

Geometria 3 — Topologia

VI appello d'esame

Anno accademico 2025-2026

14/9/2026

Motivare adeguatamente le risposte. Per l'ammissione all'orale occorrono almeno 18 punti.
Tempo a disposizione: 3 ore.

- 1) (7 punti) Poniamo $Y = \mathbb{R}^2 - \{(2, 3)\}$. Esiste una retrazione continua di Y su $S^1 \subset Y$?
- 2) (9 punti) Consideriamo il sottospazio

$$X = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x - 2)(x^2 + y^2 - 1) = 0\} \cup \{0\} \subset \mathbb{R}^2.$$

- a) (1 punto) Quante componenti connesse per archi ha X ?
 - b) (1 punto) Quante componenti connesse per archi ha $\mathbb{R}^2 - X$?
 - c) (7 punti) Calcolare i gruppi fondamentali delle componenti connesse per archi di $\mathbb{R}^2 - X$.
- 3) (7 punti) Calcolare $\pi_1(\mathbb{RP}^2 \times \mathbb{RP}^2)$.
- 4) (7 punti)
 - a) (2 punti) Dare la definizione di spazio topologico T_4 .
 - b) (5 punti) Dimostrare ogni spazio topologico metrizzabile è T_4 .