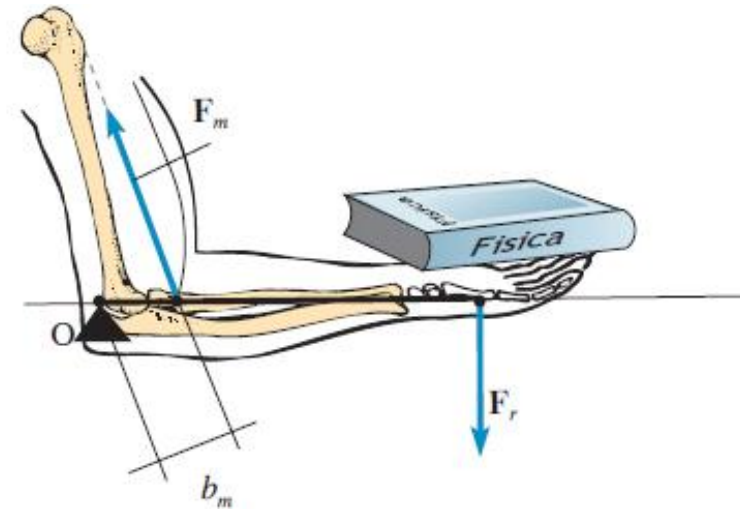
Braccio disteso e braccio raccolto

Braccio disteso



a)

Braccio raccolto



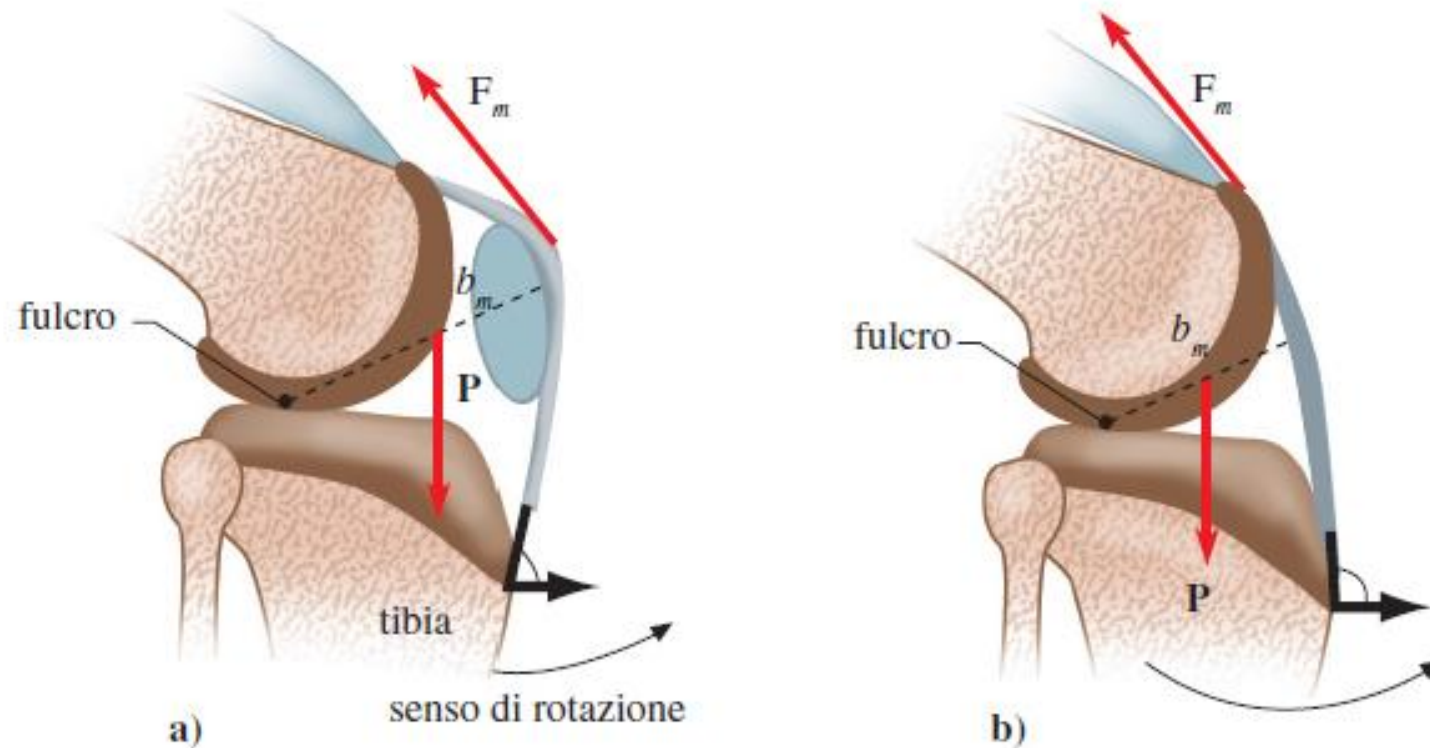
b)

leva di III genere con
piccolo braccio

leva di III genere con
braccio maggiore

Le leve

L'importanza della rotula



Equilibrio del piede in sollevamento

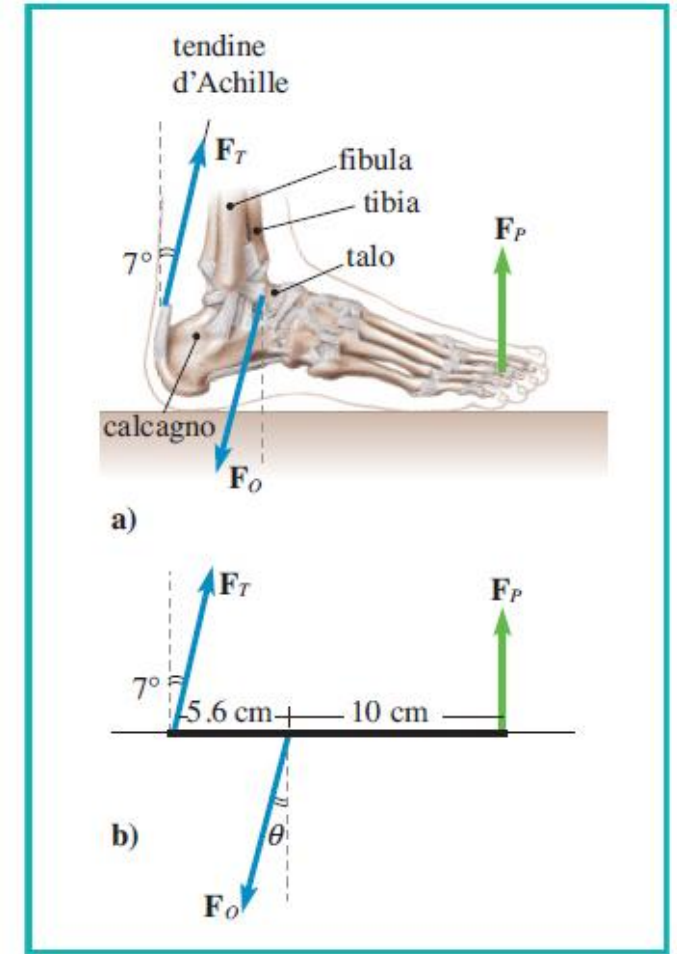
$\vec{F}_T$: forza applicata dal tendine d'Achille al calcagno

$\vec{F}_O$: forza esercitata dalle ossa della gamba sul piede

$\vec{F}_P$: reazione vincolare del suolo sul piede causata dal peso del corpo sul suolo

in riferimento allo schema b) impariamo

- EQUILIBRIO TRASLAZIONALE • EQUILIBRIO ROTAZIONALE



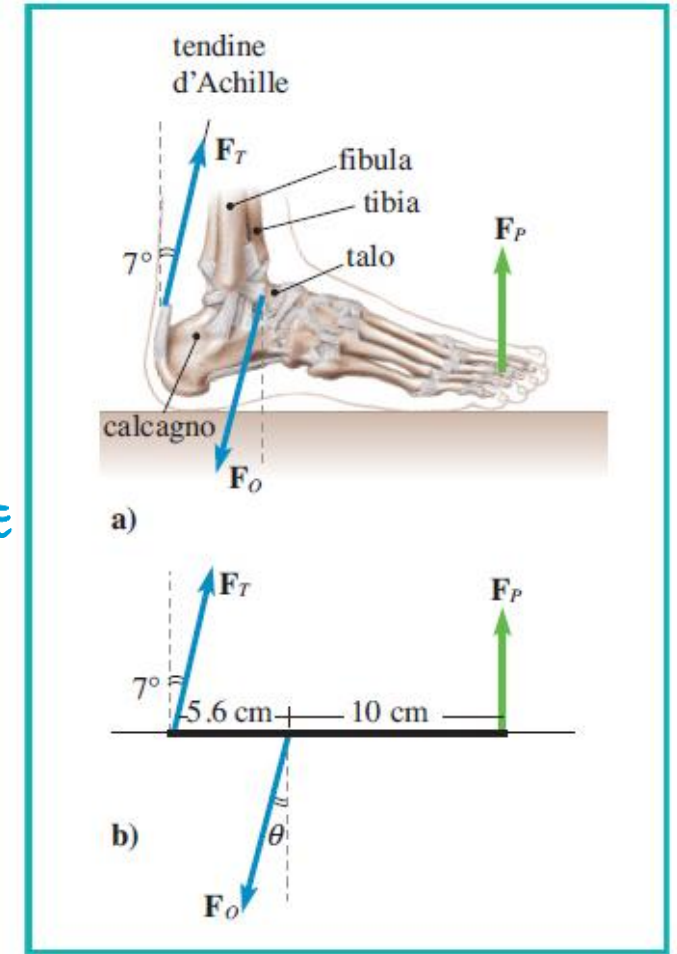
Equilibrio del piede in sollevamento

$$\begin{aligned} (1) \quad x & \left\{ F_T \sin(7^\circ) - F_o \sin(\theta) = 0 \right. \\ (2) \quad y & \left\{ F_T \cos(7^\circ) - F_o \cos(\theta) + F_p = 0 \right. \end{aligned} \quad \left| \text{TRASLAZIONALE} \right.$$

$$(3) \quad F_T \cdot \cos(7^\circ) \cdot 15,6 \text{ cm} - F_o \cos(\theta) \cdot 10 \text{ cm} = 0 \quad \left| \text{ROTAZIONALE} \right.$$

da (2) $F_o \cos(\theta) = F_T \cos(7^\circ) + F_p$

in (3) $F_T \cos(7^\circ) \cdot 15,6 \text{ cm} - (F_T \cos(7^\circ) + F_p) 10 \text{ cm} = 0$

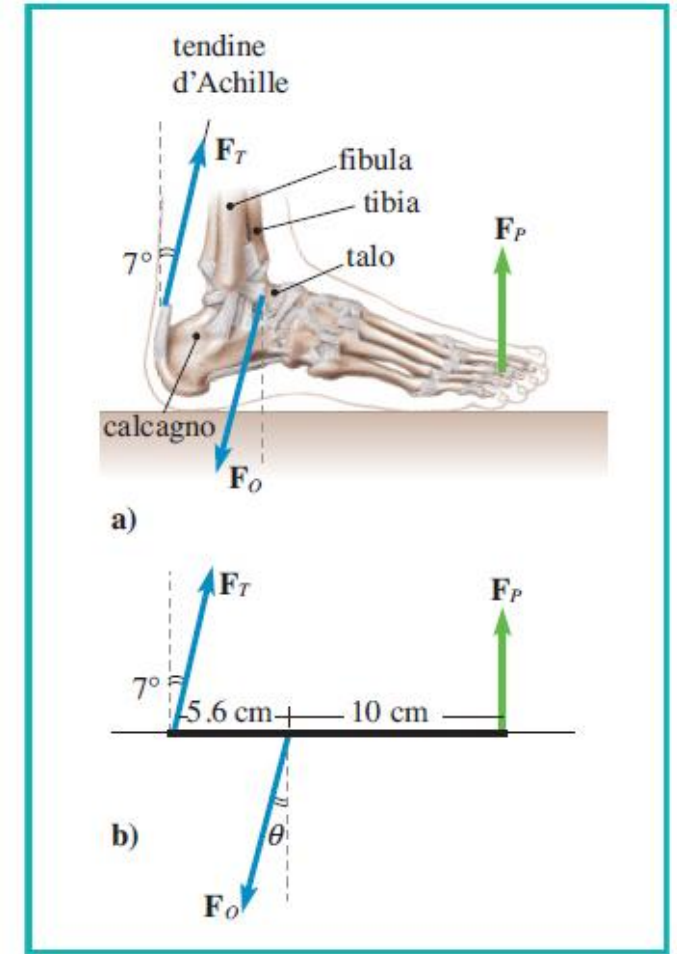


Equilibrio del piede in sollevamento

$$F_T \cos(7^\circ) [15,6 \text{ cm} - 10 \text{ cm}] - F_P \cdot 10 \text{ cm} = 0$$

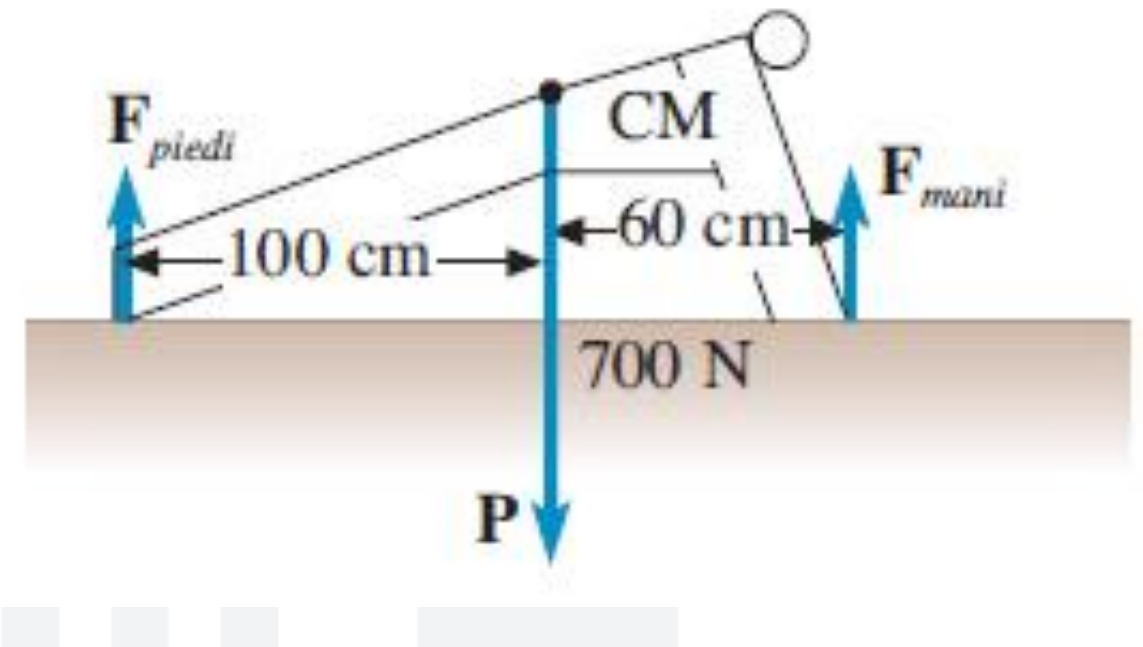
$$F_T = F_P \cdot \frac{10 \text{ cm}}{\cos 7^\circ \cdot 5,6 \text{ cm}} \approx 1,3 F_P$$

la forza del tendine di Achille è 1,3 volte maggiore del peso del corpo.



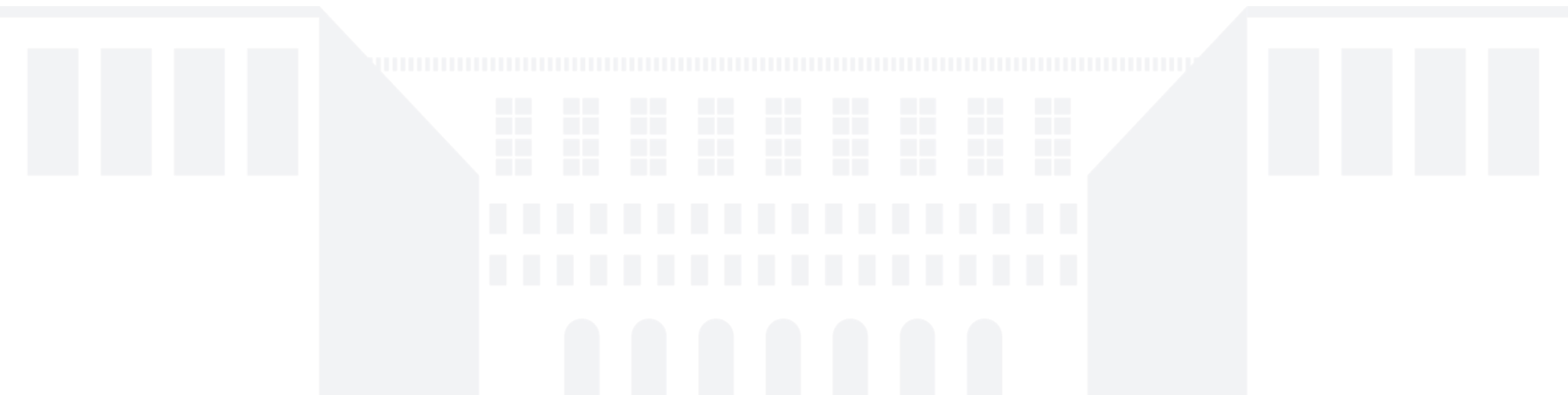
Esercizi applicativi 2

Una persona avente massa di 70 kg esegue delle flessioni come indicato in figura. Quali sono le forze esercitate sulle mani e sui piedi?



Le leve

Esercizi applicativi 2



Esercizi applicativi 3

Un'asta omogenea e orizzontale, il cui estremo è incernierato in un muro, porta un'insegna pubblicitaria rettangolare, disposta in un piano verticale; tutto il sistema è sostenuto da un cavo con un'estremità fissata al muro e l'altra al punto di mezzo dell'asta. L'insegna, che si suppone omogenea e rigida, copre la metà esterna dell'asta ed ha una massa di $2,50\text{ kg}$; l'asta ha una massa di $1,50\text{ kg}$, e l'angolo θ che il cavo forma con l'asta è di 50° . Qual è la tensione del cavo? [R.: $67,2\text{ N}$]

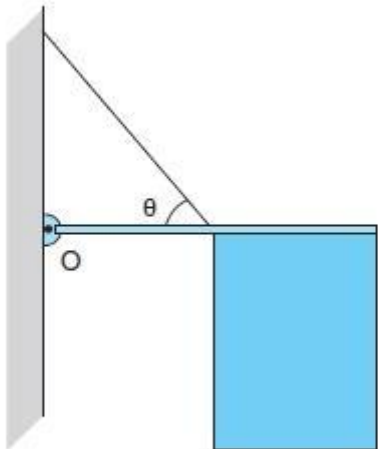
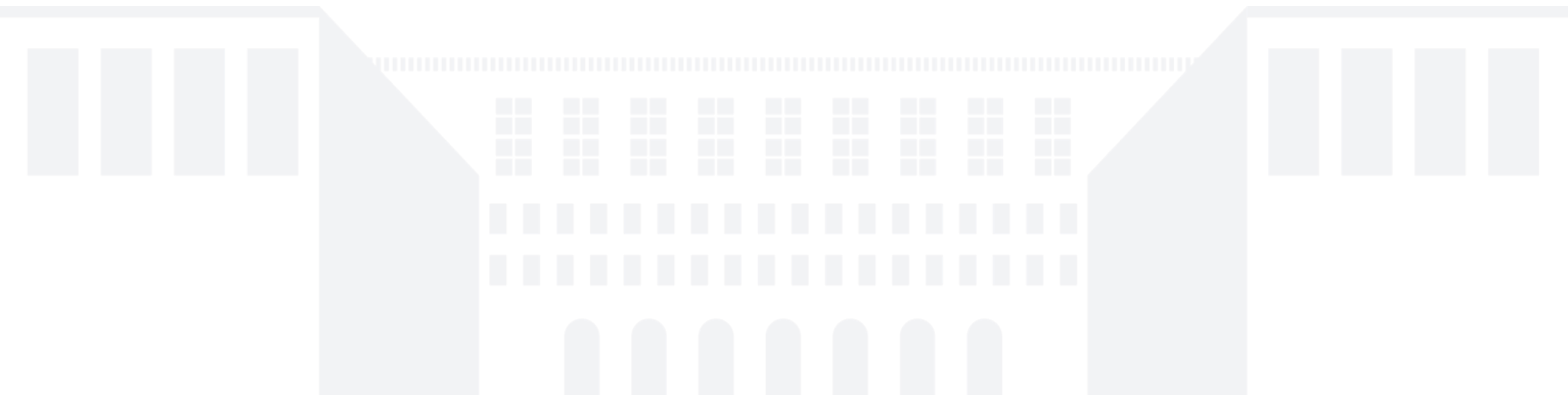


Figura 6.46

Le leve

Esercizi applicativi 3



Esercizi applicativi 4

Un'asta omogenea e orizzontale, il cui estremo è incernierato in un muro, porta un'insegna pubblicitaria rettangolare, disposta in un piano verticale; tutto il sistema è sostenuto da un cavo con un'estremità fissata al muro e l'altra al punto di mezzo dell'asta. L'insegna, che si suppone omogenea e rigida, copre la metà esterna dell'asta ed ha una massa di $2,50\text{ kg}$; l'asta ha una massa di $1,50\text{ kg}$, e l'angolo θ che il cavo forma con l'asta è di 50° . Qual è la tensione del cavo? [R.: $67,2\text{ N}$]

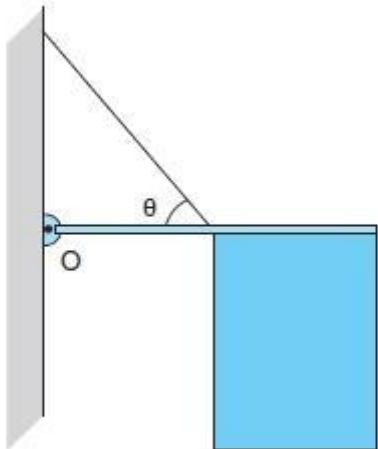
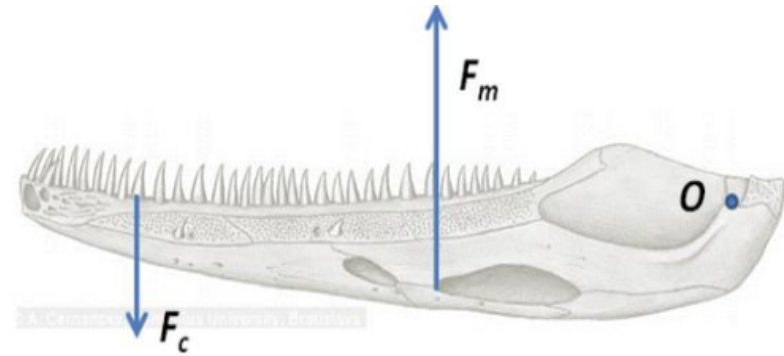


Figura 6.46

Esercizi applicativi 4

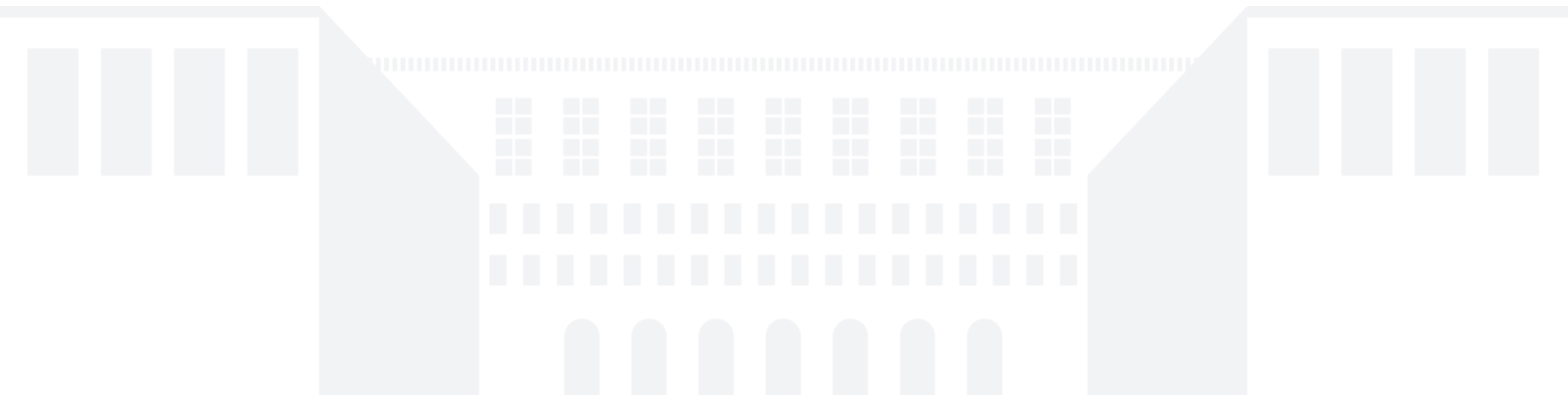
La figura rappresenta la mandibola di un piccolo rettile primitivo. Si supponga che tale rettile stia addentando del cibo, e che la sua mandibola si trovi in situazione di equilibrio statico. In figura sono indicate: - La forza F_c esercitata dal cibo addentato sulla mandibola; - La forza F_m esercitata dai muscoli sulla mandibola; - Il centro dell'articolazione O .



- Imponendo la condizione di equilibrio rotazionale, si trovi una relazione tra F_c , x_c , F_m ed x_m ove x_c e x_m indicano rispettivamente i bracci delle forze F_c e F_m rispetto ad O , e si indichino x_m e x_c in figura.
- Imponendo la condizione di equilibrio traslazionale, si dimostri che deve essere presente anche una forza R agente sulla mandibola in O ; si descriva tale forza in modulo, direzione e verso.
- Combinando i risultati ottenuti nei punti a) e b), si esprima il modulo di R in funzione di F_c , x_c ed x_m .
- Se il braccio x_c ha lunghezza doppia rispetto ad x_m , ed F_c vale $100N$, determinare il modulo di R .

Le leve

Esercizi applicativi 4





UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI TRIESTE

Arrivederci

- lbrombal@units.it