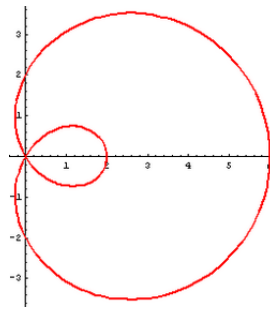


BLAISE PASCAL

(1623-1662)



E' figlio d'arte: suo padre Etienne è anche lui un matematico, noto per la "chiocciola di Pascal": $r = a + b \cos \theta$.



Blaise è stato un *enfant prodige*. Il padre lo vuole lontano dai libri per motivi di salute, ma poi si arrende all'evidenza e lo lascia studiare.

- 14 anni: partecipa col padre all'Accademia di Mersenne a Parigi e viene a contatto con le idee di Desargues.
- 16 anni: pubblica *Essay sur les coniques* (1640). E' una sola pagina, contenente il "Teorema di Pascal" (v. allegato): è un *mysterium exagrammaticum*! Pascal afferma che la molti corollari, ad esempio la determinazione delle tangenti a una conica. Utilizza il linguaggio

di Desargues: sostanzialmente la formulazione è nel piano proiettivo (altrimenti l'enunciato sarebbe falso...). Pascal stesso riconosce di dovere molto a Desargues.

- 18 anni: progetta e realizza una macchina calcolatrice (in futuro nota come la "Pascalina": v. allegato), ottenendo un grande successo commerciale.

- 25 anni: si interessa all'idrostatica: sono celebri i suoi esperimenti sulla pesantezza dell'aria e sulla pressione dei fluidi.

- 31 anni (1654)

- progetta una grande opera sulle coniche, mai stampata e andata perduta. Ma Leibniz riesce a vederla e cita alcuni risultati. Usa sempre metodi sintetici: si sente a disagio con l'algebra...

- un suo amico gli scrive ponendogli questioni sui lanci dei dadi. Pascal scrive a Fermat e inizia una fitta corrispondenza alla quale si fa risalire l'inizio della **teoria della probabilità**.

- collega questi problemi al "Triangolo aritmetico", noto ai cinesi, a Cardano e a Tartaglia; studia le sue proprietà in modo così nuovo e profondo che d'ora in poi sarà noto come "Triangolo di Pascal" (v. allegato). Pubblica i risultati in *Traité du triangle arithmétique* (1654).

- spiega e definisce chiaramente l'induzione e il ragionamento ricorsivo.

- si cimenta in Teoria dei numeri, calcolando la formula per determinare la somma delle m -esime potenze dei primi n numeri naturali (v. allegato).

- Nel novembre del 1654 ha una esperienza mistica e decide di abbandonare la matematica, dedicandosi alla teologia.

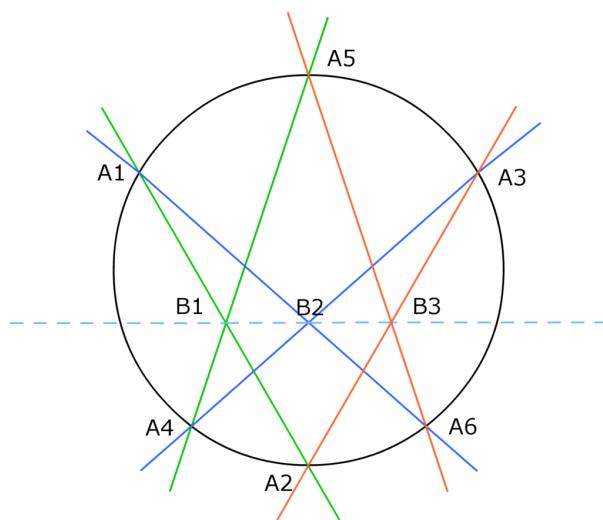
- Nel 1658, per distrarsi da un forte mal di denti notturno, riprende in mano la matematica e si concentra sulla cicloide. Miracolosamente il dolore cessa! Pone varie questioni sul tema, offrendo premi e nominando Roberval giudice. Varie contese a seguire...

- Nel 1658 pubblica il *Traité des sinus du quart de cercle*. Lo stesso Leibniz racconta che, leggendo una lettera di Dettonville su questo trattato, ebbe una folgorazione e intuì che la determinazione della tangente a una curva dipendeva dal rapporto tra le differenze della

ordinate e le differenze delle ascisse, quando queste diventano infinitamente piccole, e che le quadrature dipendono dalla somma delle ordinate, ossia dei rettangoli infinitamente piccoli che formavano l'area. Siamo a un passo dall'analisi infinitesimale.

- Nel 1662 muore, come Torricelli, a 39 anni.

TEOREMA DI PASCAL



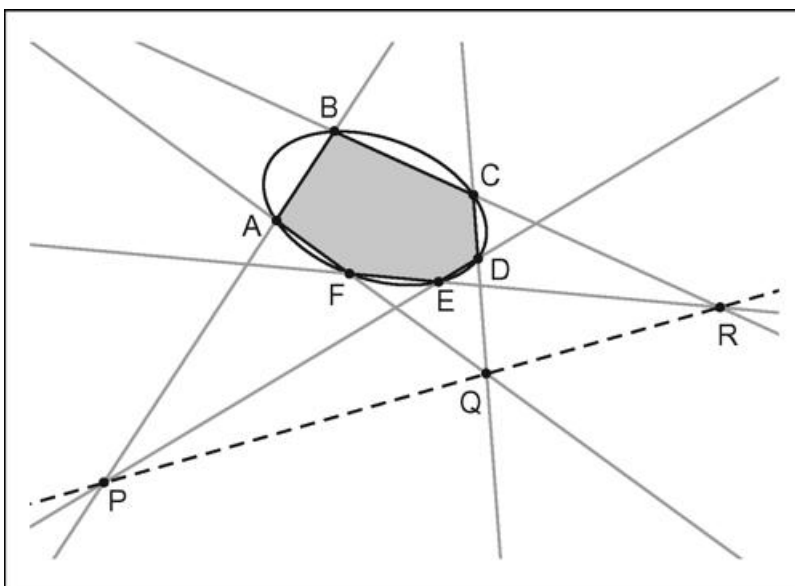
Siano $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$ sei punti nel piano e siano B_1, B_2, B_3 i punti comuni alle coppie di rette corrispondenti ai lati opposti dell'esagono, cioè:

$$B_1 = r(A_1, A_2) \cap r(A_4, A_5)$$

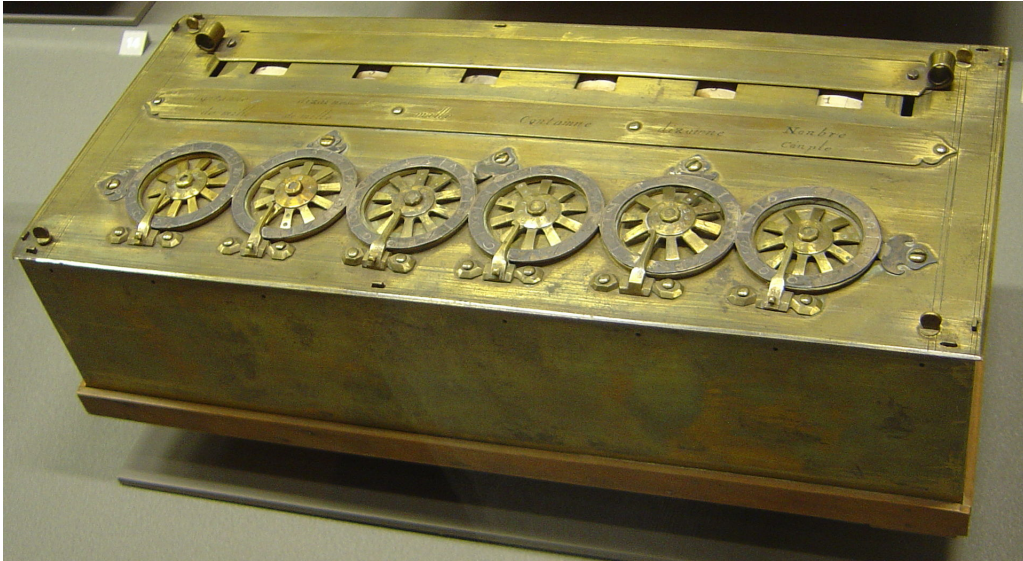
$$B_2 = r(A_3, A_4) \cap r(A_6, A_1)$$

$$B_3 = r(A_2, A_3) \cap r(A_5, A_6).$$

I sei punti iniziali appartengono a una conica se, e soltanto se, i tre punti B_1, B_2, B_3 appartengono a una retta, chiamata *retta di Pascal*.



La Pascalina, 1642



Triangolo di Pascal

Nonostante la vastità dei suoi interessi, Pascal è noto soprattutto per il triangolo aritmetico, presentato nel suo *Trattato sul Triangolo Aritmetico* del 1654.

Le prime righe del triangolo sono le seguenti:

$n = 0$						1													
$n = 1$						1		1											
$n = 2$					1		2		1										
$n = 3$				1		3		3		1									
$n = 4$			1		4		6		4		1								
$n = 5$			1		5		10		10		5		1						
$n = 6$		1		6		15		20		15		6		1					
$n = 7$	1		7		21		35		35		21		7		1				

Ogni numero che non si trova sui lati del triangolo è ottenuto sommando i due numeri adiacenti che si trovano sulla riga superiore.

I numeri del triangolo di Pascal corrispondono ai coefficienti ottenuti nello sviluppo della potenza di un binomio. Ad esempio nella seconda e la terza riga troviamo i coefficienti dei seguenti sviluppi:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

I coefficienti negli sviluppi binomiali sono chiamati *coefficienti binomiali*. Il coefficiente del monomio $a^k b^{n-k}$ nello sviluppo di $(a + b)^n$ viene indicato con il *simbolo binomiale*

$$\binom{n}{k}$$

Teorema di Pascal sulla somma di potenze di interi consecutivi

Il problema consiste nel calcolare il valore di una somma di potenze di questo tipo:

$$S_r(n) = \sum_{k=1}^n k^r = 1^r + 2^r + \cdots + n^r$$

dove $r = 0, 1, 2, 3, \dots$. Usualmente si pone $S_r(0) = 0$.

Le prime formule erano conosciute fin dall'antichità (greci, arabi...):

$$\begin{aligned} S_1(n) &= \sum_{k=1}^n k^1 = \frac{n(n+1)}{2} \\ S_2(n) &= \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \\ S_3(n) &= \sum_{k=1}^n k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2} \right)^2 \end{aligned}$$

Queste prime formule possono oggi essere dimostrate facilmente mediante il metodo di induzione matematica.

I pitagorici dimostrarono la prima formula con metodi geometrici: i numeri naturali consecutivi possono essere disposti per formare un triangolo, e avvicinando due triangoli si forma un rettangolo. Nicomaco di Gerasa (60-120 d.C.) dimostrò la formula per $r = 3$.

Pascal, usando il Triangolo aritmetico e il ragionamento ricorsivo, dimostrò il seguente teorema che permette, (mediante ricorsività) di calcolare $S_r(n)$ nel caso generale.

Teorema di Pascal.

$$(n+1)^{p+1} - 1 = \sum_{k=0}^p \binom{p+1}{k} S_k(n).$$

In forma estesa la formula è

$$(n+1)^{p+1} - 1 = \binom{p+1}{0} S_0(n) + \binom{p+1}{1} S_1(n) + \cdots + \binom{p+1}{p} S_p(n)$$

dunque si ricava $S_p(n)$ dopo aver calcolato $S_0(n), S_1(n), \dots, S_{p-1}(n)$.