



Capitolo 17

Trasmissione del calore per convezione

Obiettivi del capitolo

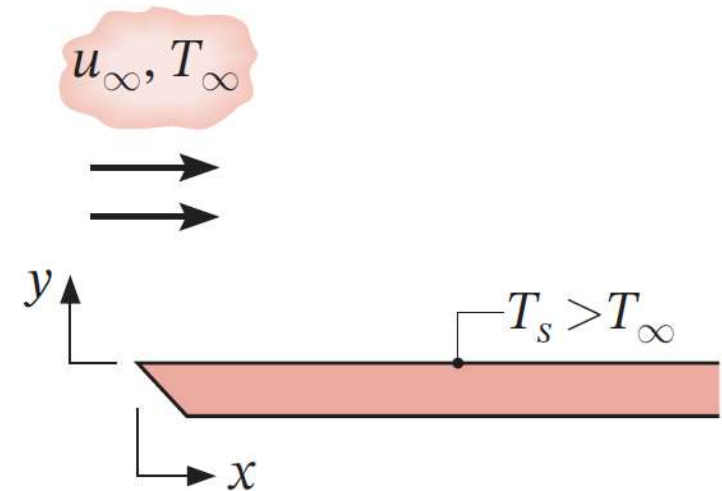
- comprendere i fenomeni connessi allo strato limite e le caratteristiche che influenzano il coefficiente convettivo;
- apprendere una metodologia operativa per la determinazione del coefficiente convettivo;
- condurre analisi su sistemi termici in presenza di differenti regimi di moto e in compresenza di diverse modalità di trasmissione del calore.

Sommario

- Problema della convezione
- Convezione forzata – Flusso esterno
- Convezione naturale

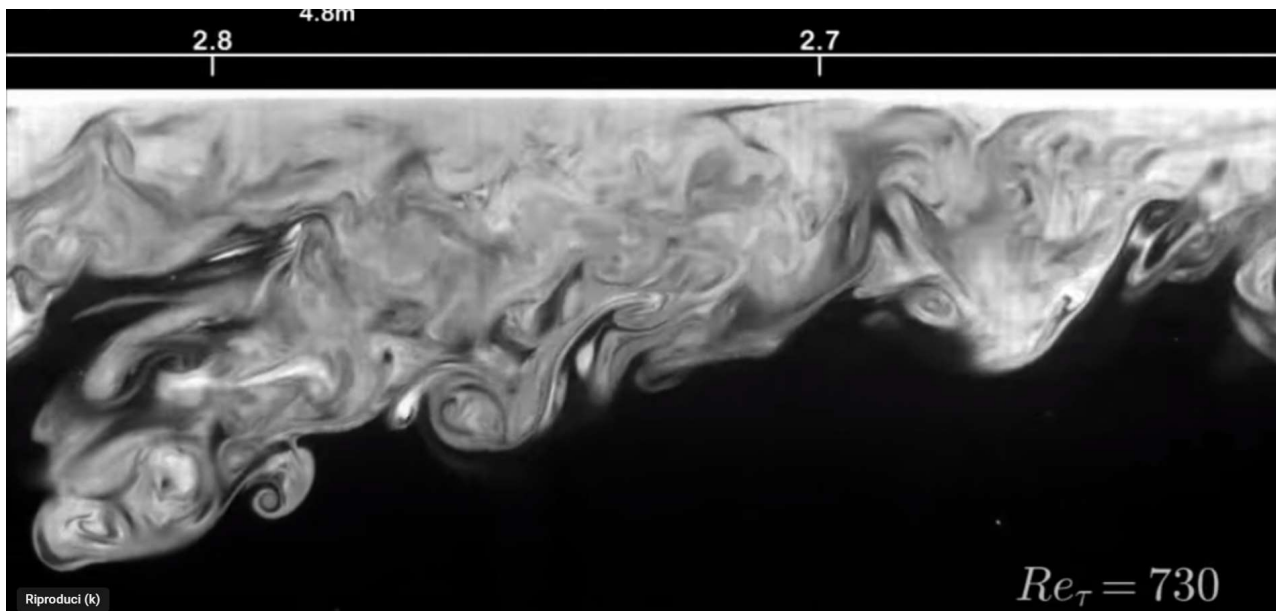
Aspetti fisici dello scambio termico per convezione

- Il problema della convezione consiste nel determinare gli effetti della geometria della superficie e delle condizioni del moto sul **coefficiente convettivo**, che dipende dagli strati limite che si sviluppano sulla superficie.
- Per introdurre questi effetti, si considera il regime di convezione forzata di un fluido incompressibile, stazionario con velocità del flusso indisturbato u_∞ e temperatura T_∞ , che fluisce parallelamente a una piastra piana con una temperatura uniforme $T_s > T_\infty$.



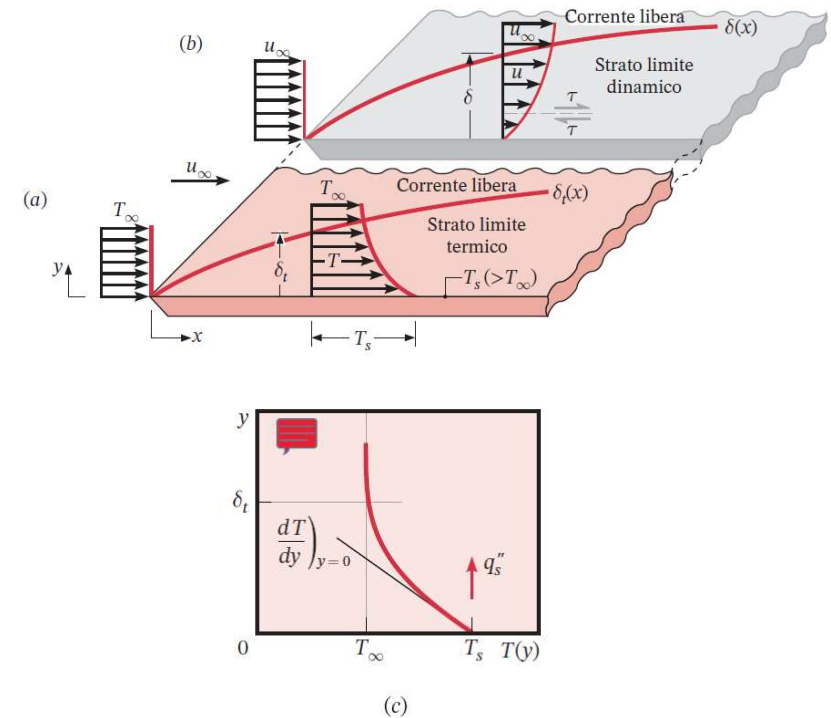
Strato limite dinamico (di velocità)

- Visualizzazione sperimentale dello strato limite su una lastra piana.



Strato limite termico - 1

- Proprio come per lo strato limite fluidodinamico, si forma uno strato limite termico se le temperature della corrente libera e della superficie sono diverse.
- Si consideri un moto in regime laminare sulla piastra piana. In corrispondenza del bordo d'attacco, il profilo di temperatura è uniforme con $T(0, y) = T_\infty$
- Le particelle di fluido che vengono in contatto con la superficie raggiungono la temperatura T_s della lastra piana. Si sviluppa un gradiente di temperatura all'interno del fluido.

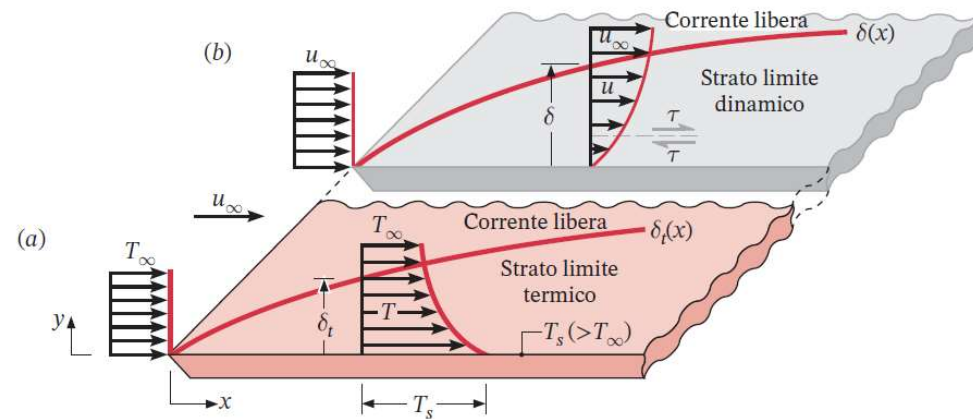


Strato limite termico - 2

- La regione di fluido in cui si ha il gradiente di temperatura è lo strato limite termico e il suo spessore δ_t è definito come il valore di y per cui:

$$\frac{T - T_s}{T_\infty - T_s} = 0.99$$

- Al crescere della distanza del bordo di attacco, gli effetti dello scambio termico penetrano progressivamente nella corrente libera e lo strato limite cresce come lo strato limite fluidodinamico.

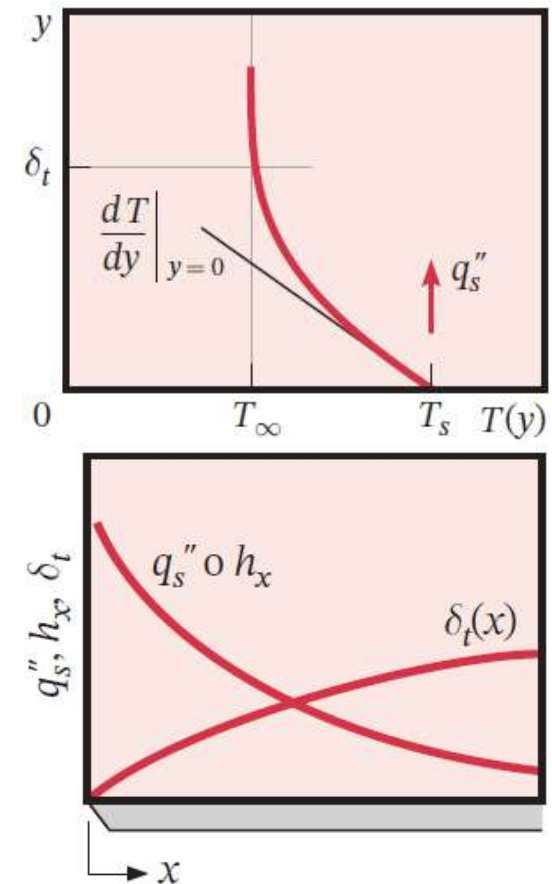


Strato limite termico - 3

- Per ogni valore di x dal bordo, il flusso termico specifico si ricava applicando il postulato di Fourier al fluido ad $y = 0$:

$$q_s'' = -\lambda \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0}$$

- Mentre δ_t aumenta con x , il gradiente di temperatura decresce con x .
- Di conseguenza $\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0}$ diminuisce con x e quindi q_s'' e h_x decrescono con x .



Strato limite termico - 3

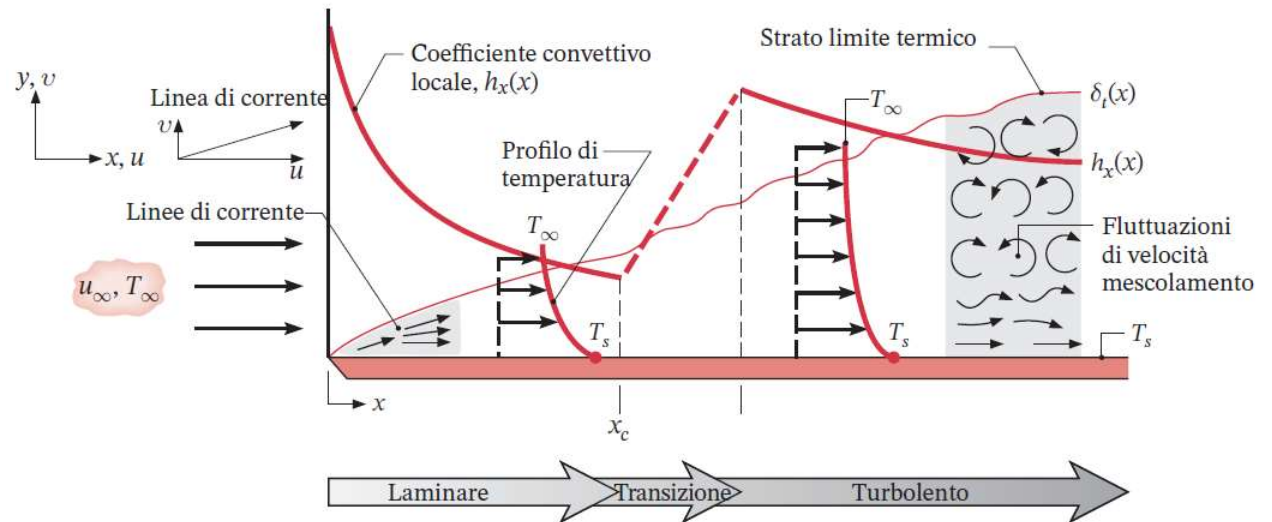
- Il flusso termico superficiale è uguale al flusso termico convettivo per cui si ottiene:
- Combinando le equazioni precedenti, si ottiene un'espressione del coefficiente convettivo locale:

$$q_s'' = q_{conv}'' = h_x \cdot (T_s - T_\infty)$$

$$h_x = \frac{-\lambda \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0}}{T_s - T_\infty}$$

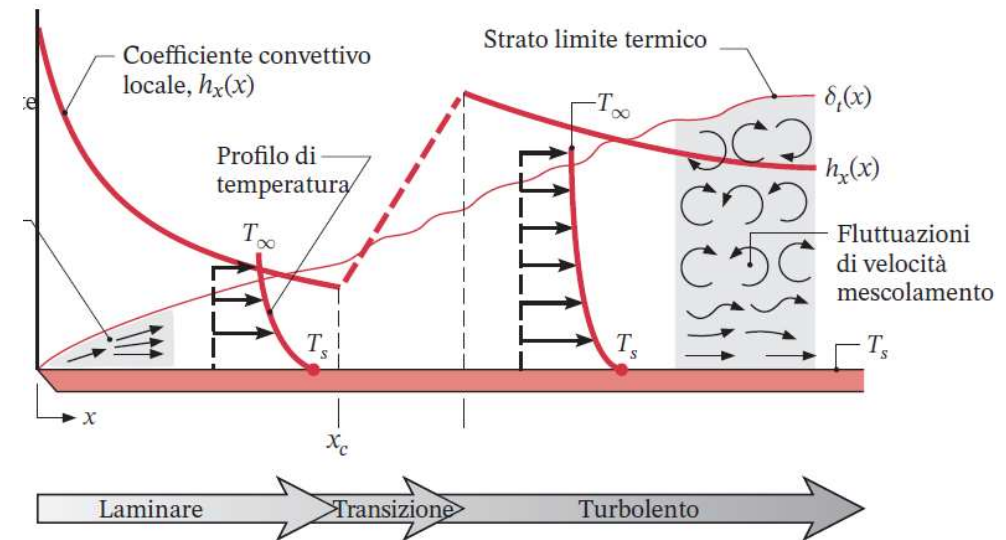
Strato limite termico - 4

- Lo strato limite termico presenta caratteristiche del flusso e profili di temperatura che dipendono dal comportamento dello strato limite fluidodinamico.
- Nella regione laminare, il moto del fluido è ordinato e caratterizzato dalle componenti di velocità nelle direzioni x e y . Il profilo di temperatura risultante cambia in modo graduale nello spessore dello strato limite.



Strato limite termico - 5

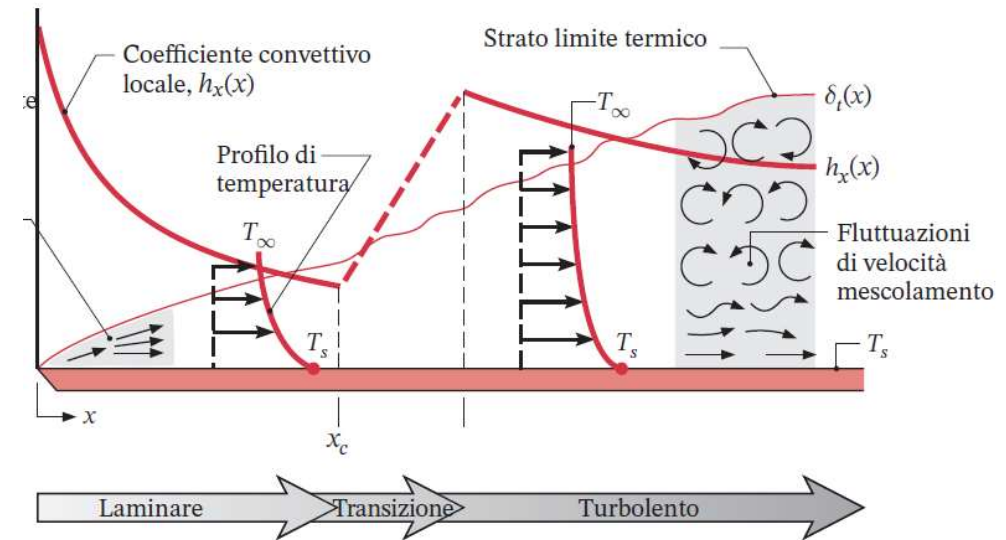
- A una certa distanza dal bordo di attacco lo strato limite diviene turbolento.
- Il moto del fluido nella regione turbolenta è fortemente irregolare e caratterizzato da oscillazioni di velocità, che aumentano lo scambio di energia; gli strati limite diventano più spessi a causa della miscelazione del fluido risultante dalle fluttuazioni, tuttavia i gradienti di temperatura sulla superficie solida risultano più intensi rispetto al caso laminare.



Strato limite termico - 6

- Nell'analisi del comportamento dello strato limite per la lastra piana, si considera che la transizione avvenga alla posizione x_c .
- Il numero di Reynolds critico $Re_{x,c}$ è variabile fra 10^5 e $3 \cdot 10^6$ a seconda della scabrezza della superficie e del livello di turbolenza della corrente libera. Nei calcoli si assume un valore rappresentativo di:

$$Re_{x,c} = \frac{u_{\infty} \cdot x_c}{\nu} = 5 \times 10^5$$



Coefficiente convettivo locale medio - 1

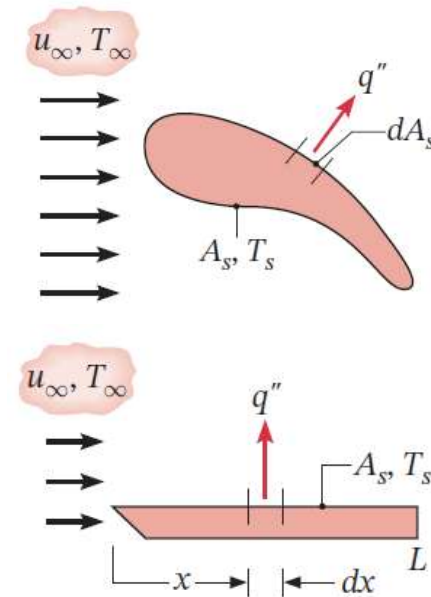
Si consideri una superficie di forma arbitraria ed area A_s con una temperatura superficiale uniforme T_s esposta al moto di un fluido con velocità di corrente libera u_∞ e temperatura $T_\infty < T_s$. Il flusso termico monodimensionale q'' e lo scambio termico totale sull'area A_s della superficie piana possono essere espressi come:

$$q'' = h_x \cdot (T_s - T_\infty) \quad \text{flusso termico specifico (locale)}$$

$$q = \bar{h} \cdot A_s \cdot (T_s - T_\infty) \quad \text{potenza termica (totale)}$$

$$\bar{h} = \left(\frac{1}{A_s} \right) \cdot \int_{A_s} h_x \cdot dA_s \quad \text{coeff. conv. medio su } A_s$$

$$\bar{h}_x = \frac{1}{x} \cdot \int_0^x h_x \cdot dx \quad \text{coeff. conv. medio da 0 a } x$$



Correlazioni: stima dei coefficienti convettivi - 1

- Il problema principale della convezione è la determinazione del coefficiente convettivo per le differenti condizioni di flusso, geometrie e fluidi.
- Come si può facilmente verificare, ci sono numerose variabili associate ad ogni condizioni di moto.
- È importante identificare delle funzioni universali tra gruppi adimensionali per ogni condizione di moto convettivo.

Correlazioni: stima dei coefficienti convettivi - 2

Numero di Nusselt

Numero di Nusselt Nu : rappresenta il gradiente di temperatura adimensionale sulla superficie e fornisce una misura del coefficiente convettivo, è definito come:

$$Nu_L = \frac{h \cdot L}{\lambda}$$

dove L è la lunghezza caratteristica della superficie analizzata.

Può essere interpretato come *rapporto fra flusso termico convettivo e flusso termico conduttivo* quando, per quest'ultimo, il fluido è in quiete.

Per la convezione forzata, i coefficienti convettivi locale e medio possono essere espressi da equazioni del tipo:

$$Nu_x = f(x^*, Re_x, Pr) \quad \overline{Nu_x} = f(Re_x, Pr) = \frac{\bar{h}_x \cdot x}{\lambda}$$

dove il pedice x è stato aggiunto per enfatizzare l'interesse per le condizioni in un particolare posizione x sulla superficie identificata dalla distanza adimensionale x^* .

Correlazioni: stima dei coefficienti convettivi - 3

Numero di Reynolds Re : è il rapporto tra le forze d'inerzia e le forze viscosi, viene utilizzato per caratterizzare lo stato limite:

$$Re_x = \frac{w \cdot x}{\nu} \quad \text{Numero di Reynolds locale}$$

$$Re_L = \frac{w \cdot L}{\nu} \quad \text{Numero di Reynolds (globale)}$$

dove w rappresenta la velocità del fluido, L è la lunghezza caratteristica della superficie e ν è la viscosità cinematica del fluido. x è la distanza (posizione) dal bordo d'ingresso o altro punto caratteristico.

Correlazioni: stima dei coefficienti convettivi - 4

Numero di Prandtl

Numero di Prandtl Pr : è una proprietà di trasporto del fluido e fornisce una misura dell'efficacia relativa del trasporto di massa dovuto alla quantità di moto rispetto al trasporto di energia negli strati limite dinamico e termico, rispettivamente:

$$Pr = \frac{c_p \cdot \mu}{\lambda} = \frac{\nu}{\alpha}$$

dove μ è la viscosità dinamica e α è la diffusività termica del fluido. Per un gas il numero di Prandtl è vicino all'unità (la diffusione della quantità di moto e dell'energia sono paragonabili) mentre per alcuni oli e liquidi $Pr \gg 1$ (prevale la diffusione della quantità di moto).

Correlazioni: stima dei coefficienti convettivi - 5

Numero di Prandtl

$$\text{Pr} = \frac{c_p \cdot \mu}{\lambda} = \frac{\nu}{\alpha}$$

Il valore di Pr influenza fortemente lo sviluppo dello strato limite dinamico e termico. Per lo strato laminare è stato dimostrato che

$$\frac{\delta}{\delta_t} = \text{Pr}^n$$

dove n è una costante positiva (generalmente $n = 1/3$). Per un gas $\delta \approx \delta_t$ mentre per un olio $\delta \gg \delta_t$.

Tuttavia per i fluidi nella regione turbolenta ci si aspetta $\delta \approx \delta_t$

Correlazioni: stima dei coefficienti convettivi - 7

Correlazioni empiriche

Le funzioni per il calcolo del numero di Nu sono generalmente determinate empiricamente da misure sperimentali o simulazioni di alta fedeltà ed opportunamente validate. Tali funzioni sono definite **correlazioni empiriche** e sono sempre accompagnate da specifiche riguardanti la geometria della superficie e le condizioni di flusso.

La correlazione più generale per la convezione forzata esterna su una piastra piana e su altre geometrie immerse ha la forma:

$$\overline{Nu_x} = C \cdot Re_x^m \cdot Pr^n$$

dove C , m ed n sono indipendenti dal fluido ma dipendenti dalla superficie e dalle condizioni del moto (laminare o turbolento).

Correlazioni: stima dei coefficienti convettivi - 8

Convezione naturale

- Nella convezione naturale, la formazione dello strato limite è indotta dalle forze di galleggiamento derivanti dalla differenza di temperatura T_s della superficie e della temperatura T_∞ del fluido adiacente.
- Numero di Grashof Gr : è il rapporto tra le forze di galleggiamento e quelle viscosi:

$$Gr_L = \frac{g \cdot \beta \cdot (T_s - T_\infty) \cdot L^3}{\nu^2}$$

dove g è l'accelerazione di gravità e β è il coefficiente di dilatazione cubica.

- I coefficienti di locale e medio di convezione sono correlati, nel problema della convezione naturale, da equazioni del tipo:

$$Nu_x = f(x^*, Gr_x, Pr) \quad \overline{Nu_x} = f(Gr_x, Pr)$$

Correlazioni: stima dei coefficienti convettivi - 9

Numero di Rayleigh

Numero di Rayleigh Ra : è il prodotto dei numeri di Grashof e di Prandtl (Rayleigh ha la stessa interpretazione fisica di Grashof):

$$Ra_L = Gr_L \cdot Pr = \frac{g \cdot \beta \cdot (T_s - T_\infty) \cdot L^3}{\nu \cdot \alpha}$$

I parametri chiave sono le differenze di temperatura ed il

coefficiente volumetrico di dilazione termica β , che è una proprietà termodinamica legata alla variazione di densità con la temperatura:

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \cdot \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p$$

Per un gas ideale (T è la temperatura assoluta): $\rho = \frac{p}{R \cdot T} \Rightarrow \beta = \frac{1}{\rho} \cdot \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{p}{R \cdot T^2} = \frac{1}{T}$

Per liquidi e gas non ideali, β si ricava da apposite tabelle.

Convezione forzata: flusso parallelo su lastra piana - 1

La selezione e l'applicazione delle correlazioni per la convezione per qualunque tipo di moto sono facilitate dalle seguenti semplici regole:

1. *Identificare la geometria della superficie.* Il problema si riferisce a superfici piane, cilindriche o di altra forma? Il flusso all'interno di una tubazione attraversa una sezione circolare o non circolare? Individuare L , w e $(T_s - T_\infty)$.
2. *Specificare la temperatura di riferimento opportuna e valutare le proprietà del fluido pertinenti a quella temperatura.* Per moderare le differenze di temperatura, potrebbe essere usata a questo proposito la temperatura di film $T_f \rightarrow T_f = \frac{T_s + T_\infty}{2}$
3. *Calcolare il numero di Reynolds (o di Grashof/Rayleigh).*
4. *Capire se si richiede un coefficiente locale o medio sulla superficie.*
5. *Selezionare la correlazione adeguata.*

Convezione forzata: flusso parallelo su lastra piana - 2

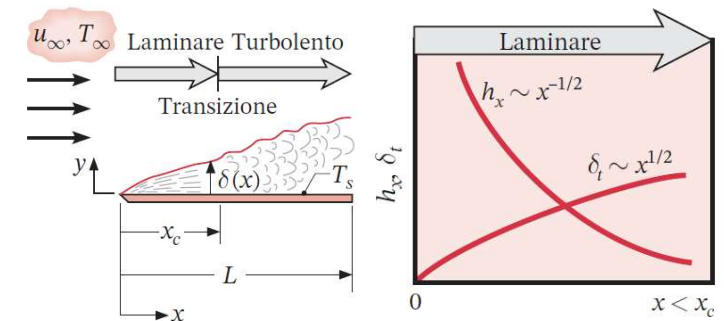
Regime laminare

- Lo spessore δ dello strato limite fluidodinamico è definito come il valore $\delta(x)$ per cui $u/u_\infty=0.99$ e può essere espresso come

$$\delta = 5 \cdot x \cdot \text{Re}_x^{-1/2}$$

dove la lunghezza caratteristica del numero di Reynolds è x la distanza dal bordo di attacco:

$$\text{Re}_x = \frac{u_\infty \cdot x}{\nu}$$



- Il numero di Nusselt locale è del tipo: $Nu_x = \frac{h_x \cdot x}{\lambda} = 0.332 \cdot \text{Re}_x^{1/2} \cdot \text{Pr}^{1/3} \quad [0.6 \leq \text{Pr} \leq 50]$

Convezione forzata: flusso parallelo su lastra piana - 3

Regime laminare

- Il rapporto fra lo spessore dello strato limite fluidodinamico e lo spessore dello strato limite termico è dato da:

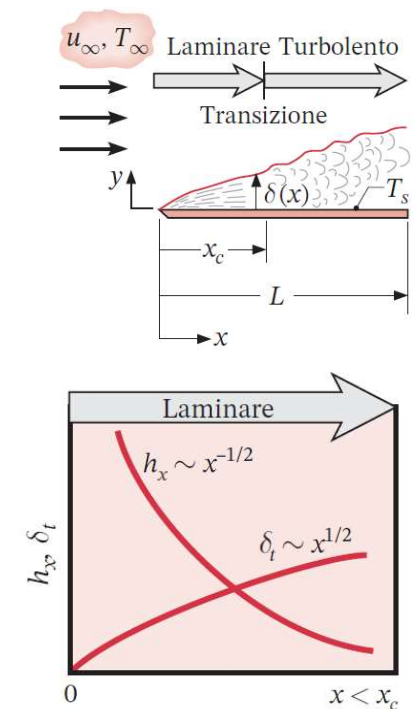
$$\delta/\delta_t \approx Pr^{1/3}$$

- L'espressione per il coefficiente convettivo medio per superfici più corte di x_c risulta:

$$\overline{h_x} = \frac{1}{x} \int_0^x h_x \cdot dx = 0.332 \cdot \left(\frac{\lambda}{x}\right) \cdot Pr^{1/3} \cdot \left(\frac{u_\infty}{\nu}\right)^{1/2} \cdot \int_0^x \frac{dx}{x^{1/2}}$$

$$\overline{h_x} = 0.332 \cdot \left(\frac{\lambda}{x}\right) \cdot Pr^{1/3} \cdot \left(\frac{u_\infty}{\nu}\right)^{1/2} \cdot 2x^{1/2} = 2h_x$$

$$\overline{Nu_x} = \frac{\overline{h_x} x}{\lambda} = 0.664 \cdot Re_x^{1/2} \cdot Pr^{1/3} \quad [0.6 \leq Pr \leq 50]$$



Convezione forzata: flusso parallelo su lastra piana - 4

Regime turbolento

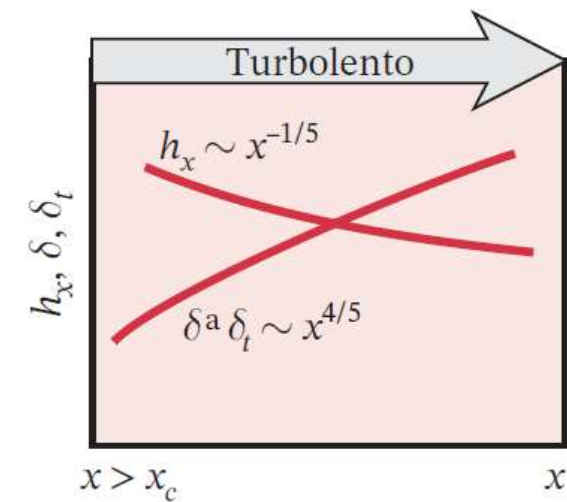
- Per regimi turbolenti, con ragionevole approssimazione, lo spessore dello strato limite fluidodinamico può essere espresso come:

$$\delta = 0.37 \cdot x \cdot \text{Re}_x^{-1/5}$$

- Il numero di Nusselt locale è dato:

$$\text{Nu}_x = \frac{h_x \cdot x}{\lambda} = 0.0296 \cdot \text{Re}_x^{4/5} \cdot \text{Pr}^{1/3} \quad \left[\text{Re}_x \leq 10^8 \right. \\ \left. 0.6 \leq \text{Pr} \leq 60 \right]$$

dove tutte le proprietà sono valutate alla temperatura di film T_f .



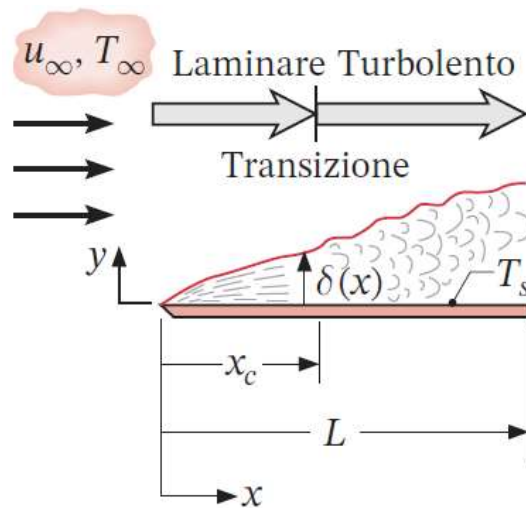
Convezione forzata: flusso parallelo su lastra piana - 5

Confronto regime laminare - turbolento

- Nel regime laminare, il rapporto tra gli spessori dello strato limite fluidodinamico e dello strato limite termico dipende dal Pr .
- Nel regime turbolento, lo sviluppo dello strato limite è fortemente influenzato dalle fluttuazioni di velocità e meno dal moto delle molecole. Per questo motivo, l'aumento relativo dello strato limite non dipende dal numero di Prandtl e gli spessori dello strato limite fluidodinamico e termico sono circa uguali tra loro.
- La crescita dello strato limite termico nella direzione del moto è più rapida nel caso di regime turbolento che nel caso di regime laminare.
- Il coefficiente convettivo è maggiore nel regime turbolento che nel regime laminare, a causa del maggiore livello di mixing nello strato limite.
- In regime turbolento, la diminuzione del coefficiente di convezione nella direzione del moto è più graduale che per il regime laminare.

Convezione forzata: flusso parallelo su lastra piana - 6

Condizioni di strato limite misto

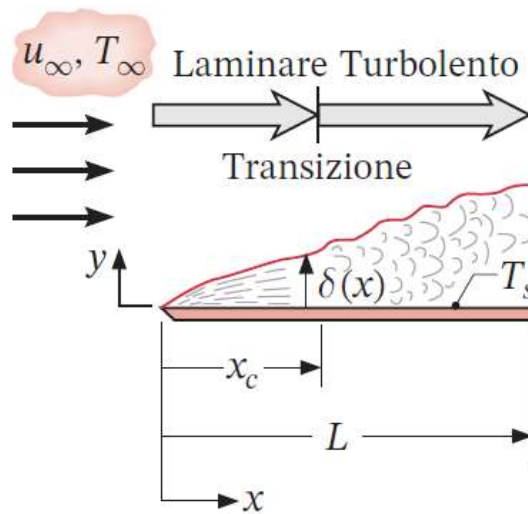


Nelle situazione di strato limite misto, si può ottenere il coefficiente di convezione medio per l'intera piastra integrando sulla regione laminare ($0 \leq x \leq x_c$) e sulla regione turbolenta ($x_c \leq x \leq L$), avendo assunto che la transizione avvenga improvvisamente per $x = x_c$

$$\overline{h}_L = \frac{1}{L} \cdot \left(\int_0^{x_c} h_{lam} \cdot dx + \int_{x_c}^L h_{turb} \cdot dx \right)$$

Convezione forzata: flusso parallelo su lastra piana - 7

Condizioni di strato limite misto



$$\overline{h}_L = \frac{1}{L} \cdot \left(\int_0^{x_c} h_{lam} \cdot dx + \int_{x_c}^L h_{turb} \cdot dx \right)$$

$$\overline{h}_L = \left(\frac{\lambda}{L} \right) \cdot \left[0.332 \cdot \left(\frac{u_\infty}{\nu} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \int_0^{x_c} \frac{dx}{x^{\frac{1}{2}}} + 0.0296 \cdot \left(\frac{u_\infty}{\nu} \right)^{\frac{4}{5}} \cdot \int_{x_c}^L \frac{dx}{x^{\frac{4}{5}}} \right] \cdot \text{Pr}^{\frac{1}{3}}$$

$$\overline{Nu}_L = \left[0.664 \cdot \text{Re}_{x,c}^{1/2} + 0.037 \cdot \left(\text{Re}_L^{4/5} - \text{Re}_{x,c}^{4/5} \right) \right] \cdot \text{Pr}^{1/3}$$

$$\overline{Nu}_L = \left(0.037 \cdot \text{Re}_L^{4/5} - A \right) \cdot \text{Pr}^{1/3}$$

dove la costante $A = 0.037 \cdot \text{Re}_{x,c}^{4/5} - 0.664 \cdot \text{Re}_{x,c}^{1/2}$

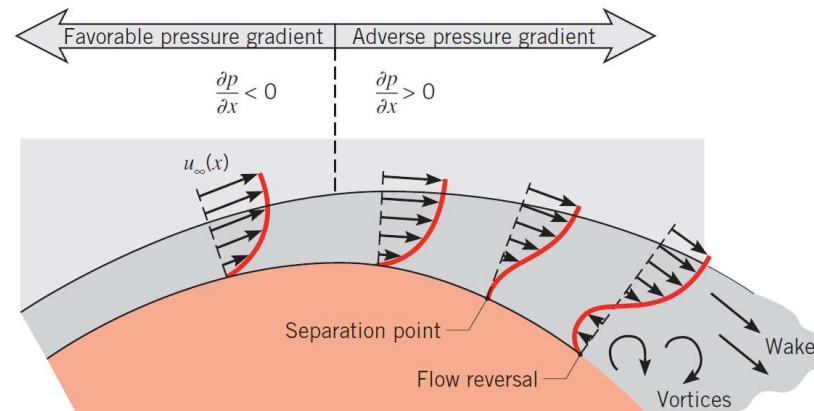
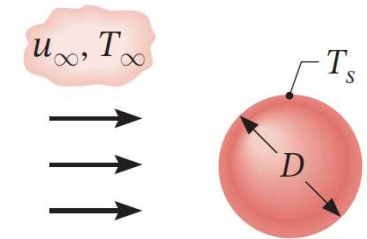
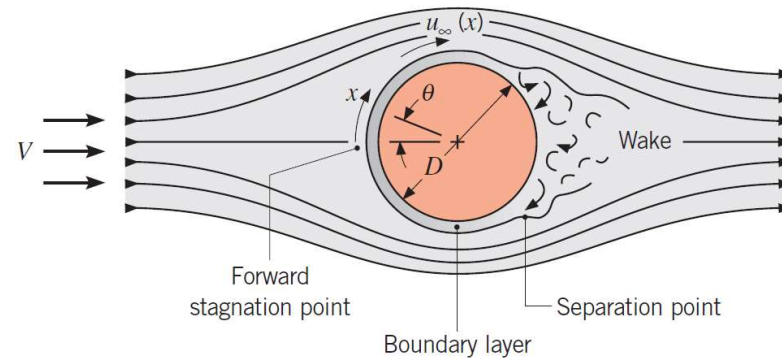
Convezione forzata: flusso trasversale su cilindro - 1

Considerazioni fluidodinamiche:

- Differenza fra V e u_∞

$$Re_D \equiv \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{V D}{\nu}$$

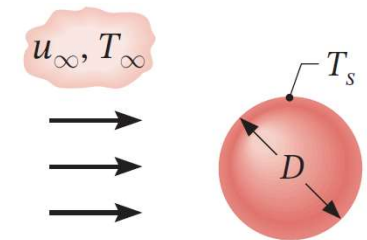
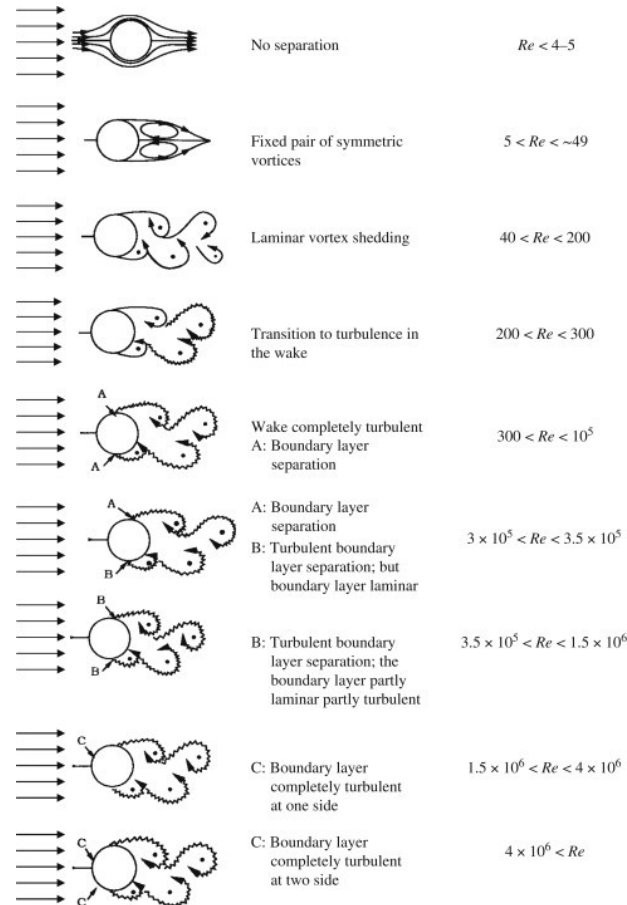
$$C_D \equiv \frac{F_D}{A_f(\rho V^2/2)}$$



Convezione forzata: flusso trasversale su cilindro - 2

Considerazioni fluidodinamiche:

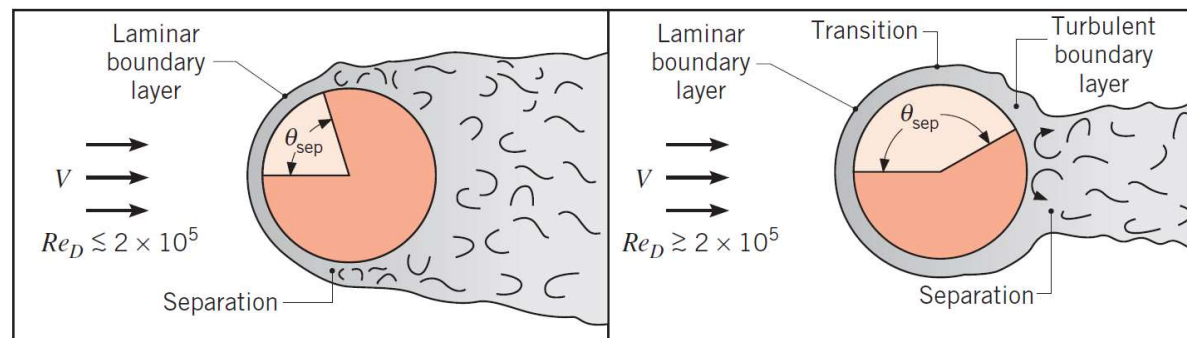
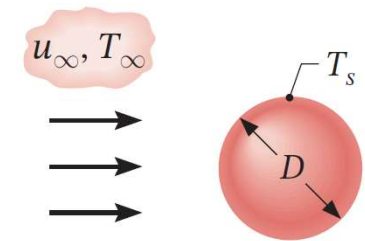
Flow pattern al variare di Re_D



Convezione forzata: flusso trasversale su cilindro - 3

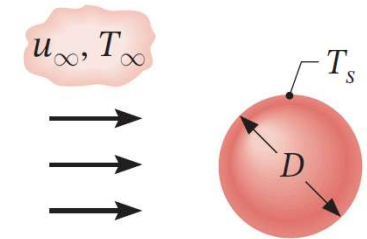
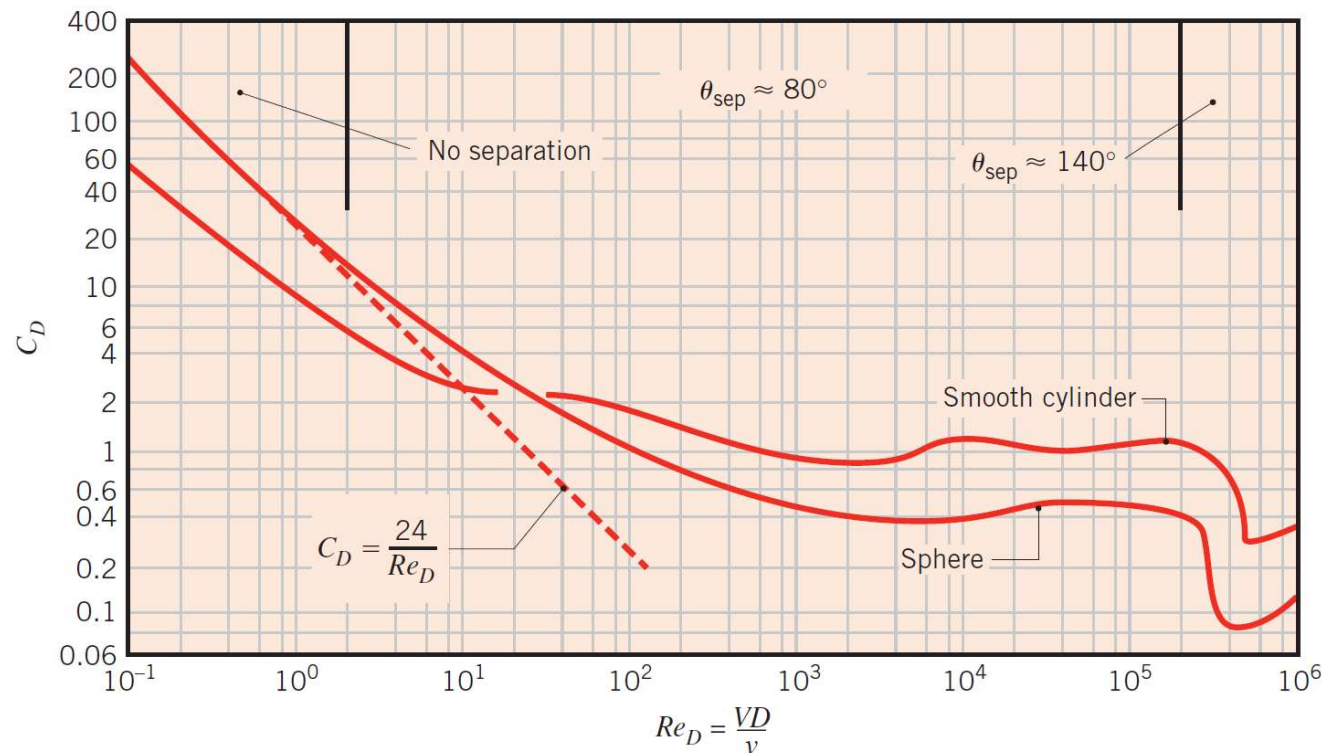
Considerazioni fluidodinamiche:

- Il coefficiente di resistenza C_D (drag coefficient) è funzione del numero di Reynolds Re_D .
- Per $Re_D < 2$ non vi è separazione e la resistenza è solo dovuta all'attrito.
- Per Re_D crescenti gli effetti della separazione, e quindi della resistenza di forma, diventano via via più importanti.
- La notevole riduzione di C_D che ha luogo per $Re_D \geq 2 \times 10^5$, è dovuta alla transizione laminare-turbolenta dello strato limite, che ritarda la separazione e quindi riduce la larghezza della scia e in ultima analisi il valore di C_D .



Convezione forzata: flusso trasversale su cilindro - 4

Andamento di C_D al variare di Re_D :



Convezione forzata: flusso trasversale su cilindro - 5

Esempio:
pallina da Golf

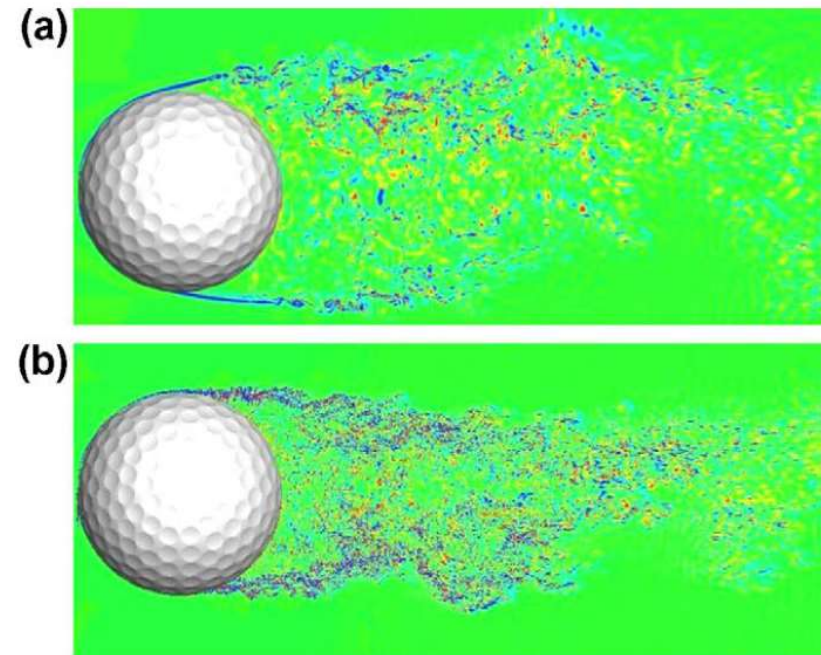
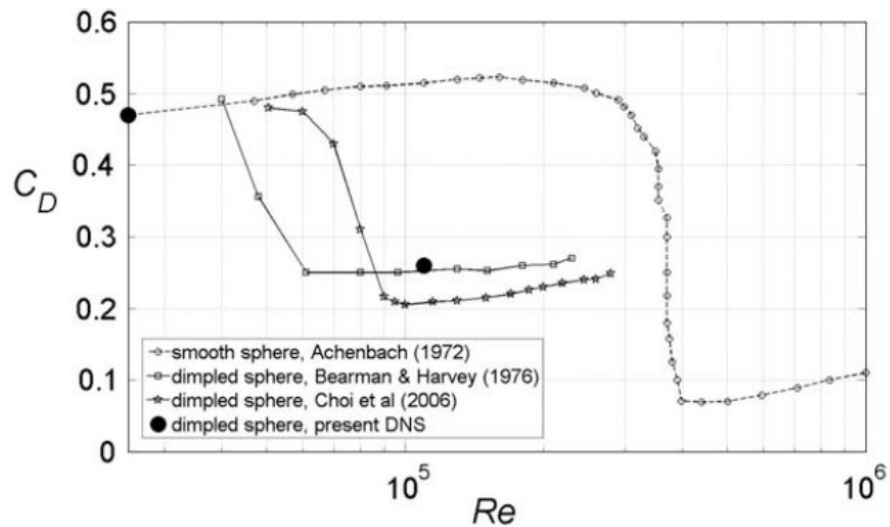
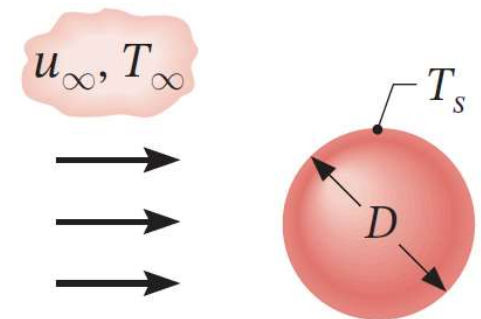
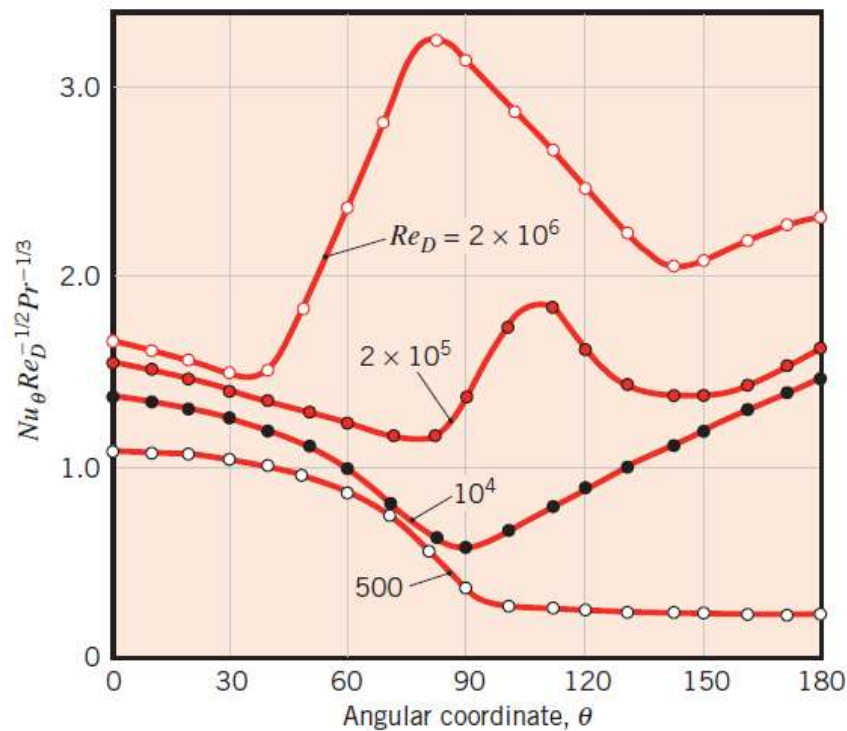


Fig. 10. Contours of azimuthal vorticity. (a) $Re = 2.5 \times 10^4$; (b) $Re = 1.1 \times 10^5$.

Convezione forzata: flusso trasversale su cilindro - 6

Andamento del numero di Nusselt locale al variare di Re_D



Convezione forzata: flusso trasversale su cilindro - 7

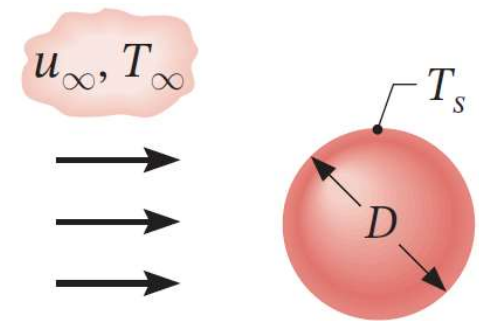
- In questo caso si considera un cilindro di diametro D con una temperatura superficiale uniforme T_s , investito da un flusso perpendicolare di una corrente libera di fluido alla temperatura T_∞ , con una velocità della corrente indisturbata pari a u_∞ . Il numero di Reynolds vale:

$$Re_D = \frac{\rho \cdot u_\infty \cdot D}{\mu} = \frac{u_\infty \cdot D}{\nu}$$

- Per il calcolo del numero di Nusselt medio, la **correlazione di Hilpert** è una delle più usate:

$$\overline{Nu_D} = \frac{\bar{h} \cdot D}{\lambda} = C \cdot Re_D^m \cdot Pr^{1/3} \quad [Pr \geq 0.7]$$

dove le costanti C ed m sono tabulate anche per geometrie non circolari.



Convezione forzata: flusso trasversale su cilindro - 8

- Costanti C ed m per la correlazione di Hilpert

TABLE 7.2 Constants of Equation 7.52 for the circular cylinder in cross flow [11, 12]

Re_D	C	m
0.4–4	0.989	0.330
4–40	0.911	0.385
40–4000	0.683	0.466
4000–40,000	0.193	0.618
40,000–400,000	0.027	0.805

TABLE 7.3 Constants of Equation 7.52 for noncircular cylinders in cross flow of a gas [13, 14]^a

Geometry	Re_D	C	m
Square $V \rightarrow$ 	6000–60,000	0.304	0.59
$V \rightarrow$ 	5000–60,000	0.158	0.66
Hexagon $V \rightarrow$ 	5200–20,400 20,400–105,000	0.164 0.039	0.638 0.78
$V \rightarrow$ 	4500–90,700	0.150	0.638
Thin plate perpendicular to flow $V \rightarrow$ 	Front 10,000–50,000 Back 7000–80,000	0.667 0.191	0.500 0.667

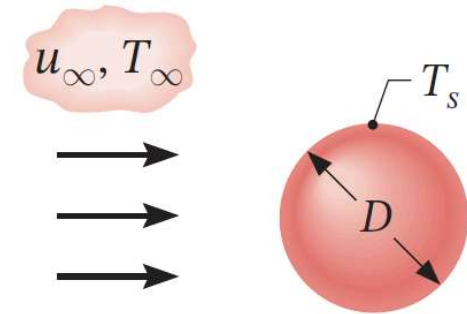
^aThese tabular values are based on the recommendations of Sparrow et al. [14] for air, with extension to other fluids through the $Pr^{1/3}$ dependence of Equation 7.52. A Prandtl number of $Pr = 0.7$ was assumed for the experimental results for air that are described in [14].

Convezione forzata: flusso trasversale su cilindro - 9

- Un'altra correlazione, preferibile alla correlazione di Hilbert, è la **correlazione di Churchill-Bernstein**, copre un vasto intervallo di variabilità dei numeri di Reynolds e Prandtl.
- L'equazione è raccomandata se è verificata la condizione **$Re_D \cdot Pr > 0.2$** , ed è:

$$\overline{Nu_D} = 0.3 + \frac{0.62 \cdot Re_D^{1/2}}{[1 + (0.4/Pr)^{2/3}]^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{Re_D}{282000} \right)^{5/8} \right]^{4/5}$$

$[Re_D \cdot Pr > 0.2]$



Convezione forzata: flusso su sfera

- Gli effetti di strato limite per un flusso che investe una sfera sono per molti aspetti simili a quelli per il cilindro circolare, con transizione e separazione che giocano un ruolo fondamentale e influenzano il coefficiente convettivo locale. Per il calcolo delle condizioni medie sulla superficie sferica, è raccomandata la **correlazione di Whitaker**:

$$\overline{Nu_D} = 2 + \left(0.4 \cdot Re_D^{1/2} + 0.06 \cdot Re_D^{2/3} \right) \cdot Pr^{0.4} \cdot \left(\frac{\mu}{\mu_s} \right)^{1/4} \quad \left[\begin{array}{l} 0.71 < Pr < 380 \\ 3.5 < Re_D < 7.6 \times 10^4 \end{array} \right]$$

dove μ_s è valutata alla temperatura superficiale T_s e le rimanenti proprietà sono valutate alla temperatura della corrente indisturbata T_∞ . Il rapporto (μ/μ_s) tiene conto degli effetti delle proprietà che non sono uniformi nello strato limite.

Convezione forzata: flussi interni - 1

Considerazioni fluidodinamiche e termiche

- A causa degli effetti viscosi, il profilo di velocità all'interno di un tubo si modifica rispetto al profilo uniforme che ha in ingresso, fino ad una distribuzione parabolica.
- Dopo la lunghezza di ingresso idrodinamica $x_{fd,h}$ il profilo di velocità non varia e si può parlare di flusso completamente sviluppato. L'estensione della regione d'ingresso e il profilo di velocità dipendono dal numero di Reynolds, il quale per i flussi interni prende la forma:

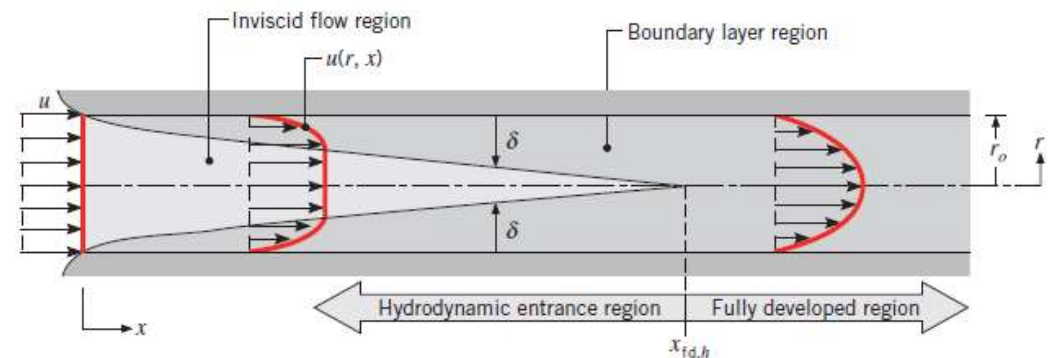
$$Re_D = \frac{\rho \cdot u_m \cdot D}{\mu} = \frac{u_m \cdot D}{\nu} = \frac{4 \cdot \dot{m}}{\pi \cdot D \cdot \mu}$$

dove:

u_m velocità media

D diametro del tubo

$\dot{m}$ portata massica



Convezione forzata: flussi interni - 2

Considerazioni fluidodinamiche e termiche

- In un flusso completamente sviluppato il numero di Reynolds critico, corrispondente alla zona di transizione, è pari a $Re_{D,c} \approx 2300$. Tuttavia sono necessari valori del numero di Reynolds maggiori ($Re_{D,c} \approx 10000$) per raggiungere condizioni di turbolenza completa.
- Nel regime laminare ($Re_{D,c} < 2300$) la lunghezza d'ingresso fluidodinamica è data da:

$$\left(\frac{x_{fd,h}}{D}\right)_{lam} \leq 0.05 \cdot Re_D$$

- Nel regime turbolento la lunghezza d'ingresso è approssimativamente indipendente dal numero di Reynolds e corrisponde in prima approssimazione a:

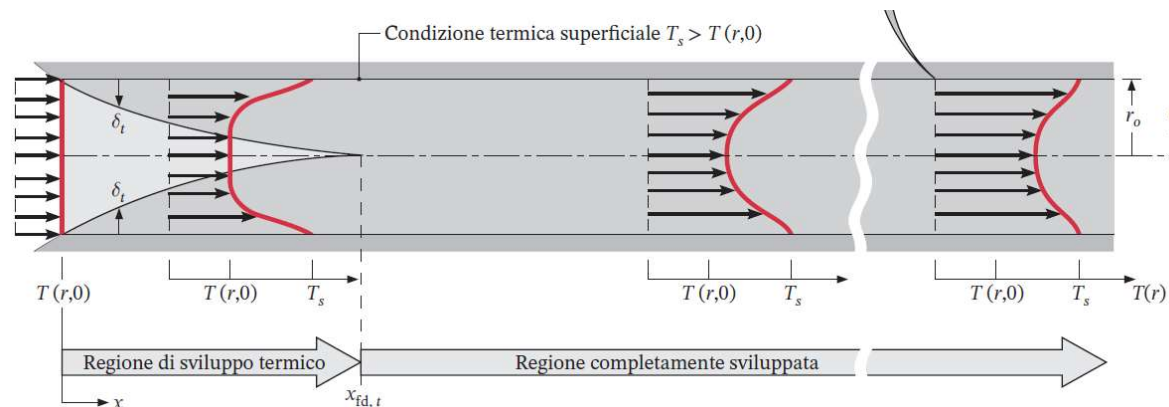
$$10 \leq \left(\frac{x_{fd,h}}{D}\right)_{turb} \leq 60$$

- Per semplicità si può assumere di essere in presenza di flusso completamente turbolento se viene soddisfatta la relazione $x/D > 10$

Convezione forzata: flussi interni - 3

Considerazioni fluidodinamiche e termiche

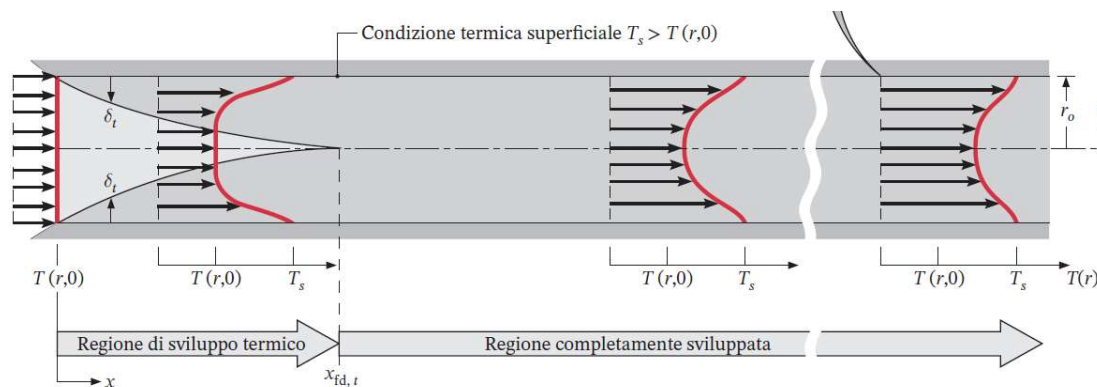
- Se il fluido entra nel tubo a $x = 0$ con una temperatura del fluido uniforme $T(r,0)$, inferiore alla temperatura uniforme T_s della superficie del tubo, si ha trasmissione del calore per convezione e si andrà a formare uno strato limite di temperatura.
- Nella *regione di ingresso termica*, la temperatura centrale del fluido all'esterno dello strato limite termico δ_t non varia, mentre all'interno di quest'ultimo la temperatura aumenta rapidamente fino a quella della superficie del tubo.



Convezione forzata: flussi interni - 4

Considerazioni fluidodinamiche e termiche

- In corrispondenza della **lunghezza di ingresso termica** $x_{fd,t}$ lo strato limite termico ha riempito tutta la sezione del tubo e la parte centrale del fluido comincia a subire un riscaldamento dove si è raggiunta la condizione di flusso completamente sviluppato.
- Il gradiente di temperatura è maggiore nella regione d'ingresso, il che implica un maggior coefficiente convettivo in tale regione.



- Le condizioni termiche nella **regione termicamente sviluppata** sono caratterizzate da tre aspetti chiave: la temperatura media aumenta, le forme dei profili di temperatura sono simili tra loro, il coefficiente convettivo è uniforme.

Convezione forzata: flussi interni - 5

Considerazioni fluidodinamiche e termiche

- Per i regimi laminari, si può individuare la lunghezza d'ingresso termico come:

$$\left(\frac{x_{fd,t}}{D}\right)_{lam} \leq 0.05 \cdot Re_D \cdot Pr \quad [Re_D < 2300]$$

- Nel caso di regime turbolento, la lunghezza di ingresso termica è quasi indipendente dal numero di Prandtl e può essere in prima approssimazione stimata come:

$$\left(\frac{x_{fd,t}}{D}\right)_{turb} = 10 \quad [Re \geq 10000]$$

Convezione forzata: flussi interni - 6

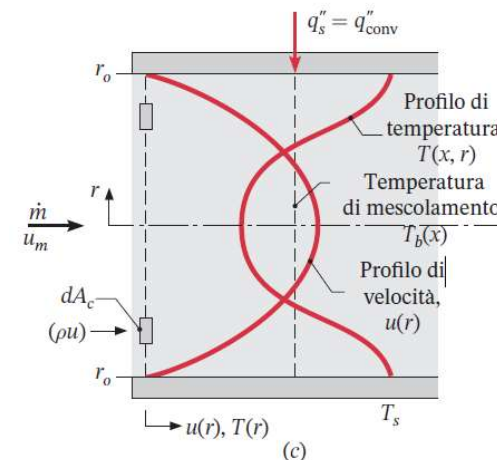
Temperatura di mescolamento

- I profili di temperatura e velocità in un determinato punto, nella direzione del flusso x , dipendono dal raggio r .
- Può essere introdotta una particolare temperatura media del fluido detta temperatura di mescolamento della massa fluida T_b ($b=bulk$), che è definita in funzione della quantità di energia trasportata dal fluido attraverso la sezione in x . Per fluidi incompressibili ($c_p = cost$) T_b è definita come:

$$\rho \cdot c_p \cdot T_b \cdot u_m \cdot A_c = \int_{A_c} u \cdot \rho \cdot c_p \cdot T \cdot dA_c$$

dove u_m è la velocità media, da cui:

$$T_b = \frac{\int_{A_c} u \cdot \rho \cdot c_p \cdot T \cdot dA_c}{\rho \cdot c_p \cdot u_m \cdot A_c} = \frac{\int_A u \cdot T \cdot dA_c}{u_m \cdot A_c}$$



Convezione forzata: flussi interni - 7

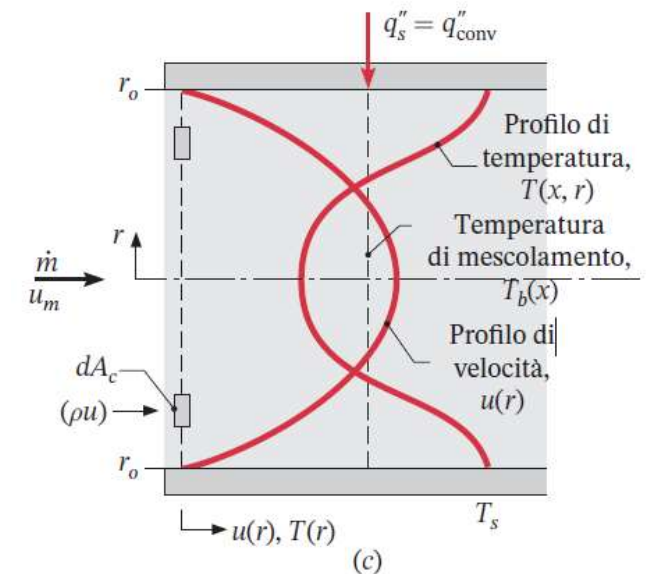
Temperatura di mescolamento – tubi circolari

- Per tubi circolari si ha:

$$u_m \cdot \rho \cdot c_p \cdot T_b \cdot A_c = \int_{A_c} u \cdot \rho \cdot c_p \cdot T \cdot dA_c$$

$$u_m \cdot \rho \cdot c_p \cdot T_b \cdot \pi \cdot r_o^2 = \int_0^{r_o} u \cdot \rho \cdot c_p \cdot T \cdot 2\pi \cdot r \cdot dr$$

$$\begin{aligned} T_b &= \frac{\int_0^{r_o} u \cdot \rho \cdot c_p \cdot T \cdot 2\pi \cdot r \cdot dr}{u_m \cdot \rho \cdot c_p \cdot \pi \cdot r_o^2} \\ &= \frac{2 \cdot \int_0^{r_o} u \cdot T \cdot r \cdot dr}{u_m \cdot r_o^2} \end{aligned}$$



Convezione forzata: flussi interni - 8

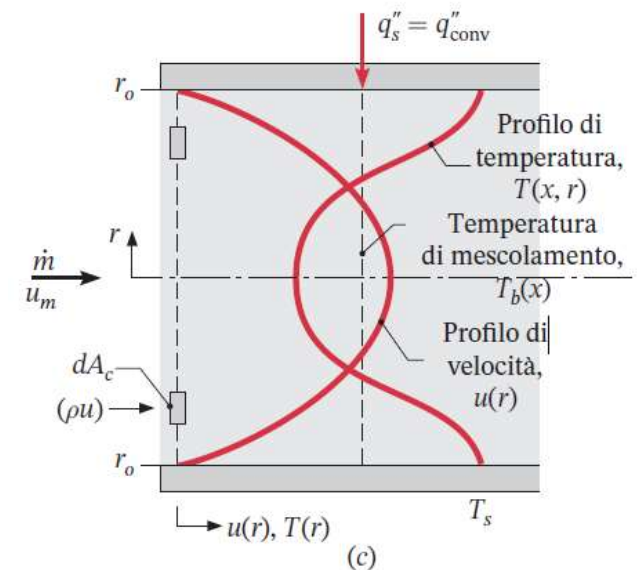
Legge di Newton del raffreddamento

- Per determinare il flusso termico convettivo sulla superficie del tubo, la legge di Newton del raffreddamento, detta anche legge di Newton per la convezione, è espressa come:

$$q_s'' = q_{conv}'' = h \cdot (T_s - T_b)$$

dove h è il coefficiente convettivo locale,

- In base al metodo di riscaldamento (raffreddamento) della superficie, T_s può essere uniforme o variare, ma la temperatura di mescolamento cambia sempre nella direzione del moto, mentre il coefficiente di convezione rimane invariato nella regione completamente sviluppata, come si vedrà nel seguito.



Convezione forzata: flussi interni - 9

Condizioni di completo sviluppo

- Requisito per completo sviluppo del profilo di temperatura:

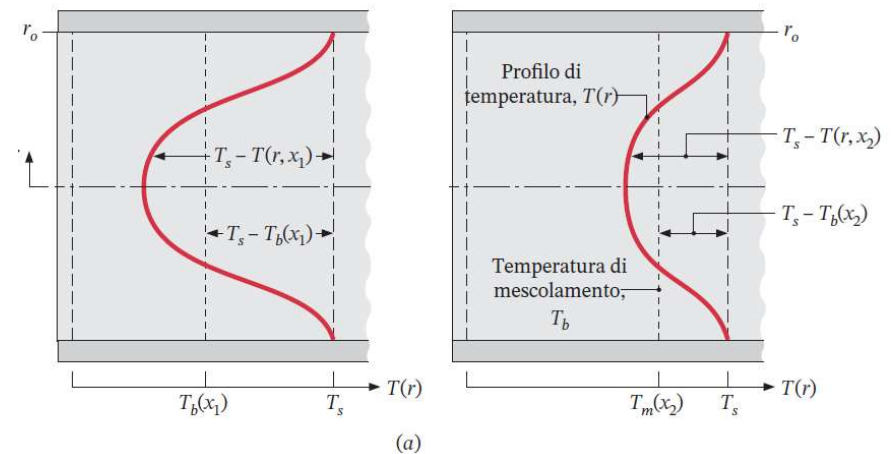
$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{T_s(x) - T(r, x)}{T_s(x) - T_b(x)} \right]_{fd,t} = 0$$

dove:

T_s è la temperatura superficiale del tubo

T è la temperatura locale

T_b è la temperatura di mescolamento



Convezione forzata: flussi interni - 10

Condizioni di completo sviluppo

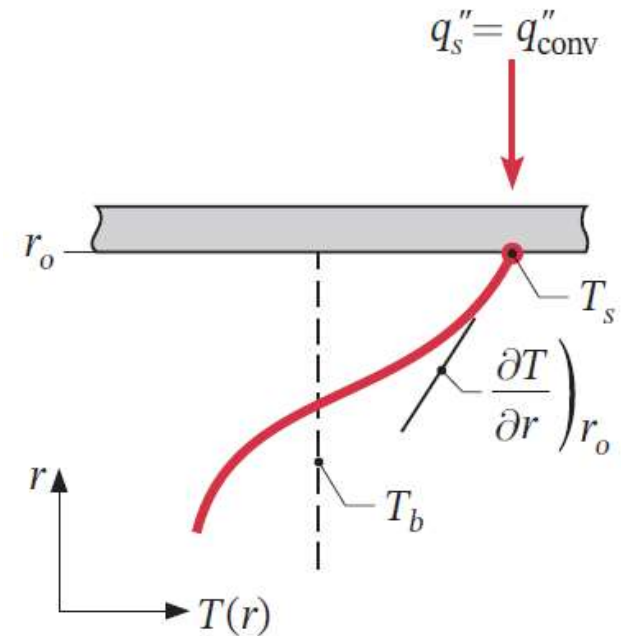
$$\left. \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{T_s - T}{T_s - T_b} \right) \right|_{r=r_o} = \frac{-\partial T / \partial r|_{r=r_o}}{T_s - T_b} \neq f(x)$$

$$q_s'' = \lambda \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=r_o} \Rightarrow \frac{h}{\lambda} \neq f(x) = \text{costante}$$

Da legge Newton

Da legge Fourier

$$q_s'' = q_{conv}'' = h \cdot (T_s - T_b)$$



Convezione forzata: flussi interni - 11

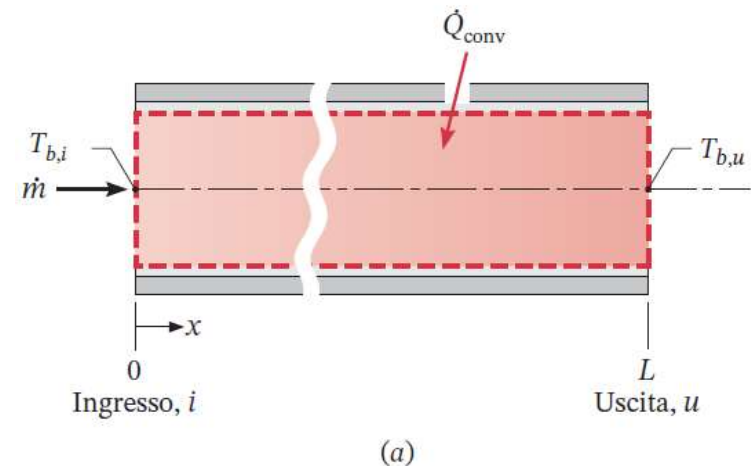
Bilancio energetico globale

- Si consideri il tubo in figura in cui scorre una portata massica costante e del calore viene trasferito per convezione attraverso la superficie della parete.
- Assumendo che la variazione di energia cinetica, potenziale ed il lavoro meccanico siano nulli e che c_p rimanga invariato, il bilancio dello scambio termico globale (indipendente dalle caratteristiche termiche della superficie e dalla condizioni di moto nel tubo) sarà:

$$\dot{Q}_{conv} = \dot{m} \cdot c_p \cdot (T_{b,u} - T_{b,i})$$

dove T_b è la temperatura di mescolamento

e i pedici “i” ed “u” rappresentano l’entrata e l’uscita.



Convezione forzata: flussi interni - 12

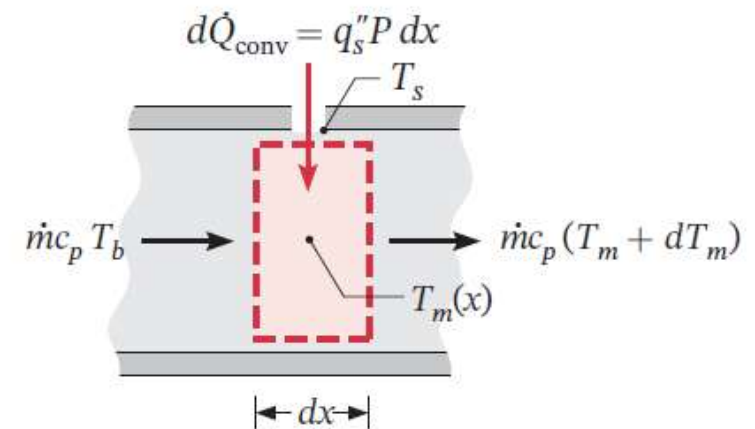
Bilancio energetico in un volume di controllo differenziale

- Nell'ipotesi di conduzione assiale nulla o trascurabile, si può applicare lo stesso bilancio a un volume di controllo differenziale:

$$d\dot{Q}_{conv} = \dot{m} \cdot c_p \cdot dT_b$$

- Introducendo il perimetro P ed il flusso termico superficiale si ottiene:

$$d\dot{Q}_{conv} = q_s'' \cdot P \cdot dx \Rightarrow q_s'' \cdot P \cdot dx = \dot{m} \cdot c_p \cdot dT_b$$



Convezione forzata: flussi interni - 13

Bilancio energetico in un volume di controllo differenziale

$$\frac{dT_b}{dx} = \frac{q_s'' \cdot P}{\dot{m} \cdot c_p} \quad \left[\begin{array}{l} \text{variazione di } T_b \text{ in funzione} \\ \text{del flusso termico superficiale } q_s'' \end{array} \right]$$

$$\frac{dT_b}{dx} = \frac{P}{\dot{m} \cdot c_p} \cdot h \cdot (T_s - T_b) \quad \left[\begin{array}{l} \text{variazione di } T_b \text{ in funzione} \\ \text{della temperatura superficiale } T_s \end{array} \right]$$

Convezione forzata: flussi interni - 14

Flusso termico superficiale costante

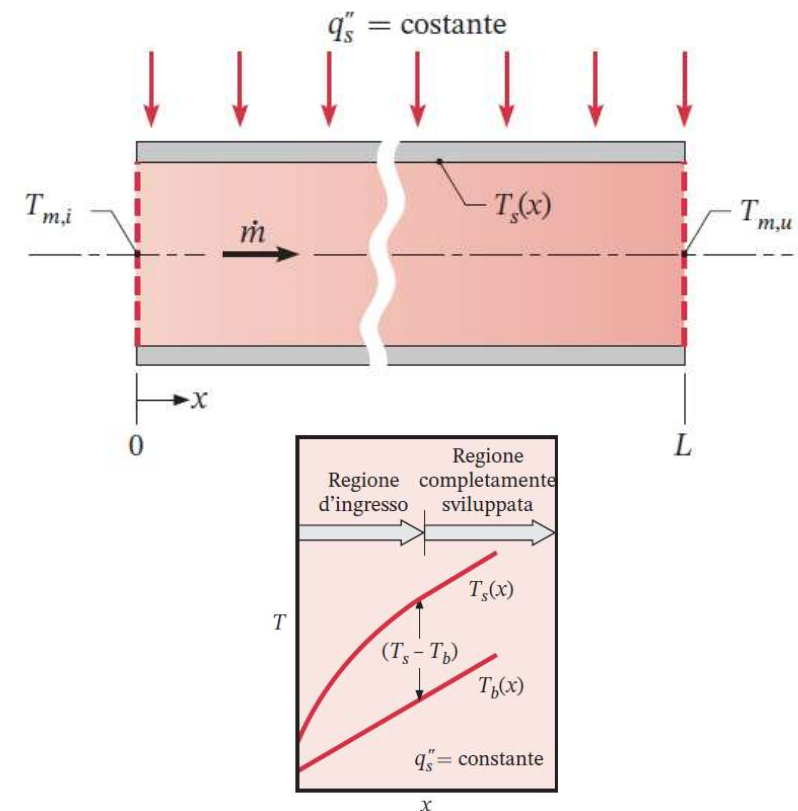
- Per condizioni di flusso termico superficiale uniforme è facile determinare il flusso termico totale:

$$\dot{Q}_{conv} = q_s'' \cdot (P \cdot L)$$

- Per flusso termico superficiale uniforme si ottiene, integrando da $x = 0$ ad una certa posizione x

$$\frac{dT_b}{dx} = \frac{q_s'' \cdot P}{\dot{m} \cdot c_p} = \text{costante}$$

$$T_b(x) = T_{b,i} + \frac{q_s'' \cdot P}{\dot{m} \cdot c_p} \cdot x \quad [q_s'' = \text{uniforme}]$$



Convezione forzata: flussi interni - 15

Temperatura superficiale uniforme

$$\frac{dT_b}{dx} = -\frac{d(\overset{(T_s - T_b)}{\Delta T})}{dx} = \boxed{\frac{P}{\dot{m}c_p}} h \Delta T \quad \text{costante}$$

Con uniforme, separando le variabili ed integrando tra l'entrata ($x=0$) e l'uscita ($x=L$) del tubo si ha:

$$\int_{\Delta T_i}^{\Delta T_u} \frac{d(\Delta T)}{\Delta T} = -\frac{P}{\dot{m}c_p} \int_0^L h \, dx \quad \Rightarrow \quad \ln \frac{\Delta T_u}{\Delta T_i} = -\frac{PL}{\dot{m}c_p} \left(\frac{1}{L} \int_0^L h \, dx \right) = -\frac{PL}{\dot{m}c_p} \bar{h}_L$$

$$\boxed{\frac{\Delta T_u}{\Delta T_i} = \frac{T_s - T_{b,u}}{T_s - T_{b,i}} = \exp\left(-\frac{PL}{\dot{m}c_p} \bar{h}\right)} \quad T_s = \text{uniforme}$$

Convezione forzata: flussi interni - 16

Temperatura superficiale uniforme

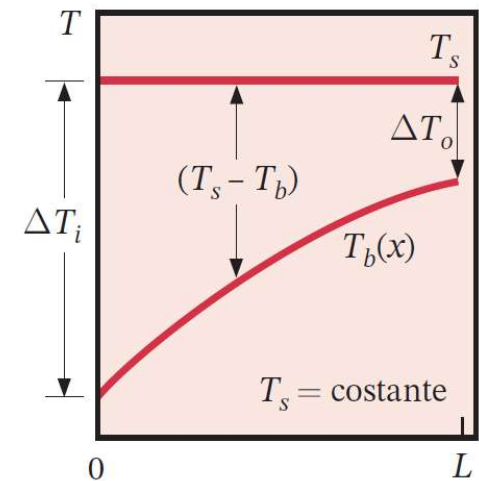
- Integrando da $x = 0$ fino a una qualunque posizione assiale, la distribuzione della temperatura di mescolamento $T_b(x)$ è:

$$\frac{\Delta T_u}{\Delta T_i} = \frac{T_s - T_{b,u}}{T_s - T_{b,i}} = \exp\left(-\frac{PL}{\dot{m}c_p} \bar{h}\right) \quad T_s = \text{uniforme}$$

dove $\bar{h}$ è il valor medio di h dall'ingresso a x .

- Il risultato indica che la differenza di temperatura $(T_s - T_b)$ diminuisce esponenzialmente con x .

$$\frac{T_s - T_b(x)}{T_s - T_{b,i}} = \exp\left(-\frac{Px}{\dot{m}c_p} \bar{h}\right) \quad T_s = \text{uniforme}$$



Convezione forzata: flussi interni - 17

Temperatura superficiale uniforme

- Flusso di calore totale $\dot{Q} = \dot{m}c_p(T_{b,u} - T_{b,i})$:

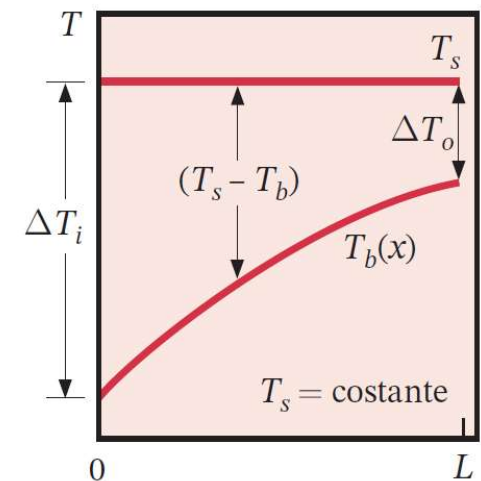
$$\dot{Q} = \dot{m}c_p[(T_s - T_{b,i}) - (T_s - T_{b,u})] = \dot{m}c_p(\Delta T_i - \Delta T_u)$$

Prendendo $\dot{m}c_p$ dall'integrale dell'equazione differenziale:

$$\dot{m}c_p = -PL\bar{h}_L / \ln\left(\frac{\Delta T_u}{\Delta T_i}\right)$$

con $A_s = PL$ si ottiene:

$$\dot{Q} = A_s\bar{h}_L\Delta T_{ml} \quad \text{con} \quad \Delta T_{ml} \equiv \frac{\Delta T_u - \Delta T_i}{\ln(\Delta T_u/\Delta T_i)}$$



Convezione forzata: flussi interni - 18

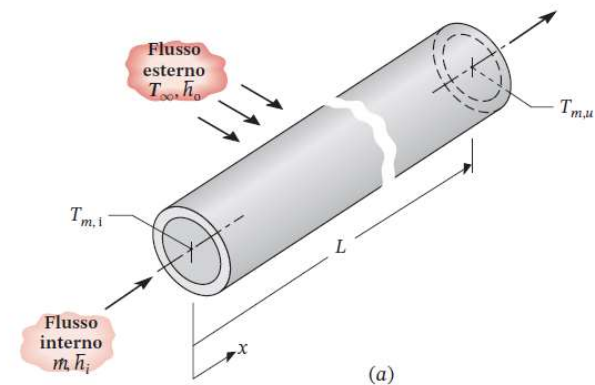
Fluido esterno

In molte applicazioni è la temperatura del fluido esterno ad essere fissata e non la temperatura della superficie esterna del tubo. In tal caso si può sostituire T_s con T_∞ mentre $\bar{h}$ è sostituito con $\bar{U}$ (il coefficiente globale medio di scambio termico), per cui ne discende che:

$$\frac{\Delta T_u}{\Delta T_i} = \frac{T_\infty - T_{b,u}}{T_\infty - T_{b,i}} = \exp\left(-\frac{\bar{U}A_s}{\dot{m}c_p}\right)$$

Il prodotto $\bar{U} \cdot A_s$ fornisce lo stesso risultato indipendentemente da che sia stato definito in funzione della sup. interna o esterna del tubo

$$\dot{Q} = \bar{U}A_s \Delta T_{ml}$$



Convezione forzata: flussi interni - 19

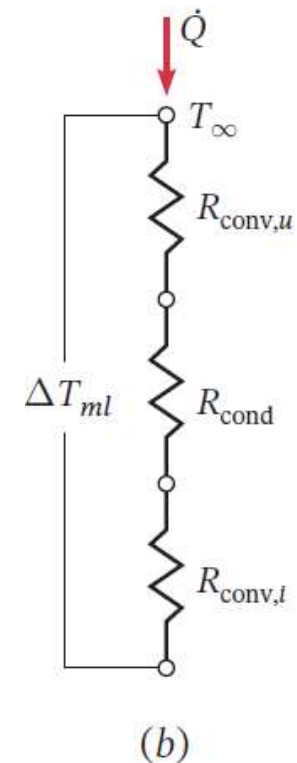
Fluido esterno

Si noti che $(\bar{U} \cdot A_s)^{-1}$ è la resistenza termica totale tra i due fluidi, per cui si ottiene:

$$\frac{\Delta T_u}{\Delta T_i} = \frac{T_\infty - T_{b,u}}{T_\infty - T_{b,i}} = \exp\left(-\frac{1}{\dot{m}c_p R_{\text{tot}}}\right)$$

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T_{ml}}{R_{\text{tot}}}$$

In figura a lato si riporta il **circuito termico** che rappresenta le resistenze convettive interna ed esterna e la resistenza conduttiva nel tubo.



Convezione forzata: flussi interni - 20

Correlazioni di convezione per tubi: regione completamente sviluppata
Regime laminare

Nel caso di moto in un tubo circolare caratterizzato da flusso di calore superficiale uniforme e condizioni laminari completamente sviluppate, il numero di Nusselt è una costante indipendente da Re_D .

$$Nu_D = \frac{hD}{\lambda} = 4.36 \quad [q_s'' = \text{uniforme}]$$

Quando la condizione termica superficiale è caratterizzata da una temperatura superficiale uniforme, i risultati sono analoghi ma con valore di Numero di Nusselt inferiore.

$$Nu_D = \frac{hD}{\lambda} = 3.66 \quad [T_s = \text{uniforme}]$$

Convezione forzata: flussi interni - 21

Correlazioni di convezione per tubi: regione completamente sviluppata
Regime laminare

Nelle applicazioni riguardanti trasporto per convezione in tubi non circolari, si possono applicare, in prima approssimazione, le precedenti correlazioni utilizzando il **diametro idraulico** D_h :

$$D_h \equiv \frac{4A_c}{P}$$

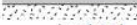
dove A_c e P sono l'area trasversale e il perimetro bagnati, rispettivamente.

Questo approccio non è molto accurato per i tubi non circolari con sezioni trasversali caratterizzate da angoli acuti. Sono disponibili correlazioni appropriate per questi casi specifici.

Convezione forzata: flussi interni - 22

Correlazioni di convezione per tubi: regione completamente sviluppata
Regime laminare

TABLE 8.1 Nusselt numbers and friction factors for fully developed laminar flow in tubes of differing cross section

Cross Section	$\frac{b}{a}$	$Nu_D = \frac{hD_h}{k}$		Re_{D_h}
		(Uniform q_s'')	(Uniform T_s)	
	—	4.36	3.66	64
	1.0	3.61	2.98	57
	1.43	3.73	3.08	59
	2.0	4.12	3.39	62
	3.0	4.79	3.96	69
	4.0	5.33	4.44	73
	8.0	6.49	5.60	82
	∞	8.23	7.54	96
	∞	5.39	4.86	96
	∞	5.39	4.86	96
	—	3.11	2.49	53

Convezione forzata: flussi interni - 23

Correlazioni di convezione per tubi: regione completamente sviluppata
Regime turbolento

Un'espressione comunemente usata per determinare il numero di Nusselt locale nel caso di flusso turbolento completamente sviluppato (fluidodinamicamente e termicamente) in tubo circolare liscio è la correlazione di Dittus-Boelter:

$$\text{Nu}_D = 0.023 \text{Re}_D^{4/5} \text{Pr}^n \quad \left[\begin{array}{l} 0.6 \leq \text{Pr} \leq 160 \\ \text{Re}_D \gtrsim 10\,000 \\ \frac{L}{D} \gtrsim 10 \end{array} \right]$$

dove $n = 0.4$ nel caso di riscaldamento ($T_s > T_b$) e $n = 0.3$ nel caso di raffreddamento ($T_s < T_b$).
Le proprietà del fluido devono essere valutate alla temperatura di mescolamento media.
La correlazione fornisce buoni risultati per differenze ($T_s - T_b$) moderate.

Convezione naturale - 1

- Si considerano ora le situazioni di convezione naturale (o libera) in cui non vi è alcun movimento forzato, ma la trasmissione del calore avviene a causa di **correnti convettive indotte dalle forze di galleggiamento che derivano da differenze di densità causate dalla variazione di temperatura del fluido.**
- **Le velocità del moto in convezione naturale sono generalmente molto inferiori di quelle associate alla convezione forzata,** anche i corrispondenti flussi termici sono inferiori.
- Tuttavia la convezione naturale può fornire una maggiore resistenza allo scambio termico
- È spesso il modo di trasmissione del calore sfruttato in sistemi elettronici, in virtù dei costi ridotti di funzionamento e dell'assenza di manutenzione.
- La convezione naturale è importante anche nelle scienze ambientali, dove è responsabile dei moti oceanici ed atmosferici.

Convezione naturale - 2

Caratteristiche fenomenologiche

- L'esistenza di un gradiente di temperatura, all'interno di un fluido in quiete, non è sufficiente ad originare un moto convettivo.

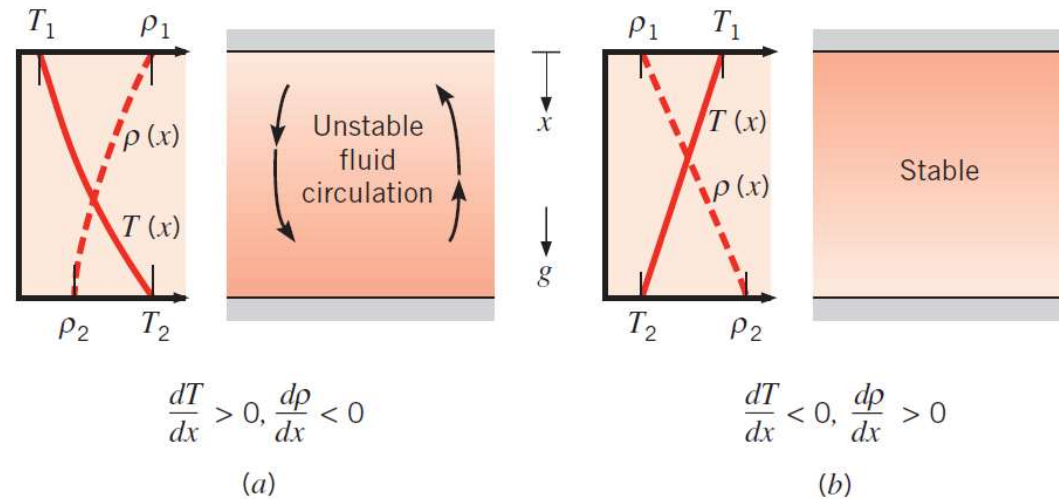
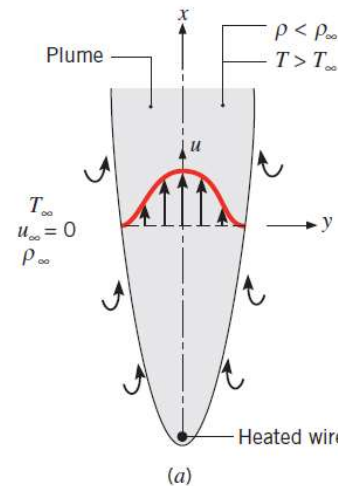


FIGURE 9.1 Conditions in a fluid between large horizontal plates at different temperatures: (a) Unstable temperature gradient. (b) Stable temperature gradient.

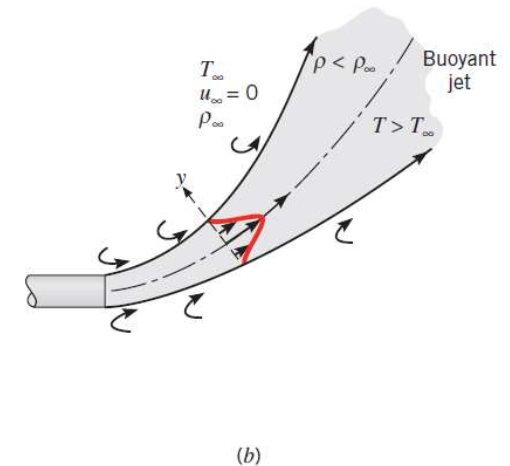
Convezione naturale - 3

Classificazione

- I problemi di convezione naturale possono essere classificati a seconda che il flusso sia contenuto da una superficie o meno.
- In assenza di una superficie, il moto può aver luogo come *plume* o *getto* (v. figura).
- Noi ci limitiamo a considerare flussi confinati da una o più pareti, e l'esempio classico è quello della convezione naturale lungo una lastra verticale riscaldata.



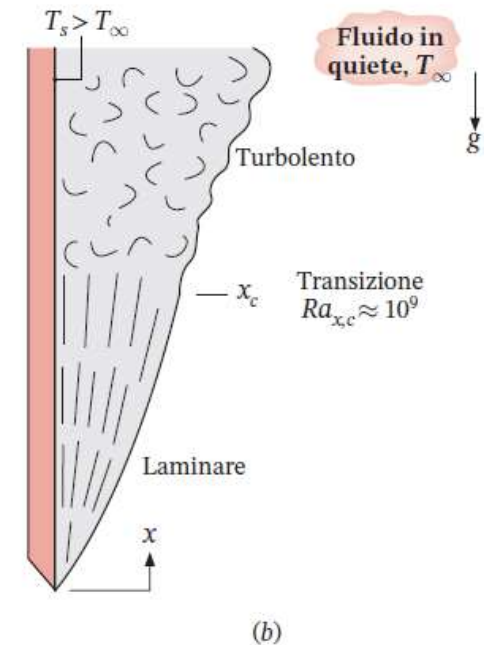
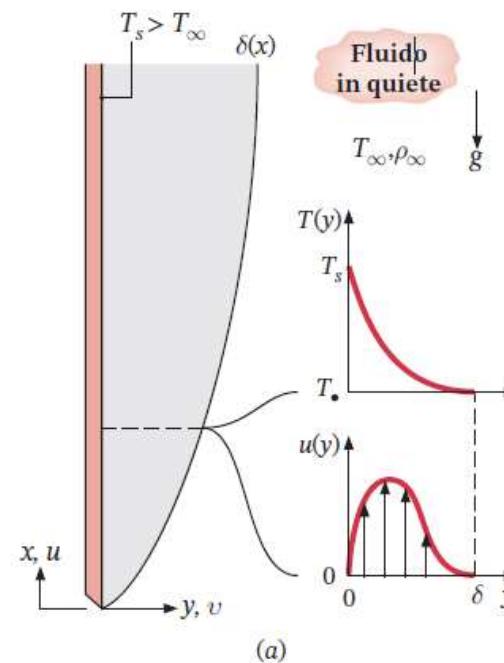
g



Convezione naturale - 4

Considerazioni termiche e sul flusso

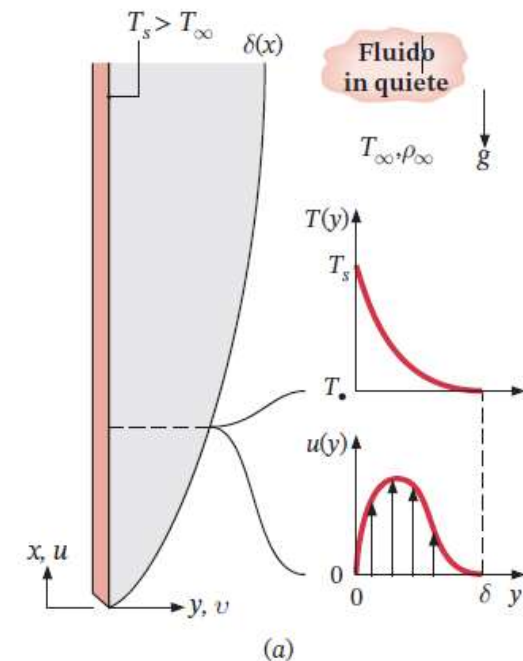
- Per illustrare la natura dello sviluppo dello strato limite nella convezione naturale, si consideri una piastra riscaldata verticale immersa nel fluido di raffreddamento esteso ed in quiete.
- Dal momento che la piastra è più calda del fluido ($T_s > T_\infty$), il fluido vicino alla piastra è meno denso del fluido nella regione in quiete.



Convezione naturale - 5

Considerazioni termiche e sul flusso

- Il gradiente di densità del fluido e il campo gravitazionale creano la forza di galleggiamento che induce il moto di convezione naturale nello strato limite in cui il fluido riscaldato risale.
- La velocità in corrispondenza della superficie è nulla (condizione di non scorrimento), con l'aumentare della distanza y dalla piastra la velocità aumenta fino ad un valore massimo per poi ridursi a zero quando $y \rightarrow \infty$.
- Queste condizioni definiscono lo spessore $\delta(x)$ dello strato limite.



Convezione naturale - 6

Considerazioni termiche e sul flusso

- È consuetudine correlare il verificarsi della transizione al numero di Rayleigh critico, che per piastre verticali è:

$$Ra_{x,c} = Gr_{x,c} Pr = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)x_c^3}{\nu\alpha} \approx 10^9$$

- Il parametro adimensionale che caratterizza i flussi in convezione naturale è il numero di Grashof, che rappresenta il rapporto tra la forza di galleggiamento e quella viscosa:

$$Gr_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2} \quad \text{con} \quad \beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p = \frac{1}{\rho} \frac{p}{RT^2} = \frac{1}{T}$$

coefficiente
volumetrico di
dilazione termica β

- Per regimi di convezione naturale, il coefficiente di convezione è funzionalmente espresso da equazioni del tipo:

$$\overline{Nu}_L = f(Gr_L, Pr)$$

Convezione naturale - 7

Considerazioni termiche e sul flusso

- Le correlazioni empiriche più comuni adatte per calcoli ingegneristici si basano sulla lunghezza caratteristica L e hanno la forma:

$$\overline{\text{Nu}}_L = \frac{\bar{h}L}{\lambda} = C \text{Ra}_L^n$$

$$\text{Ra}_L = \text{Gr}_L \text{Pr} = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu\alpha}$$

- In genere $n = 1/4$ per regime laminare ed $n = 1/3$ per regime turbolento.
- In moto turbolento h_L è indipendente da L .
- Tutte le proprietà sono valutate alla cosiddetta temperatura di film: $T_f \equiv (T_s + T_\infty)/2$

Convezione naturale - 8

Correlazioni: la lastra verticale

- Le correlazioni seguenti sono utilizzabili per problemi di convezione naturale su piastra verticale:

Laminare

$$\overline{Nu}_L = 0.59 Ra_L^{1/4} \quad [10^4 \leq Ra_L \leq 10^9]$$

Turbolento

$$\overline{Nu}_L = 0.10 Ra_L^{1/3} \quad [10^9 \leq Ra_L \leq 10^{13}]$$

- In alternativa, si può utilizzare la correlazione di Churchill-Chu su tutta la gamma di valori di Ra_L :

$$\overline{Nu}_L = \left\{ 0.825 + \frac{0.387 Ra_L^{1/6}}{\left[1 + (0.492/Pr)^{9/16} \right]^{8/27}} \right\}^2$$

- In regime laminare, si può ottenere una maggiore precisione applicando la correlazione seguente:

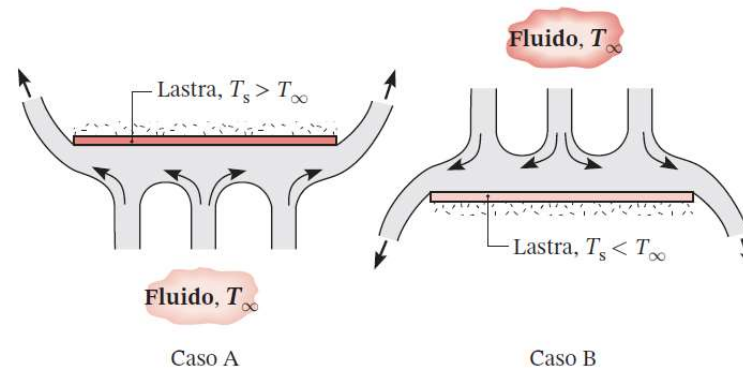
$$\overline{Nu}_L = 0.68 + \frac{0.670 Ra_L^{1/4}}{\left[1 + (0.492/Pr)^{9/16} \right]^{4/9}} \quad [Ra_L \lesssim 10^9]$$

- Queste correlazioni valgono anche per cilindri verticali di altezza L se $(D/L) > (35/Gr_L^{1/4})$ cioè se lo spessore dello strato limite δ è molto inferiore al diametro del cilindro D .

Convezione naturale - 10

Correlazioni: la lastra orizzontale

- Una lastra piana verticale induce una forza di galleggiamento e un moto diretto verso l'alto o verso il basso a seconda che la piastra sia più calda o più fredda rispetto al fluido ambiente.
- Per una superficie calda rivolta verso il basso (**caso A**) e una superficie fredda rivolta verso l'alto (**caso B**), la tendenza del fluido a salire o a scendere, rispettivamente, è ostacolata dalla piastra. Il flusso deve muoversi in orizzontale prima di poter salire o scendere dai bordi della piastra e lo scambio di calore per convezione risulta alquanto inefficace.

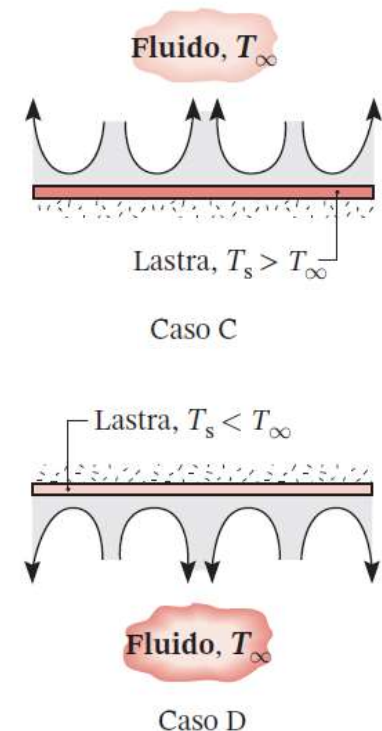


Convezione naturale - 11

Correlazioni: la lastra orizzontale

- Per una superficie calda rivolta verso l'alto (**caso C**) e una superficie fredda rivolta verso il basso (**caso D**), il flusso è guidato dalla particelle di fluido ascendenti e discendenti, rispettivamente.
- La conservazione della massa impone che il fluido caldo ascendente (freddo discendente) sia sostituito dal fluido freddo discendente (caldo ascendente) e lo scambio di calore è molto più efficace rispetto ai casi A e B.
- Le correlazioni ampiamente usate per le lastre orizzontali utilizzano la lunghezza caratteristica L definita di seguito:

$$L \equiv \frac{A_s}{P} \quad \text{dove } A_s \text{ e } P \text{ sono superficie e perimetro della piastra.}$$



Convezione naturale - 12

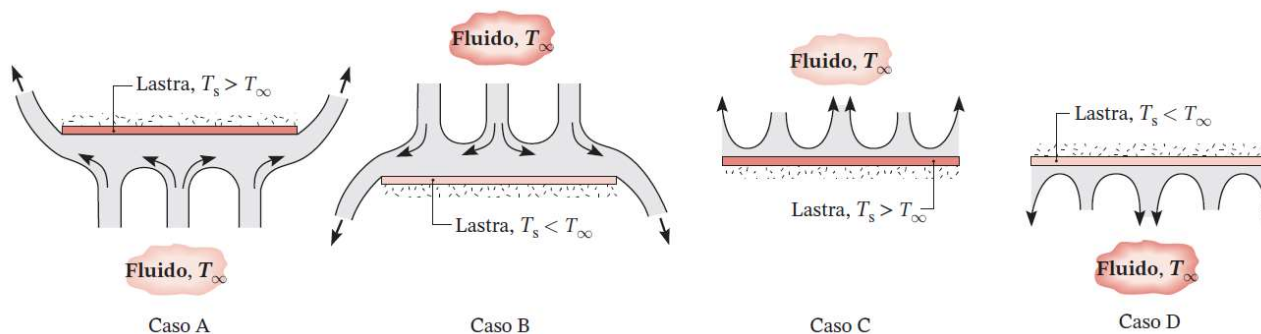
Correlazioni: la lastra orizzontale

- Le correlazioni raccomandate per il numero di Nusselt sono le seguenti:

$$\overline{\text{Nu}}_L = 0.27 \text{ Ra}_L^{1/4} \quad [10^5 \lesssim \text{Ra}_L \lesssim 10^{10}] \rightarrow \text{Casi A e B}$$

$$\overline{\text{Nu}}_L = 0.54 \text{ Ra}_L^{1/4} \quad [10^4 \lesssim \text{Ra}_L \lesssim 10^7]$$

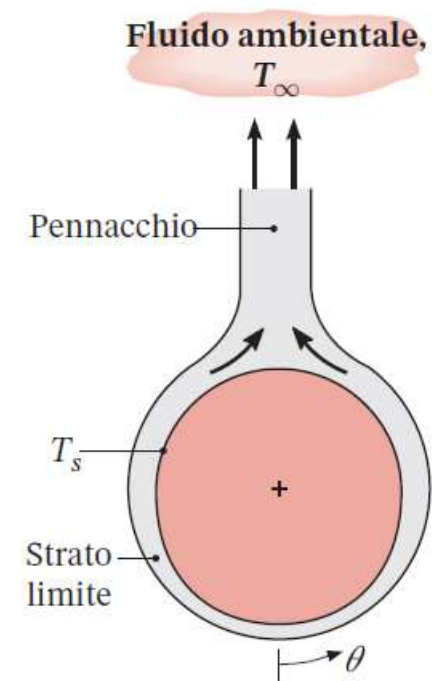
$$\overline{\text{Nu}}_L = 0.15 \text{ Ra}_L^{1/3} \quad [10^7 \lesssim \text{Ra}_L \lesssim 10^{11}] \rightarrow \text{Casi C e D}$$



Convezione naturale - 13

Correlazioni: il cilindro orizzontale

- Per un cilindro riscaldato, lo sviluppo dello strato limite inizia a $\theta = 0^\circ$ e termina a $\vartheta < 180^\circ$ con la formazione di un pennacchio dal cilindro.
- Se il regime resta laminare su tutta la superficie, il coefficiente di convezione locale è massimo per $\vartheta = 0^\circ$ e decresce con l'aumentare di ϑ .
- Questa diminuzione può essere alterata per $R_{aD} > 10^9$ dal verificarsi della transizione alla turbolenza all'interno dello strato limite.
- Se il cilindro è più freddo dell'ambiente, si ha una scia che scende dal cilindro anziché risalire.



Convezione naturale - 14

Correlazioni: il cilindro orizzontale

- Espressioni per intervalli prescritti del numero di Rayleigh sono state ricavate da Morgan per il cilindro lungo orizzontale:

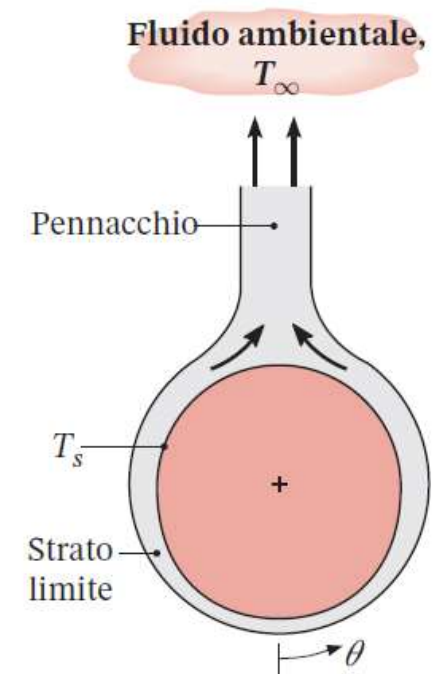
$$\overline{Nu}_D = 0.850 Ra_D^{0.188} \quad [10^2 \leq Ra_D \leq 10^4]$$

$$\overline{Nu}_D = 0.480 Ra_D^{0.250} \quad [10^4 \leq Ra_D \leq 10^7]$$

$$\overline{Nu}_D = 0.125 Ra_D^{0.333} \quad [10^7 \leq Ra_D \leq 10^{12}]$$

- La relazione di Churchill-Chu è consigliata per una vasta gamma di numeri di Rayleigh:

$$\overline{Nu}_D = \left\{ 0.60 + \frac{0.387 Ra_D^{1/6}}{\left[1 + (0.559/Pr)^{9/16} \right]^{8/27}} \right\}^2 \quad [Ra_D \leq 10^{12}]$$



Convezione naturale - 15

Correlazioni: la sfera

- Lo sviluppo dello strato limite per la sfera isoterma è simile a quello del cilindro con la formazione di un pennacchio.
- Si raccomanda la relazione di Churchill per la stima del coefficiente di convezione medio:

$$\overline{Nu}_D = 2 + \frac{0.589 Ra_D^{1/4}}{\left[1 + (0.469 Pr)^{9/16}\right]^{4/9}} \quad [Pr \geq 0.7, Ra_D \leq 10^{11}]$$

