Cognome ………………………	Nome …………………………..	Matricola ………………………..

Ing. Navale, Ing. Civile e Ambientale

Prova scritta di Fisica Tecnica – Trasmissione del calore – 13.11.2025

Esercizio

Un cavo metallico cilindrico di diametro $D = 10$ mm è percorso da una corrente elettrica che determina per effetto Joule una generazione interna lineare, ossia potenza generata per metro di lunghezza del cavo, q'_g. Il cavo è lambito esternamente da aria in quiete (convezione naturale) alla temperatura $T_\infty = 20$ °C (conduttività termica $\lambda = 0.025\ \mathrm{W/(m \cdot K)}$, viscosità cinematica $\nu = 1.5 \cdot 10^{-5} \mathrm{m^2/s}$, numero di Prandtl $\mathrm{Pr} = 0.7$, coefficiente volumetrico di dilatazione $\beta = 3.4 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{K^{-1}}$). L'accelerazione di gravità vale $g = 9.81\ \mathrm{m/s^2}$.

Tema	q'_g [W/m]
A	5
B	10

Calcolare la temperatura T_s della superficie del cavo metallico nelle seguenti configurazioni:

1. Cavo scoperto, ossia quando la superficie esterna del cavo metallico è a diretto contatto con l'aria (suggerimento: lasciare simbolica la dipendenza dal salto di temperatura $\Delta T = T_s - T_\infty$ e risolvere rispetto ad esso).
2. Cavo ricoperto da una guaina di plastica ($\lambda_{pl} = 0.05\ \mathrm{W/(m \cdot K)}$) di spessore $s = 1$ mm. In tal caso trascurare l'incremento di diametro (ai fini del calcolo di Ra_D e $\overline{\mathrm{Nu}}_D$) e di superficie esterna (ai fini della valutazione del flusso termico superficiale).

Si utilizzi la seguente correlazione (Morgan) per la valutazione del numero di Nusselt medio:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 0.85 \cdot \mathrm{Ra}_D^{0.2}$$

Teoria

Nel caso di conduzione in regime stazionario, conduttività termica costante e assenza di generazione interna, parete cilindrica con distribuzione monodimensionale (radiale) della temperatura, ricavare la resistenza termica della parete cilindrica.

Soluzione

Il flusso termico superficiale (identico nei due casi, avendo trascurato l'incremento di superficie esterna dovuta alla guaina) sarà:

$$q'' = \frac{\dot{Q}}{A} = \frac{q'_g L}{\pi D L} = \frac{q'_g}{\pi D} = 159\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}\ (\mathbf{A}), \qquad 318\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}\ (\mathbf{B})$$

Dalla legge di Newton $q'' = h \cdot \Delta T$ e dalla definizione del numero di Nusselt $\overline{\mathrm{Nu}}_D = \frac{hD}{\lambda}$ otteniamo:

$$q'' = \frac{\lambda \overline{\mathrm{Nu}}_D}{D} \Delta T = \frac{0.85 \lambda \mathrm{Ra}_D^{0.2}}{D} \Delta T$$

ed esplicitando il numero di Rayleigh $\mathrm{Ra}_D = \mathrm{Pr} \cdot \mathrm{Gr}_D = Pr \frac{g\beta D^3 \Delta T}{\nu^2}$ si ottiene:

$$q'' = \frac{0.85\lambda}{D} \left(Pr \frac{g\beta D^3}{\nu^2} \right)^{0.2} \Delta T^{1.2} = c \cdot \Delta T^{1.2}$$

dove $c = 5.38\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2 K^{1.2}}}$ è calcolabile direttamente. Risolviamo quindi per il salto ΔT:

$$\Delta T = \left(\frac{q''}{c} \right)^{1/1.2} = 16.8\ °\mathrm{C}\ (\mathbf{A}), \qquad 30.0\ °\mathrm{C}\ (\mathbf{B})$$

e quindi la temperatura superficiale sarà:

$$T_{s,1} = T_\infty + \Delta T = 36.8\ °\mathrm{C}\ (\mathbf{A}), \qquad 50.0\ °\mathrm{C}\ (\mathbf{B})$$

Nel caso di cavo ricoperto, il salto di temperatura ΔT_g attraverso la guaina si ottiene considerando la resistenza termica di parete cilindrica:

$$\Delta T_g = \dot{Q} \cdot R = q'_g \cdot R' = q'_g \frac{\ln\left(1 + \frac{2s}{D}\right)}{2\pi\lambda_{pl}} = 2.9\ °\mathrm{C}\ (\mathbf{A}), \qquad 5.8\ °\mathrm{C}\ (\mathbf{B})$$

e quindi la temperatura superficiale del cavo metallico sarà:

$$T_{s,2} = T_{s,1} + \Delta T_g = 39.7\ °\mathrm{C}\ (\mathbf{A}), \qquad 55.8\ °\mathrm{C}\ (\mathbf{B})$$