



Capitolo 19

Trasmissione del calore per irraggiamento

Obiettivi del capitolo

In questo capitolo verranno approfonditi gli argomenti introduttivi riguardanti l'irraggiamento e si presenta un metodo per la trattazione dello scambio termico per irraggiamento su superfici selettive e all'interno di cavità.

Gli obiettivi di questo capitolo sono:

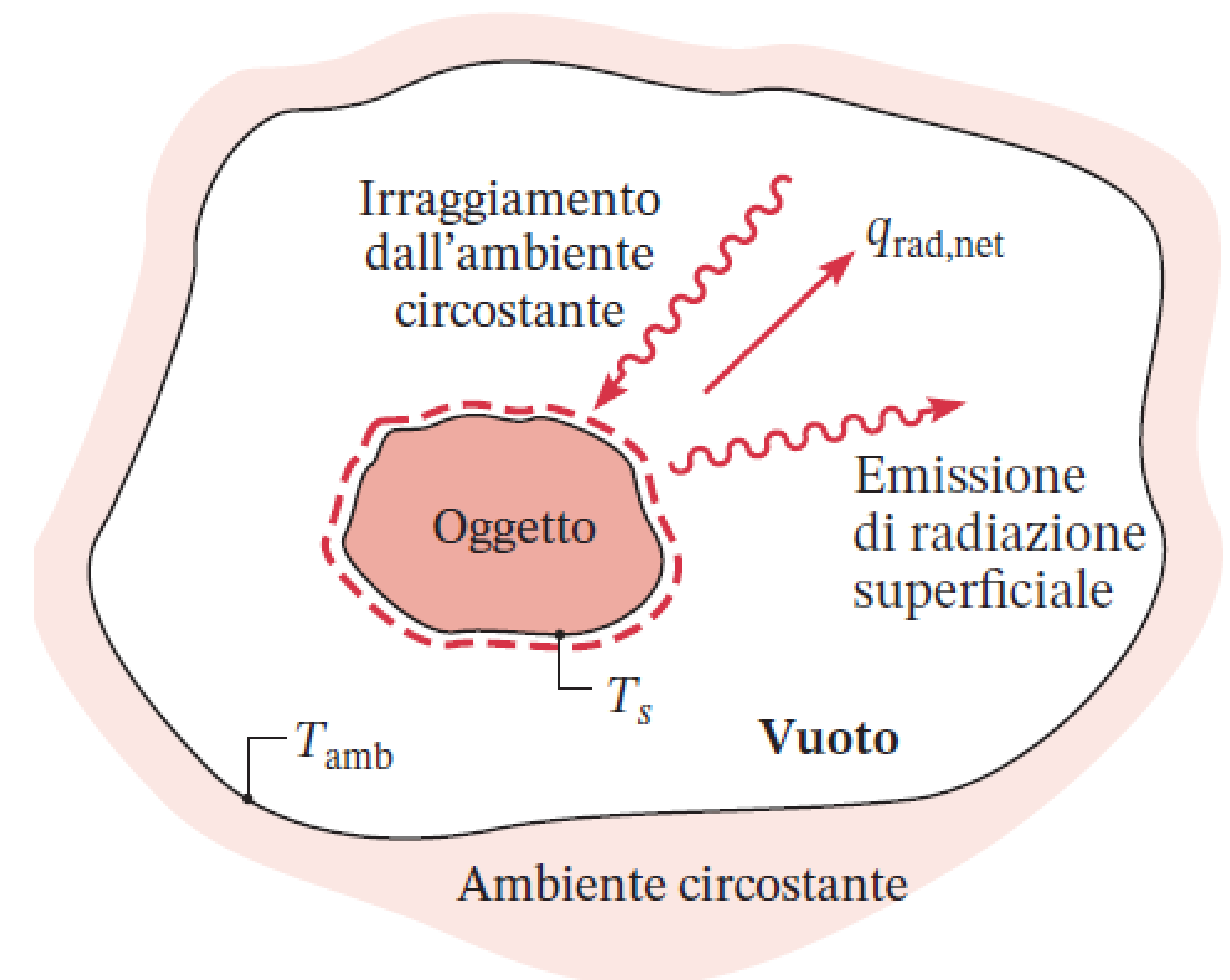
- Comprendere appieno i fondamenti della radiazione termica
- Sviluppare una metodologia per eseguire bilanci energetici su una superficie con proprietà selettive
- Sviluppare relazioni che consentano di calcolare lo scambio termico radiativo tra superfici (comprese cavità)

Sommario

- Concetti fondamentali
- Quantità e processi legati alla radiazione
- Radiazione di corpo nero
- Proprietà radiative delle superfici reali
- Fattore di vista
- Scambio per irraggiamento tra corpi neri
- Scambio per irraggiamento tra superfici grigie e diffuse in una cavità

Concetti fondamentali

- Si associa la **radiazione termica** con la potenza emessa da un corpo a causa della sua temperatura.
- Il meccanismo di **emissione** è legato all'energia presente nelle oscillazioni e nelle transizioni degli elettroni che compongono la materia

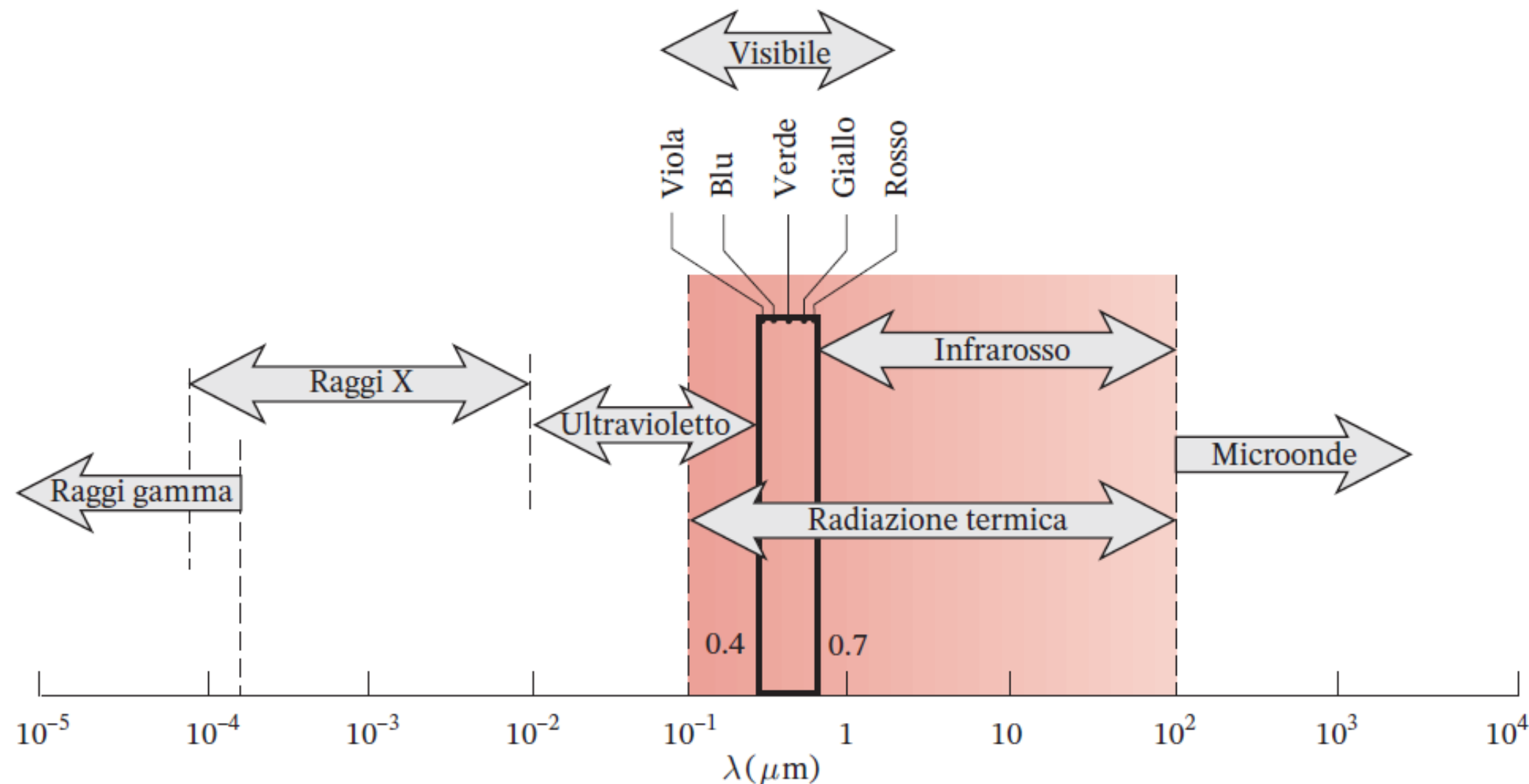


Concetti fondamentali

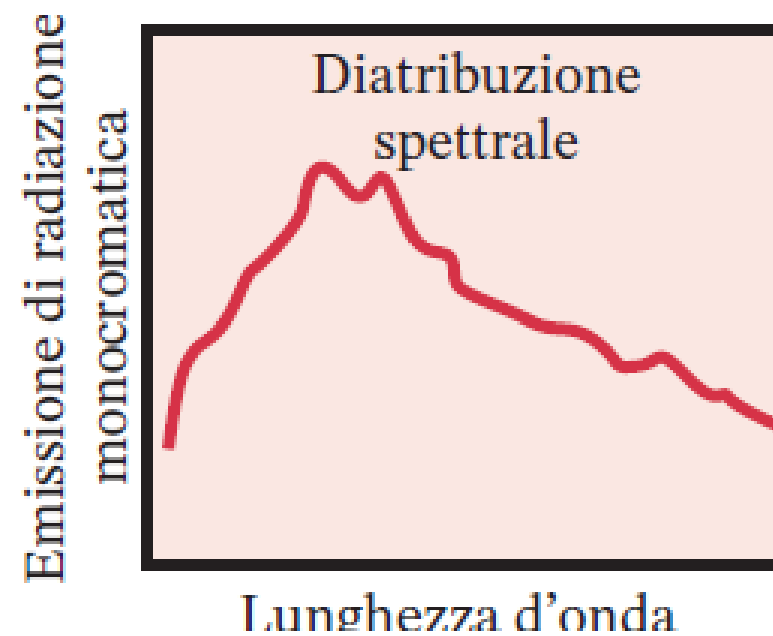
- Si attribuiscono alla **radiazione termica** le caratteristiche tipiche di un'onda, come la **frequenza** ν e la **lunghezza d'onda** λ .
- Per un'onda le due proprietà sono legate da $\lambda = c/\nu$, dove c è la velocità della luce nel mezzo (nel vuoto $c_0 = 2.998 \times 10^8$ m/s).
- L'unità di misura della lunghezza d'onda è solitamente il micrometro (μm)

Radiazione termica

- Radiazione della zona intermedia dello spettro elettromagnetico
- $0.1 < \lambda < 100 \mu\text{m}$
- Include una parte dei raggi UV, tutta la radiazione visibile e gli infrarossi (IR).

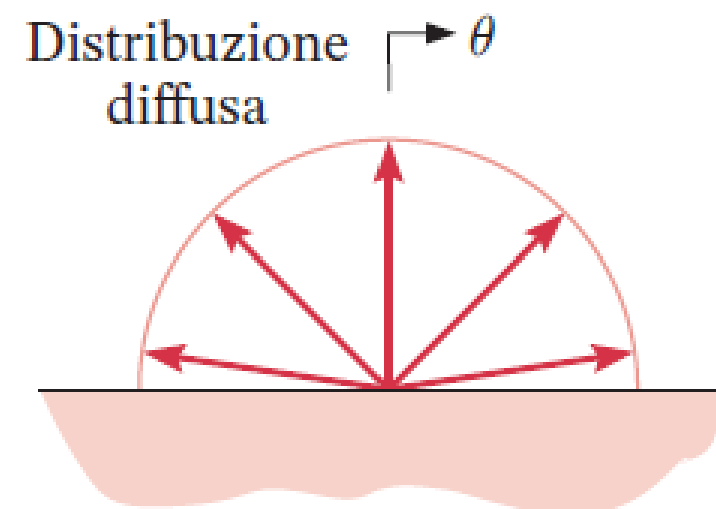


Concetti fondamentali



L'intensità della radiazione varia con la lunghezza d'onda e si usa il termine **spettrale** per riferirsi a questa dipendenza.

La **distribuzione spettrale** dell'intensità della radiazione dipende dalla natura e dalla temperatura della superficie emittente.



La superficie è detta **emettitore diffuso** quando si ha una **distribuzione direzionale** della radiazione emessa **uniforme** in tutte le direzioni

Quantità e processi legati alla radiazione

Generalità

- Tre quantità: **potere emissivo**, **irradianza** e **radiosità**.
- Si ipotizza che la radiazione sia **diffusa** (ipotesi ragionevole per la maggior parte delle applicazioni ingegneristiche)
- Distinzione fra quantità spettrali (o monocromatiche) e totali.

Quantità e processi legati alla radiazione

Potere emissivo

Potere emissivo: potenza emessa sotto forma di radiazione per unità di superficie:

- **Potere emissivo spettrale** E_λ ($\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \mu\text{m})$): potenza emessa alla lunghezza d'onda λ nello spazio in tutte le direzioni nella calotta emisferica, per unità di superficie e per unità di intervallo di lunghezza d'onda $d\lambda$ attorno a λ
- **Potere emissivo totale** E (W/m^2): potenza alla quale viene emessa la radiazione per unità di superficie in tutte le direzioni e a tutte le lunghezze d'onda

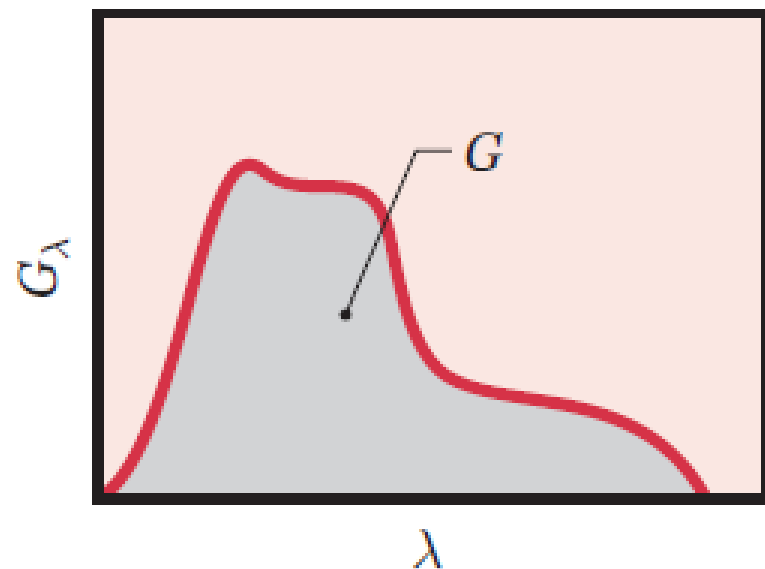
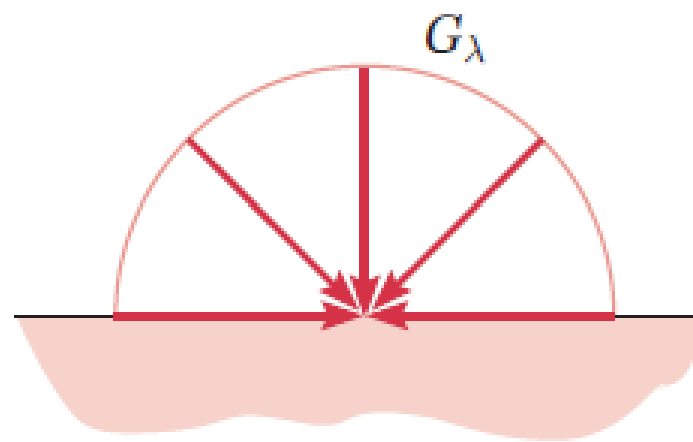
$$E = \int_0^\infty E_\lambda(\lambda) d\lambda$$

Quantità e processi legati alla radiazione

Irradianza

Irradianza: radiazione incidente proveniente da tutte le direzioni:

- **Irradianza spettrale** G_λ ($\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \mu\text{m})$): potenza della radiazione di lunghezza d'onda λ incidente da tutte le direzioni su una superficie, per unità di area della superficie e per unità di intervallo di lunghezza d'onda $d\lambda$ attorno a λ .
- **Irradianza totale** G (W/m^2): potenza della radiazione incidente da tutte le direzioni per unità di area e a tutte le lunghezze d'onda

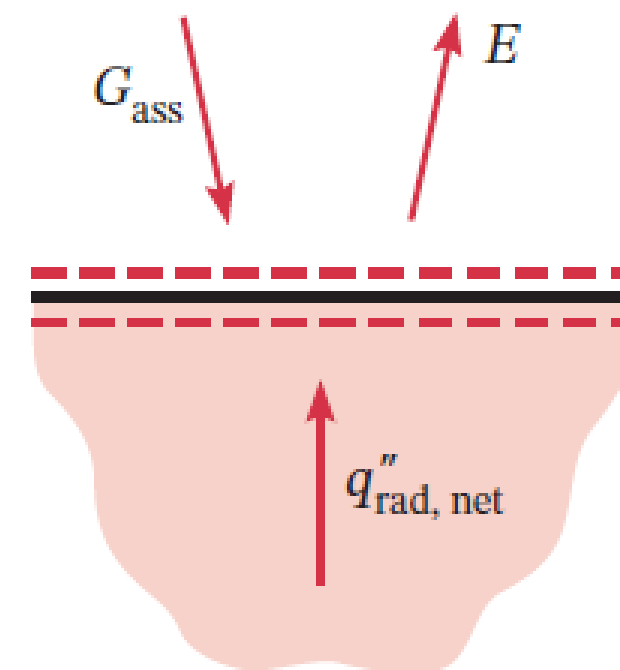
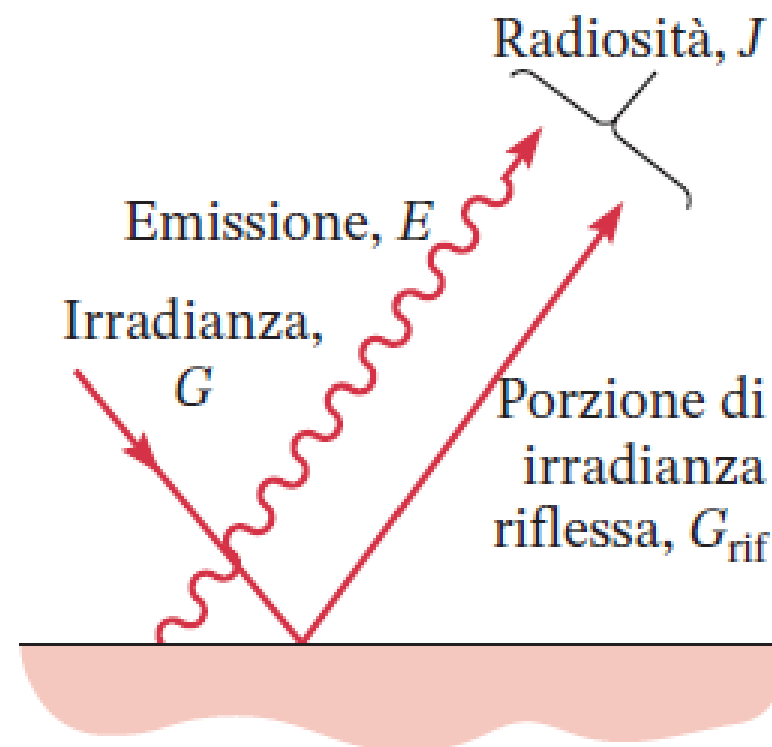


$$G = \int_0^\infty G_\lambda(\lambda) d\lambda$$

Quantità e processi legati alla radiazione

Radiosità

- Il terzo flusso radiante di interesse, detto **radiosità**, rappresenta l'energia radiante che lascia una superficie.
- Poiché questa radiazione include **la parte riflessa dell'irradianza**, come pure quella **emessa direttamente**, la **radiosità** è generalmente diversa dal **potere emissivo**.



Quantità e processi legati alla radiazione

Radiosità

Radiosità spettrale J_λ ($\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \mu\text{m})$): potenza della radiazione di lunghezza d'onda λ che lascia un'unità di area superficiale per unità di intervallo di lunghezza d'onda $d\lambda$ attorno a λ :

$$J_\lambda = E_\lambda + G_{\lambda, \text{rif}}$$

Radiosità totale J (W/m^2) associata a tutto lo spettro:

$$J = \int_0^\infty J_\lambda d\lambda = \int_0^\infty (E_\lambda + G_{\lambda, \text{rif}}) d\lambda$$

$$J = E + G_{\text{rif}}$$

Quantità e processi legati alla radiazione

Bilancio energetico superficiale con processi di radiazione

Bilancio energetico superficiale $q''_{rad,net} = E - G_{ass}$

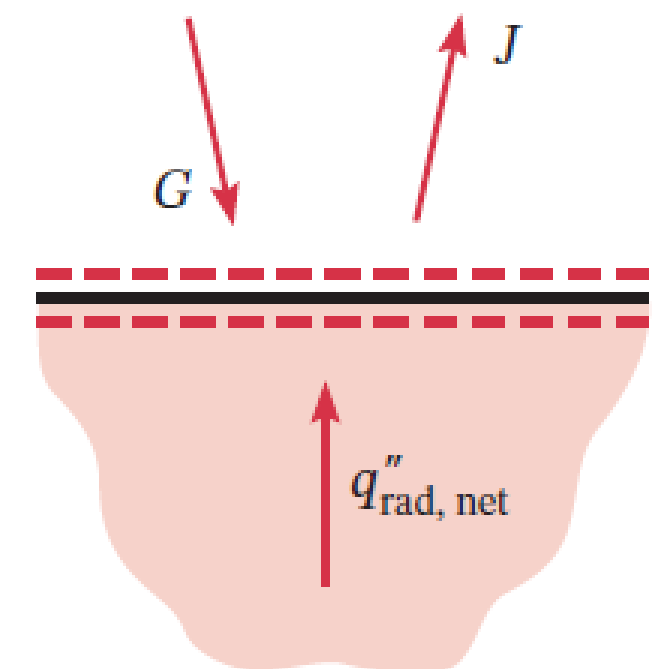
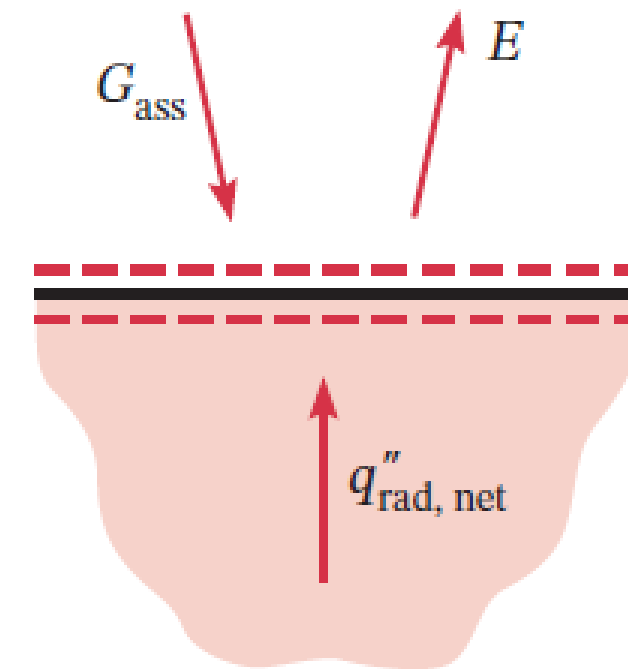
$q''_{rad,net}$ = flusso radiativo netto che lascia la superficie

E = potere emissivo totale della superficie

$G_{ass} = G - G_{rif} =$ parte assorbita dell'irradianza totale G

J = radiosità

$$q''_{rad,net} = E - G_{ass} = E + G_{rif} - G = J - G$$



Radiazione di corpo nero

Un **corpo nero** è una **superficie ideale** avente le seguenti proprietà:

1. **Asorbe tutta la radiazione incidente**, indipendentemente dalla sua lunghezza d'onda e dalla sua direzione
2. Per una determinata temperatura e lunghezza d'onda, **nessuna superficie può emettere più energia** di un corpo nero
3. **Emettitore diffuso**: radiazione emessa è indipendente dalla direzione

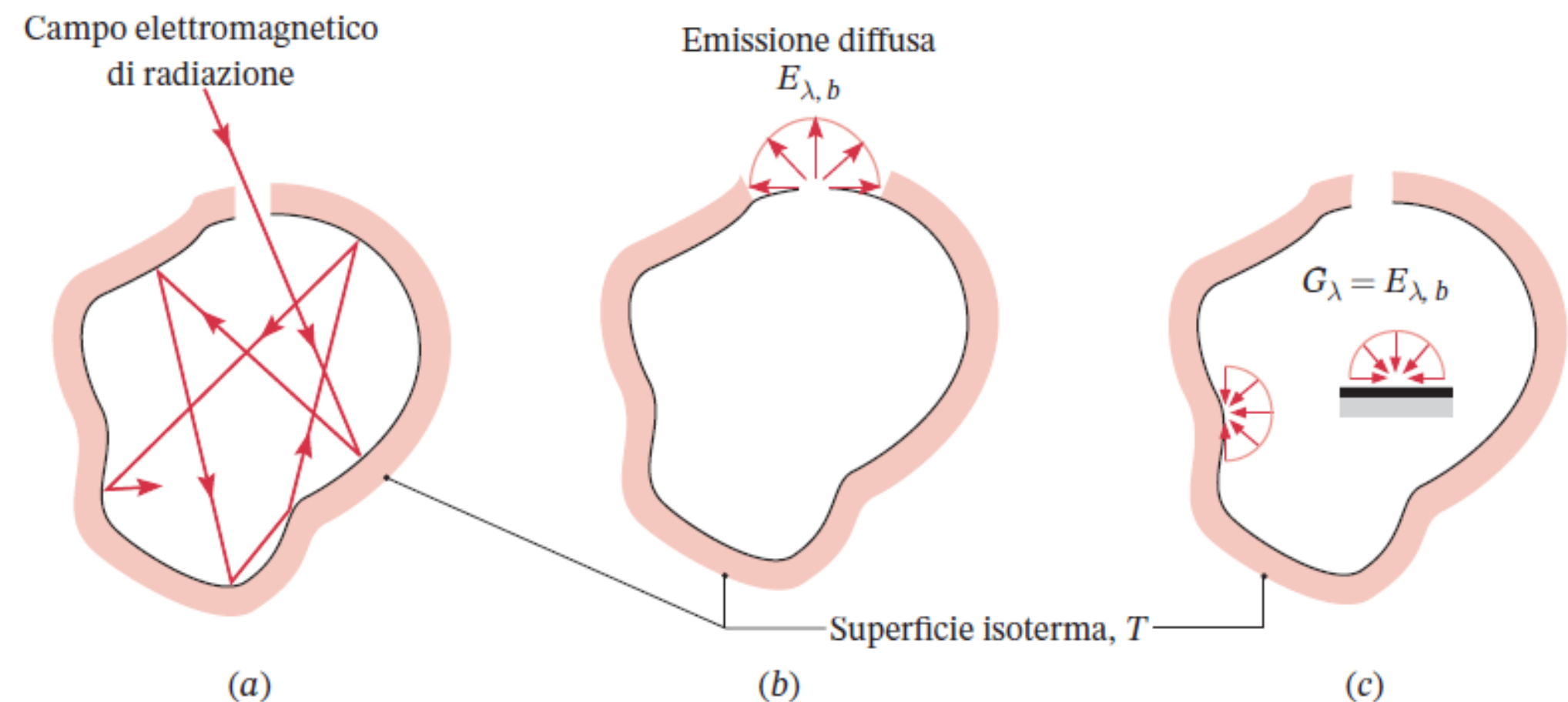
Essendo **assorbitore perfetto** ed **emettitore diffuso**, il corpo nero funge da riferimento rispetto al quale vengono confrontate le proprietà radiative delle superfici reali.

Radiazione di corpo nero

La più vicina approssimazione ad un corpo nero è una piccola apertura di una cavità, la cui superficie interna è ad una temperatura uniforme
L'apertura in questa cavità isoterma ha le seguenti caratteristiche:

- **Assorbimento completo**
- **Emissione del corpo nero** (diffusa e potere emissivo spettrale del corpo nero $E_{\lambda,n}$)
- **Irraggiamento del corpo nero su superfici interne**

$$G_{\lambda}(\lambda, T) = E_{\lambda,n}(\lambda, T)$$



Radiazione di corpo nero

Distribuzione di Planck

Distribuzione spettrale dell'emissione di un corpo nero è stata determinata da Planck

$$E_{\lambda,n}(\lambda, T) = \frac{C_1}{\lambda^5 \left[\exp \left(\frac{C_2}{\lambda \cdot T} \right) - 1 \right]}$$

ove

$$C_1 = 2\pi h c_0^2 = 3.742 \times 10^8 \text{ W } \mu\text{m}^4/\text{m}^2$$

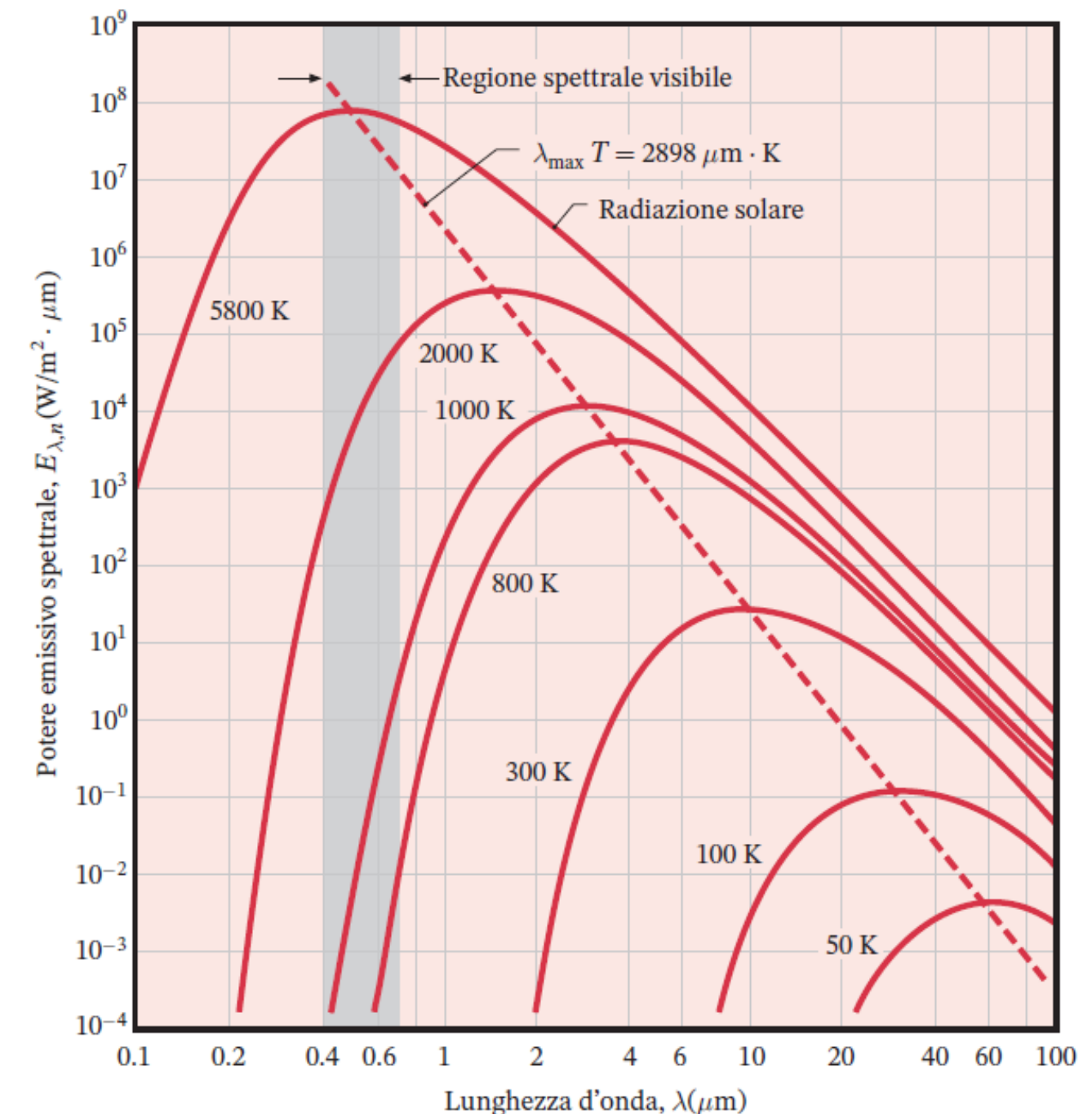
$$C_2 = (h c_0 / k) = 1.439 \times 10^4 \text{ } \mu\text{m K}$$

T temperatura assoluta

h costante di Planck

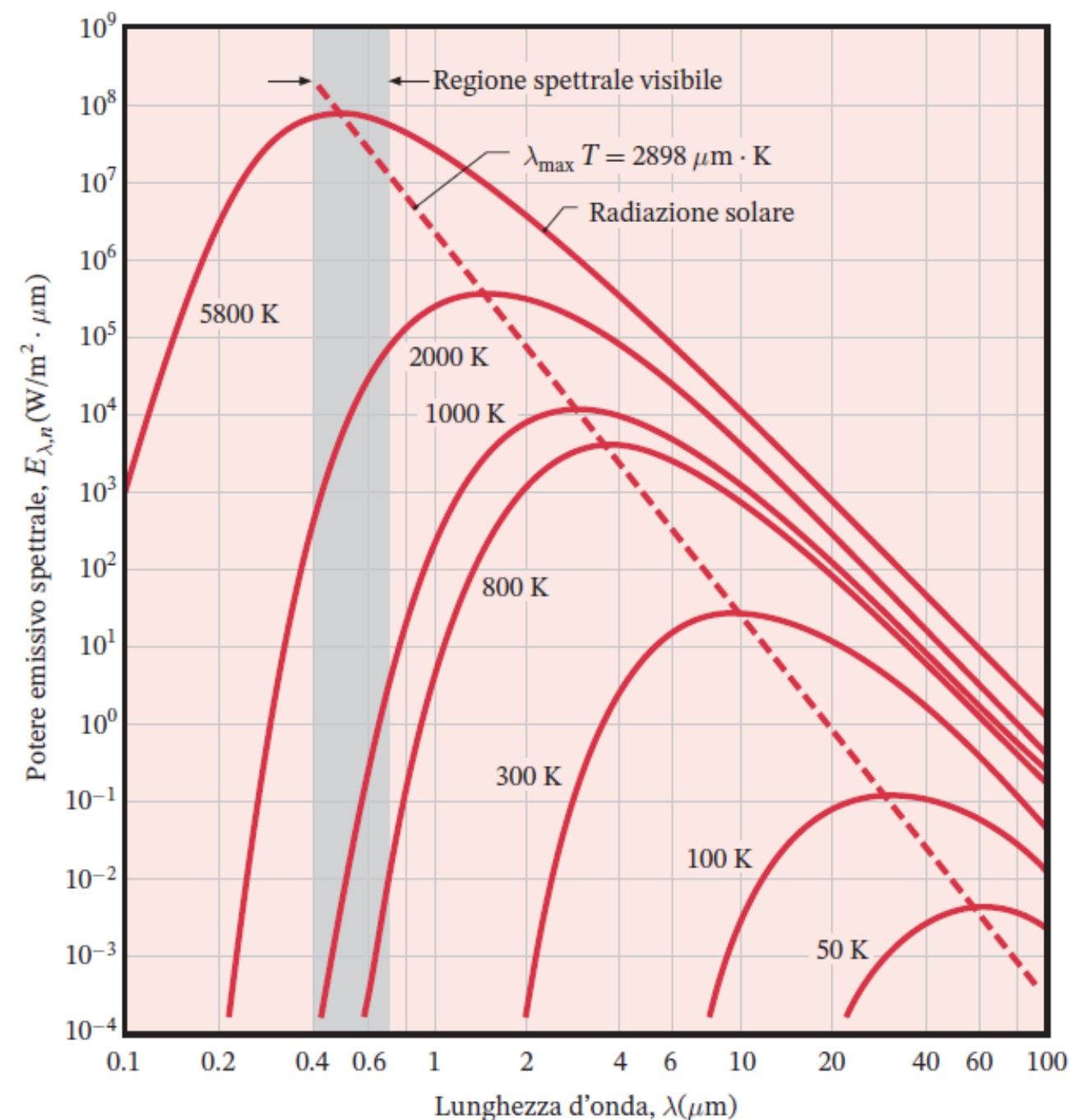
k costante di Boltzmann

c_0 velocità della luce nel vuoto



Radiazione di corpo nero

Distribuzione di Planck



- La radiazione emessa varia con continuità con la lunghezza d'onda
- Per ogni lunghezza d'onda l'entità della radiazione emessa aumenta con la temperatura
- La regione spettrale in cui si concentra la radiazione dipende dalla temperatura
- Una frazione significativa della radiazione emessa dal sole, che può essere approssimata da quella di un corpo nero a 5800 K, si trova nella regione visibile dello spettro.
- Viceversa, per $T \leq 800\text{K}$, l'emissione avviene in modo predominante nella regione dell'infrarosso dello spettro, e pertanto non è visibile ad occhio nudo.

Radiazione di corpo nero

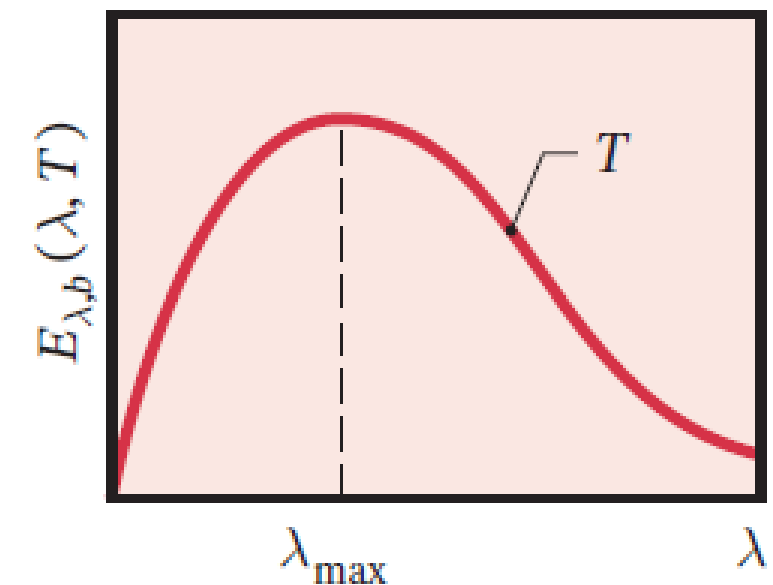
Legge dello spostamento di Wien

La distribuzione spettrale di un corpo nero ha un massimo e che la corrispondente lunghezza d'onda $\lambda_{\max}$ dipende dalla temperatura

Legge dello spostamento di Wien $\lambda_{\max} T = C_3 = 2897.8 \mu\text{m K}$

Il massimo potere emissivo spettrale si sposta verso lunghezze d'onda inferiori con l'aumento della temperatura.

Per la radiazione solare, l'emissione massima è al centro dello spettro visibile ($\lambda = 0.50 \mu\text{m}$), dato che il sole emette approssimativamente come un corpo nero a 5800 K.



Radiazione di corpo nero

Legge di Stefan-Boltzmann

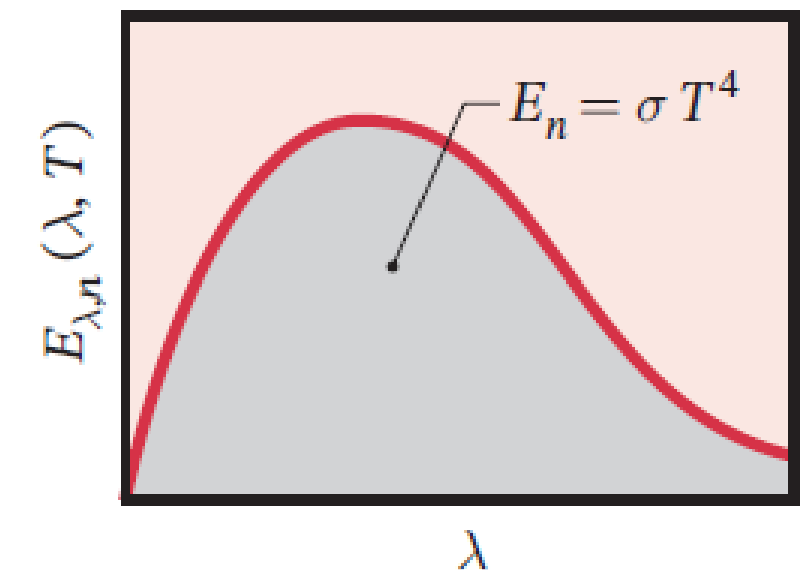
Il risultato ottenuto dall'operazione di integrazione della distribuzione di Planck si chiama **legge di Stefan-Boltzmann**

$$E_n(T) = \int_0^{\infty} E_{\lambda,n}(\lambda, T) d\lambda = \int_0^{\infty} \frac{C_1}{\lambda^5 \cdot \left[\exp\left(\frac{C_2}{\lambda \cdot T}\right) - 1 \right]} d\lambda$$

$$E_n(T) = \sigma T^4$$

$$\sigma = 5.670 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K}^4) \text{ costante di Stefan-Boltzmann}$$

Questa legge consente di calcolare il potere emissivo totale di corpo nero conoscendone la temperatura



Radiazione di corpo nero

Ludwig Boltzmann



Ludwig Eduard Boltzmann (Vienna, 20 febbraio 1844 – Duino, 5 settembre 1906) è stato un fisico, matematico e filosofo austriaco.

È stato uno dei più grandi fisici teorici di tutti i tempi. La sua fama è dovuta alle ricerche in termodinamica e meccanica statistica, ad esempio, l'equazione fondamentale della teoria cinetica dei gas e il secondo principio della termodinamica. Diede importanti contributi anche in meccanica, elettromagnetismo, matematica e filosofia.

Proprietà radiative delle superfici reali

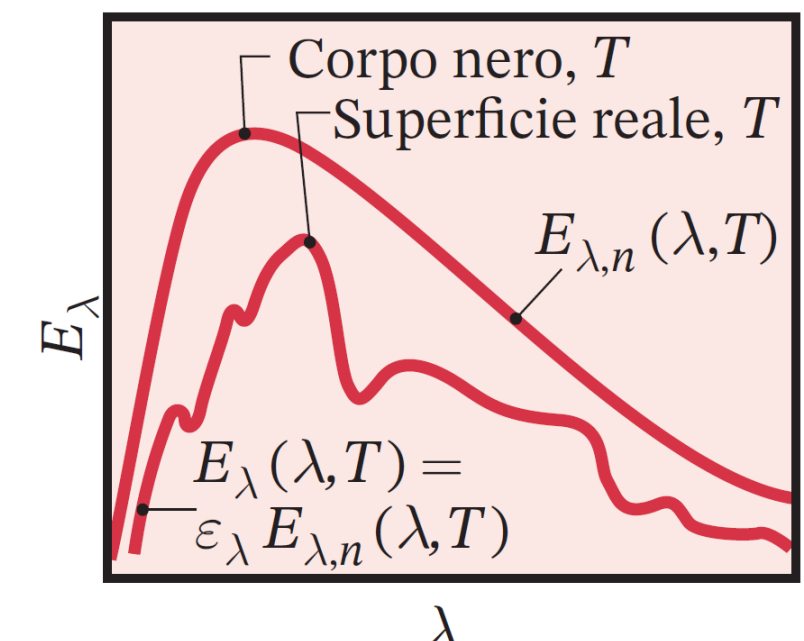
Emissione superficiale: emissività

Emissività spettrale: rapporto tra il potere emissivo spettrale di una superficie e quello di un corpo nero alla stessa temperatura e alla stessa lunghezza d'onda

$$\varepsilon_{\lambda}(\lambda, T) = \frac{E_{\lambda}(\lambda, T)}{E_{\lambda,n}(\lambda, T)}$$

Emissività totale: rapporto tra il potere emissivo totale di una superficie e quello di un corpo nero alla stessa temperatura

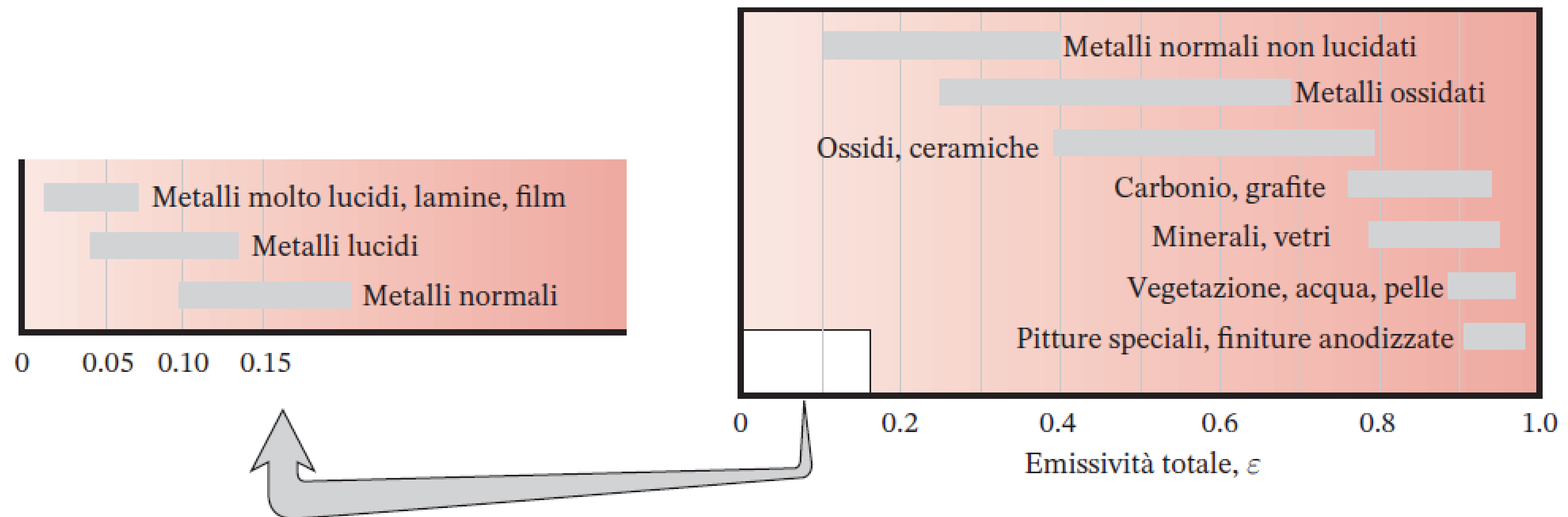
$$\varepsilon(T) = \frac{E(T)}{E_n(T)} = \frac{\int_0^{\infty} E_{\lambda}(\lambda, T) d\lambda}{E_n(T)} = \frac{\int_0^{\infty} \varepsilon_{\lambda}(\lambda, T) E_{\lambda,n}(\lambda, T) d\lambda}{E_n(T)}$$



Proprietà radiative delle superfici reali

Emissione superficiale: emissività

Valori tipici dell'emissività totale per alcune classi di materiali



Proprietà radiative delle superfici reali

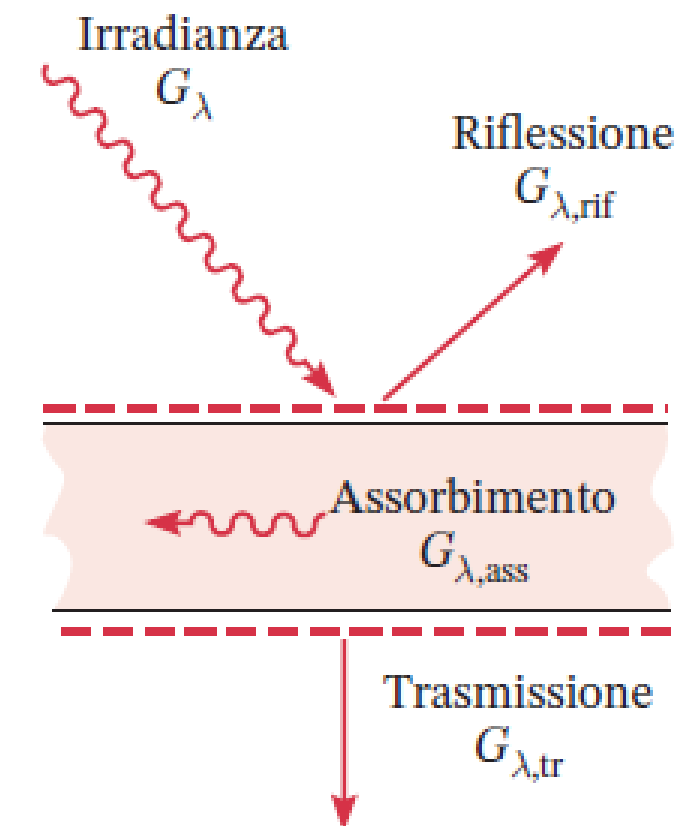
Irradiazione: coefficienti di assorbimento, riflessione e trasmissione

Si considera la ricezione della tale radiazione da parte di un mezzo semitrasparente. In questa situazione generale, porzioni della radiazione spettrale possono essere riflesse (rif) e/o assorbite (ass) e/o trasmesse (tr).

$$G_{\lambda} = G_{\lambda,rif} + G_{\lambda,ass} + G_{\lambda,tr}$$

Per un **mezzo opaco**, la radiazione spettrale è sia assorbita sia riflessa dalla superficie, da cui:

$$G_{\lambda,tr} = 0$$



Proprietà radiative delle superfici reali

Coefficiente di assorbimento

Coefficiente di assorbimento: frazione di irradianza incidente che viene assorbita.

- Coefficiente di assorbimento spettrale:

$$\alpha_{\lambda}(\lambda) = \frac{G_{\lambda,ass}(\lambda)}{G_{\lambda}(\lambda)}$$

- Coefficiente di assorbimento totale:

$$\alpha = \frac{G_{ass}}{G} = \frac{\int_0^{\infty} \alpha_{\lambda}(\lambda) G_{\lambda}(\lambda) d\lambda}{\int_0^{\infty} G_{\lambda}(\lambda) d\lambda}$$

Proprietà radiative delle superfici reali

Coefficiente di assorbimento

- α dipende dalla distribuzione della radiazione incidente (G_λ) e dalla natura della superficie (α_λ);
- In generale, α_λ dipende poco dalla temperatura superficiale del mezzo
→ α può essere considerato indipendente dalla temperatura della superficie;
- L'emissività totale ε è invece fortemente dipendente dalla temperatura superficiale.

Proprietà radiative delle superfici reali

Coefficiente di riflessione

Coefficiente di riflessione: frazione della radiazione incidente che viene riflessa.

- Coefficiente di riflessione spettrale:

$$\rho_{\lambda}(\lambda) \equiv \frac{G_{\lambda, \text{rif}}(\lambda)}{G_{\lambda}(\lambda)}$$

- Coefficiente di riflessione totale:

$$\rho = \frac{G_{\text{rif}}}{G} = \frac{\int_0^{\infty} \rho_{\lambda}(\lambda) G_{\lambda}(\lambda) d\lambda}{\int_0^{\infty} G_{\lambda}(\lambda) d\lambda}$$

La riflessione da parte delle superfici può essere rappresentata come **diffusa** (superfici ruvide) o **speculare** (superfici lisce).

L'ipotesi di **superfici diffuse** è ragionevole per la maggior parte delle applicazioni ingegneristiche.

Proprietà radiative delle superfici reali

Coefficiente di trasmissione

Coefficiente di trasmissione: frazione della radiazione incidente che viene trasmessa attraverso un materiale semitrasparente.

- Coefficiente di trasmissione spettrale:

$$\tau_{\lambda}(\lambda) = \frac{G_{\lambda, \text{tr}}(\lambda)}{G_{\lambda}(\lambda)}$$

- Coefficiente di riflessione totale:

$$\tau = \frac{G_{\text{tr}}}{G} = \frac{\int_0^{\infty} \tau_{\lambda}(\lambda) G_{\lambda}(\lambda) d\lambda}{\int_0^{\infty} G_{\lambda}(\lambda) d\lambda}$$

Proprietà radiative delle superfici reali

Relazioni tra le proprietà radiative

Dal bilancio della radiazione:

$$G_{\lambda, rif} + G_{\lambda, ass} + G_{\lambda, tr} = G_{\lambda}$$

discende il bilancio spettrale:

$$\rho_{\lambda} + \alpha_{\lambda} + \tau_{\lambda} = 1$$

Sull'intero spettro:

$$\rho + \alpha + \tau = 1$$

Proprietà totali sull'intero spettro per mezzo opaco ($\tau_{\lambda} = \tau = 0$):

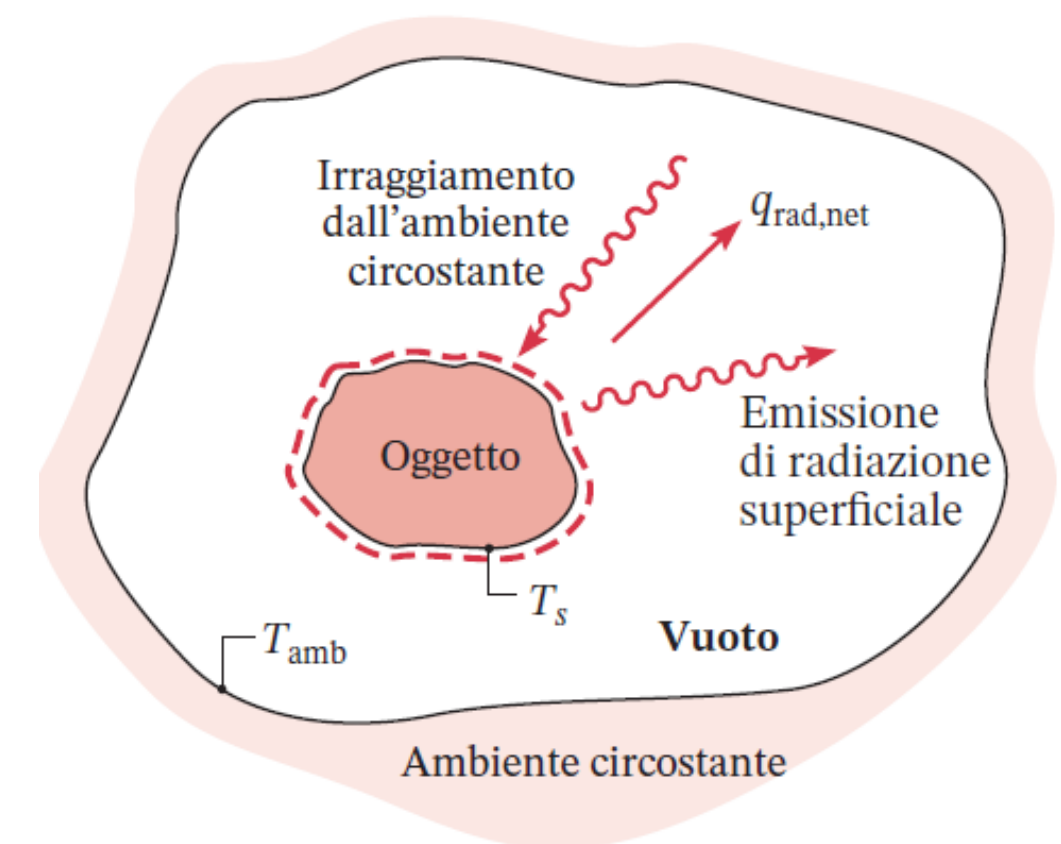
$$\rho_{\lambda} + \alpha_{\lambda} = 1$$

$$\rho + \alpha = 1$$

Proprietà radiative delle superfici reali

Proprietà di emissione e assorbimento - Legge di Kirchhoff

Si consideri un piccolo oggetto di area superficiale A , emissività totale ε , coefficiente di assorbimento totale α . Il corpo si trova all'interno in una grande cavità isoterma con cui esso è in condizione di equilibrio termico. Se l'oggetto è **sufficiente piccolo**, esso non interferisce con i fenomeni che permettono di approssimare la cavità come un corpo nero. Sotto queste condizioni l'irradianza incidente sulla superficie dell'oggetto è uguale al potere emissivo della cavità, che è a sua volta pari al potere emissivo di un corpo nero alla temperatura T



$$G = E_n(T) \quad (= \sigma T^4)$$

Essendo l'oggetto in equilibrio termico con la cavità

$$E = G_{ass}$$

$$\varepsilon E_n(T) = \alpha G = \alpha E_n(T)$$

$$\rightarrow \varepsilon = \alpha$$

Proprietà radiative delle superfici reali

Proprietà di emissione e assorbimento - Legge di Kichhoff

L'emissività totale di una superficie alla temperatura T è uguale al coefficiente di assorbimento totale per una radiazione proveniente da un corpo nero alla stessa temperatura (**legge di Kirchhoff**). Tale legge ha validità fino a quando l'ambiente in cui è inserito l'oggetto è simile a una cavità e la sua differenza di temperatura con l'oggetto non supera i 100 K. Ripetendo la dimostrazione precedente considerando le proprietà monocromatiche delle superfici, si ottiene la forma monocromatica della legge di Kirchhoff:

$$\varepsilon_{\lambda} = \alpha_{\lambda}$$

Tale legge è valida per **superfici diffuse** (irradianza diffusa), mentre per superfici in cui si ha un dipendenza direzionale delle proprietà radiative la legge deve essere ulteriormente generalizzata nella forma direzionale monocromatica.

Per una superficie opaca e diffusa ($\rho_{\lambda} + \alpha_{\lambda} = 1$) è sufficiente conoscere una proprietà tra ε_{λ} , α_{λ} e ρ_{λ} per ricavare le altre due, se è valida la legge di Kirchhoff.

Proprietà radiative delle superfici reali

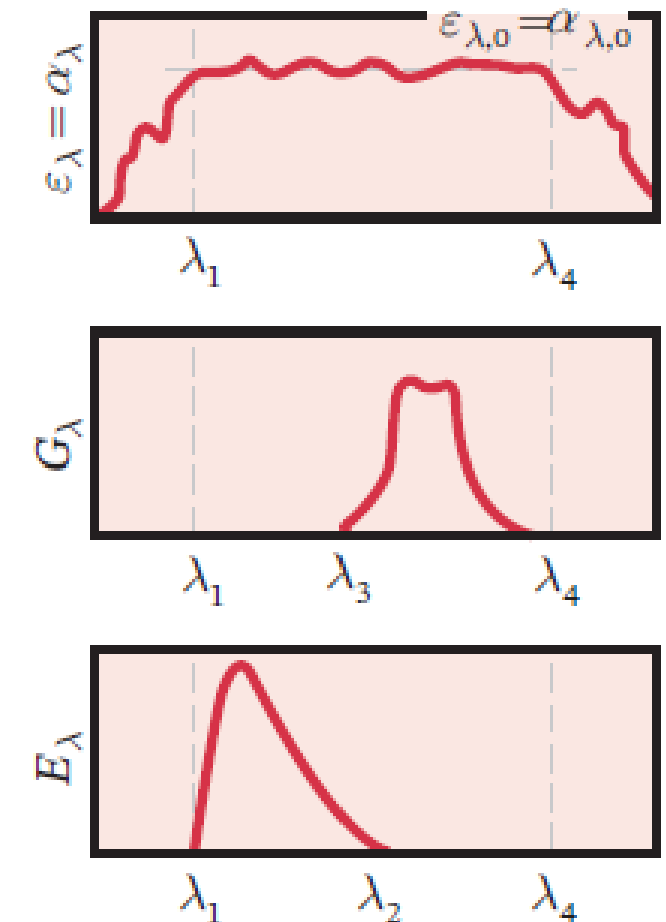
Proprietà di emissione e assorbimento - Legge di Kichhoff

Nel caso di superficie diffusa, si considerano ora ulteriori condizioni che devono essere soddisfatte per garantire l'uguaglianza tra le proprietà totali. L'uguaglianza $\varepsilon = \alpha$ (emissività totale = coefficiente di assorbimento totale) si applica se:

$$\varepsilon = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda(\lambda, T) E_{\lambda,n}(\lambda, T) d\lambda}{E_n(T)} \stackrel{?}{=} \frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda(\lambda) G_\lambda(\lambda) d\lambda}{G} = \alpha$$

Con $\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda$ discende che $\varepsilon = \alpha$ se vale almeno una delle seguenti condizioni:

- l'irradianza incidente corrisponde all'emissione di un corpo nero alla temperatura superficiale T , ossia $G_\lambda(\lambda) = E_{\lambda,n}(\lambda, T)$ (e quindi $G = E_n(T)$)
- la superficie è **grigia**, ovvero α_λ e ε_λ sono indipendenti da λ , ottenendo $\varepsilon = \underbrace{\varepsilon_\lambda \cdot 1 = \alpha_\lambda \cdot 1}_{\text{cost.}} = \alpha$



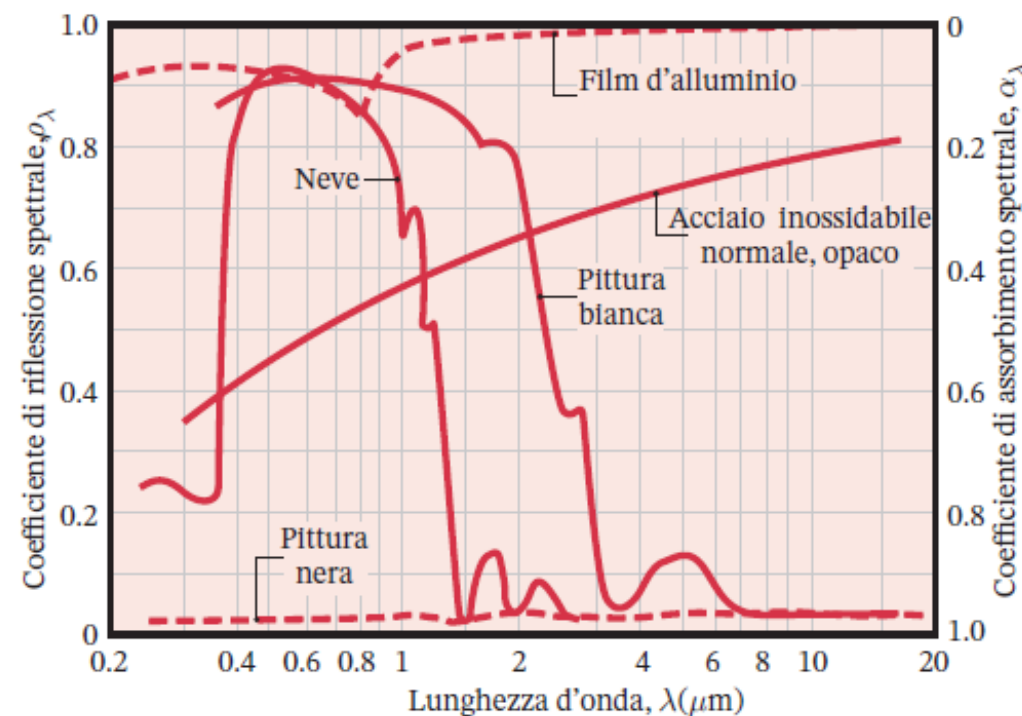
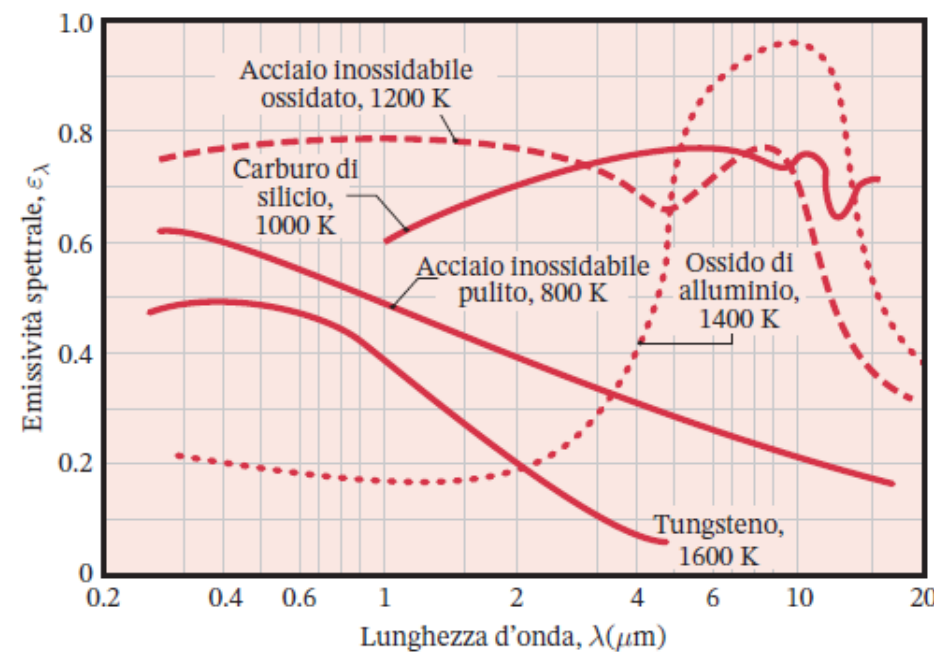
Proprietà radiative delle superfici reali

Superfici (diffuse) grigie e selettive

Nel caso generico (superfici e/o processi di radiazione diffusi):

$$\varepsilon_{\lambda} = \alpha_{\lambda}$$

- $\varepsilon = \alpha$: vale quando una qualsiasi superficie è in equilibrio termico con l'ambiente circostante; oppure la superficie è **grigia** (ε_{λ} e α_{λ} indipendenti da λ)
- $\varepsilon \neq \alpha$: i valori di ε e di α vengono determinati separatamente dalle distribuzioni spettrali dell'emissione e dell'irradiazione. Questa superficie è detta **selettiva** (ε_{λ} e α_{λ} dipendenti da λ)

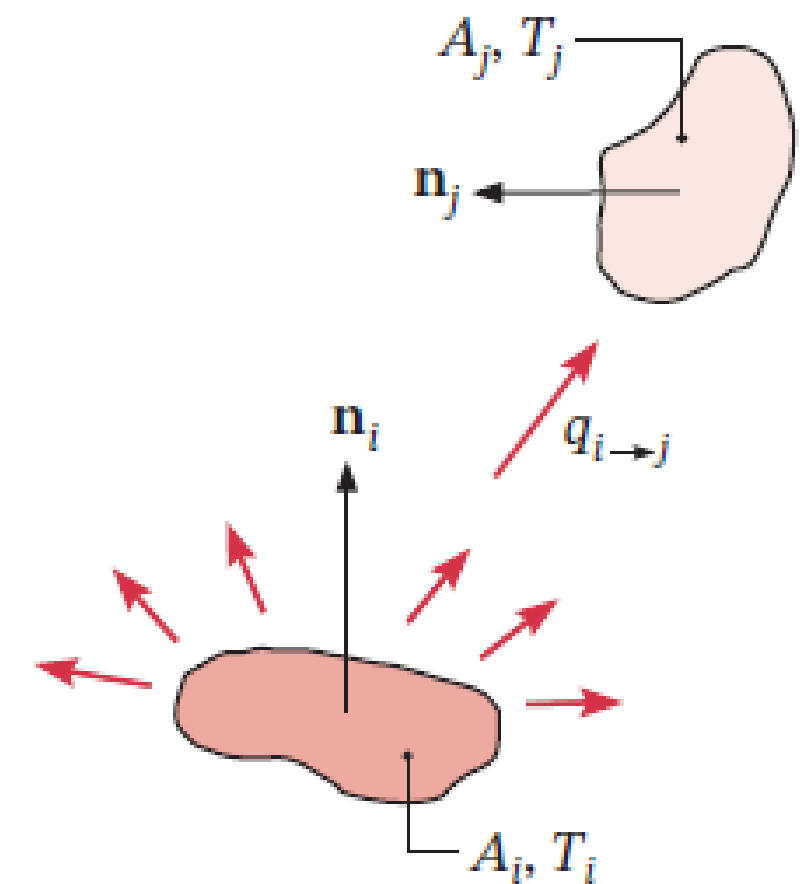


Fattore di vista

Il **fattore di vista**, o fattore di forma, F_{ij} tiene conto delle caratteristiche geometriche nello scambio termico per irraggiamento tra due superfici ed è definito come la frazione della radiazione che lascia la superficie i che viene intercettata dalla superficie j . Considerando un'orientazione arbitraria delle superfici A_i e A_j

$$F_{ij} = \frac{\dot{Q}_{i \rightarrow j}}{A_i J_i}$$

$\dot{Q}_{i \rightarrow j}$ flusso radiativo che, lasciando A_i , viene intercettato da A_j
 J_i radiosità della superficie A_i (flusso radiativo che lascia A_i in tutte le direzioni)

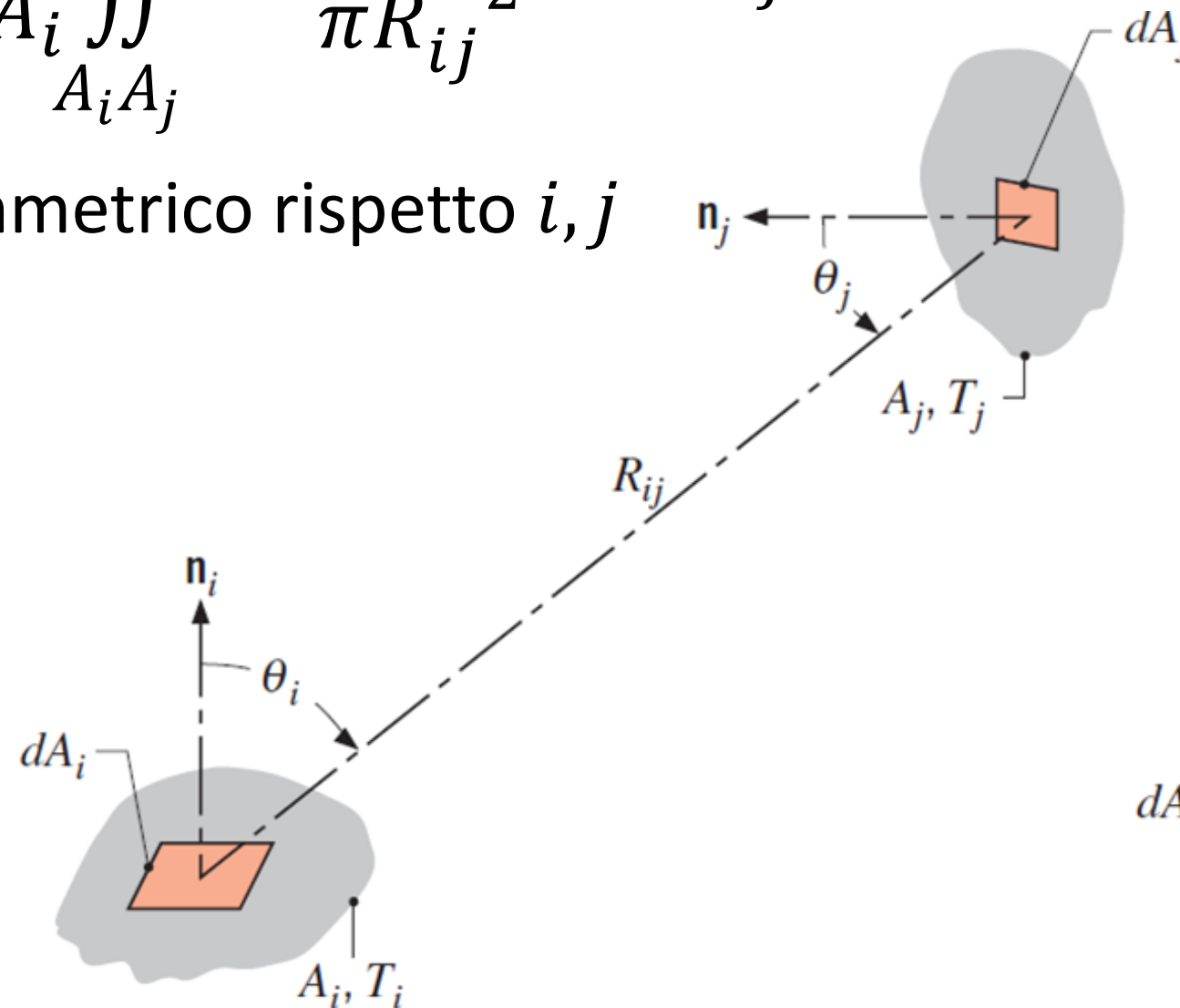


Fattore di vista

Espressione analitica del **fattore di vista**:

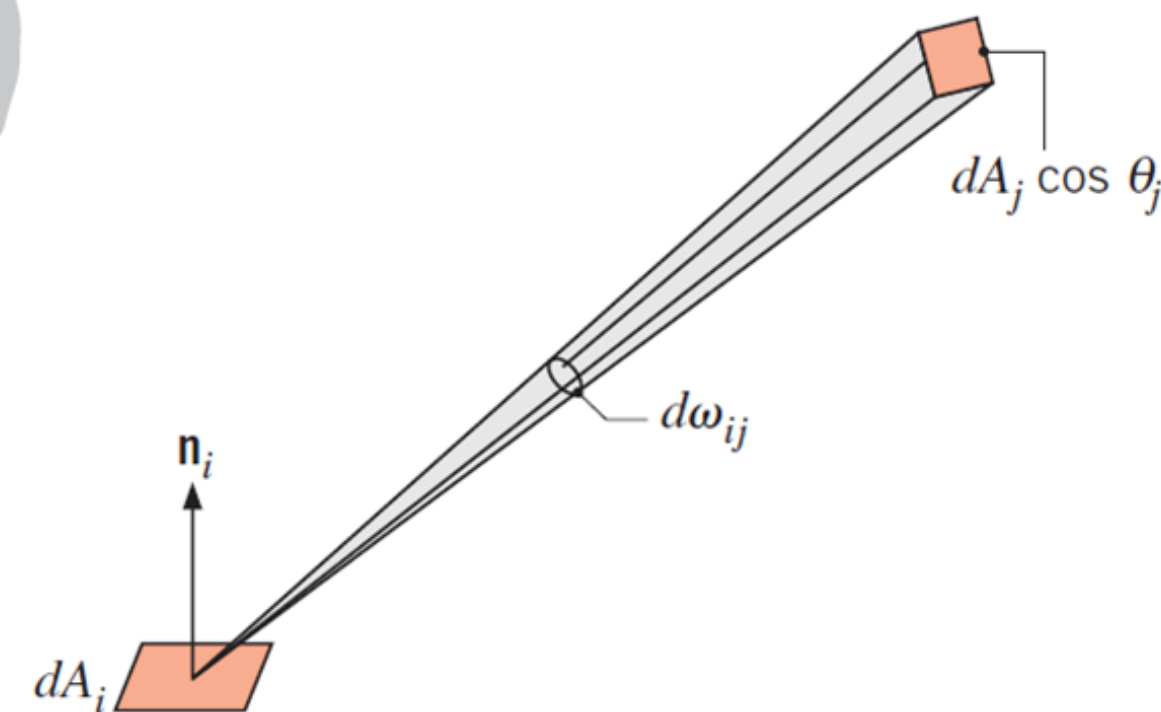
$$F_{ij} = \frac{1}{A_i} \iint_{A_i A_j} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi R_{ij}^2} dA_j dA_i$$

$F_{ij} \cdot A_i$ simmetrico rispetto i, j



Angolo solido (emisfera= 2π):

$$d\omega_{ij} = \frac{\cos \theta_j dA_j}{R_{ij}^2}$$



Fattore di vista

Si presume che le superfici siano isoterme, diffuse e che abbiano una radiosità uniforme. Si possono considerare due relazioni importanti che coinvolgono i fattori di vista.

Dalla definizione geometrica si ottiene:

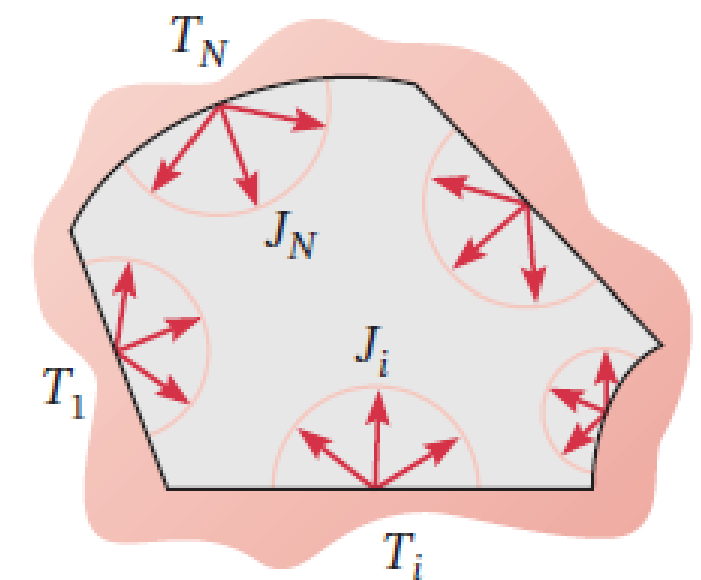
$$A_i F_{ij} = A_j F_{ji}$$

Questa espressione, definita **relazione di reciprocità**, è utile per determinare un fattore di vista a partire dalla conoscenza degli altri.

Fattore di vista

Per le superfici che formano una cavità, si può applicare a ciascuna delle N superfici nella cavità la **regola della somma**

$$\sum_{j=1}^N F_{ij} = \sum_{j=1}^N \frac{\dot{Q}_{i \rightarrow j}}{A_i J_i} = \frac{1}{A_i J_i} \sum_{j=1}^N \dot{Q}_{i \rightarrow j} = \frac{A_i J_i}{A_i J_i} = 1$$



Se la superficie è concava, vede parzialmente se stessa e F_{ii} è diverso da zero. Per un piano o una superficie convessa, $F_{ii} = 0$.

Fattore di vista

Per calcolare lo scambio termico radiativo in una cavità formata da N superfici, è quindi richiesta la conoscenza di N^2 fattori di vista.

Tale richiesta è più evidente arrangiando i fattori di vista in forma matriciale:

$$\begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & \dots & F_{1N} \\ F_{21} & F_{22} & \dots & F_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ F_{N1} & F_{N2} & \dots & F_{NN} \end{bmatrix}$$

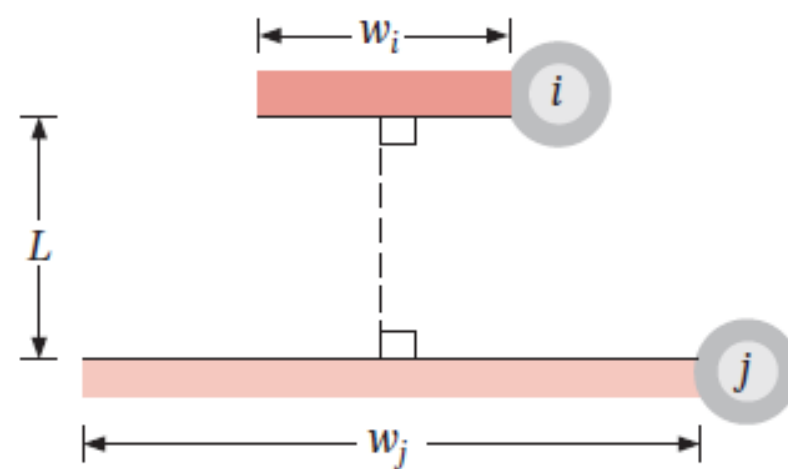
Tuttavia, non è necessario calcolare tutti i fattori di vista direttamente:

- N fattori di vista possono ottenersi dalla regola della somma
- Dei restanti $N(N-1)$ fattori di vista, l'applicazione della relazione di reciprocità consente di determinarne la metà: $N(N-1)/2$
- Pertanto è necessario determinare direttamente $N(N-1) - N(N-1)/2 = N(N-1)/2$ fattori di vista.
- Per esempio, per una cavità formata da **3** superfici, dei **9** fattori di vista sono da calcolarsi solo **3**

Fattore di vista

Ci sono diversi approcci per valutare i fattori di vista. In alcune situazioni, è possibile determinarli per via intuitiva, a volte è possibile conoscere la frazione di radiazione che lascia A_i e che viene intercettata da A_j . Esistono anche soluzioni analitiche per F_{ij} che sono state ottenute per molte configurazioni di superfici comuni e sono disponibili sotto forma di equazioni, grafici e tabelle.

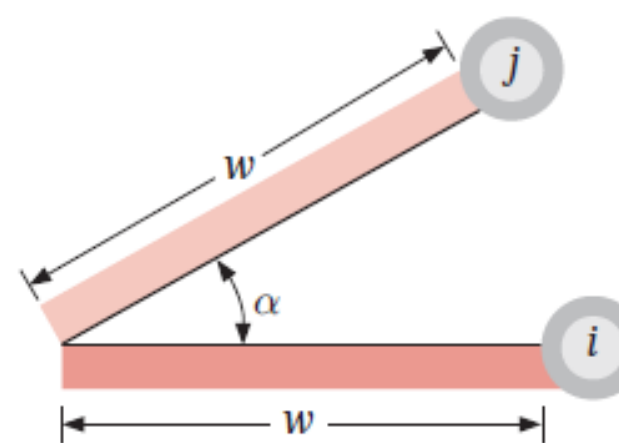
Piastre parallele con mezzeria connessa perpendicolarmente



$$F_{ij} = \frac{\left[(W_i + W_j)^2 + 4 \right]^{1/2} - \left[(W_j + W_i)^2 + 4 \right]^{1/2}}{2W_i}$$

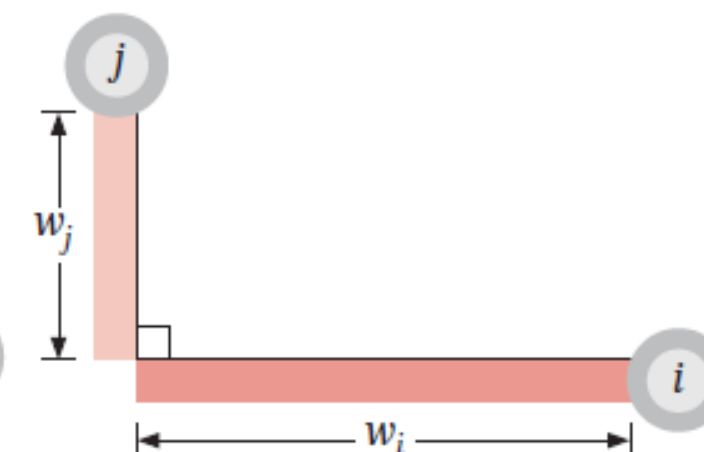
$$W_i = w_i/L, W_j = w_j/L \quad (19.39)$$

Piastre inclinate parallele di uguale larghezza con un angolo in comune



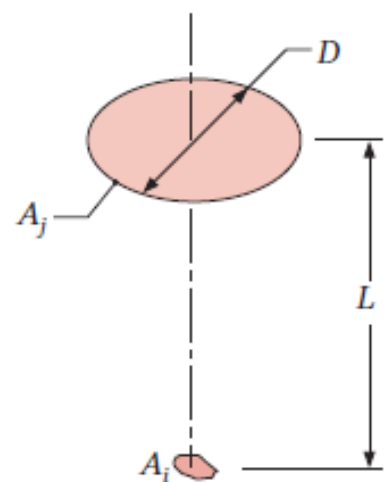
$$F_{ij} = 1 - \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \quad (19.40)$$

Piastre perpendicolari con un angolo in comune



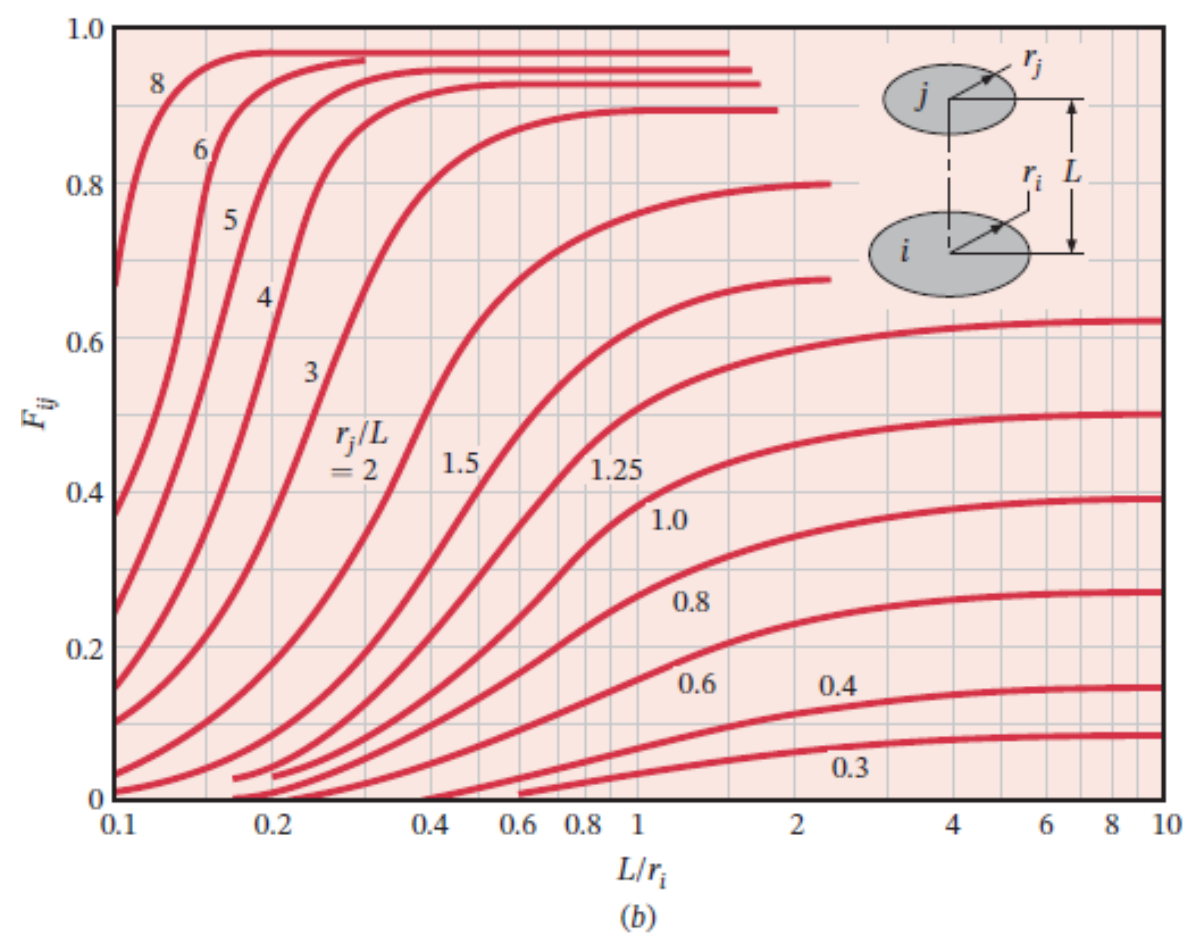
$$F_{ij} = \frac{1 + (w_j/w_i) - \left[1 + (w_j/w_i)^2 \right]^{1/2}}{2} \quad (19.41)$$

Fattore di vista



(a)

$$F_{ij} = \frac{D^2}{D^2 + 4L^2} \quad (A_i \ll A_j)$$



$$F_{ij} = \frac{1}{2} \{ S - [S^2 - 4(r_j/r_i)^2]^{1/2} \}$$

$$S = 1 + \frac{1 + R_j^2}{R_i^2}$$

$$R_i = r_i/L, R_j = r_j/L$$

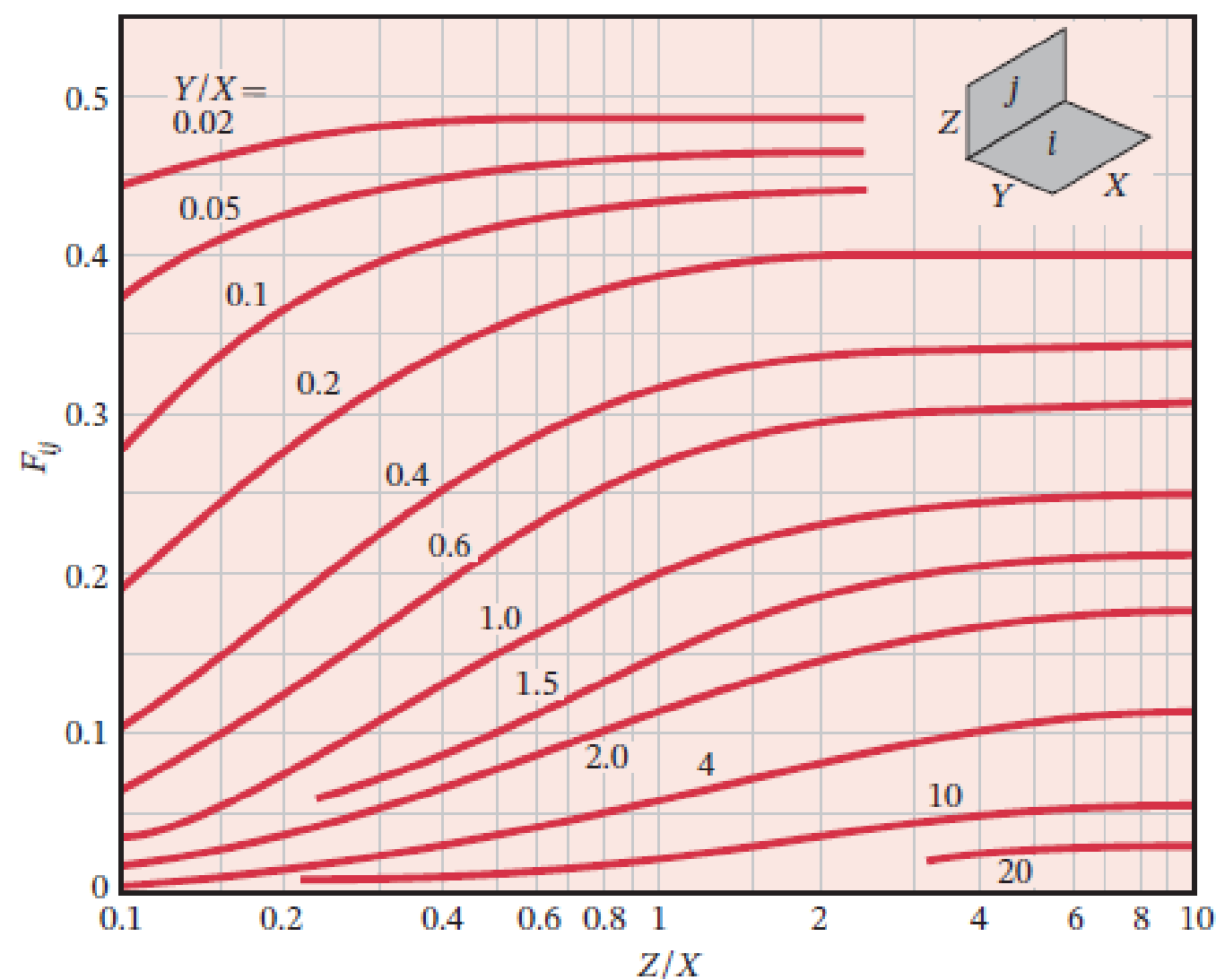
Fattori di vista per geometrie tridimensionali:
(a) piccola superficie parallela a un disco e coassiale a esso
(b) dischi coassiali paralleli

Fattore di vista

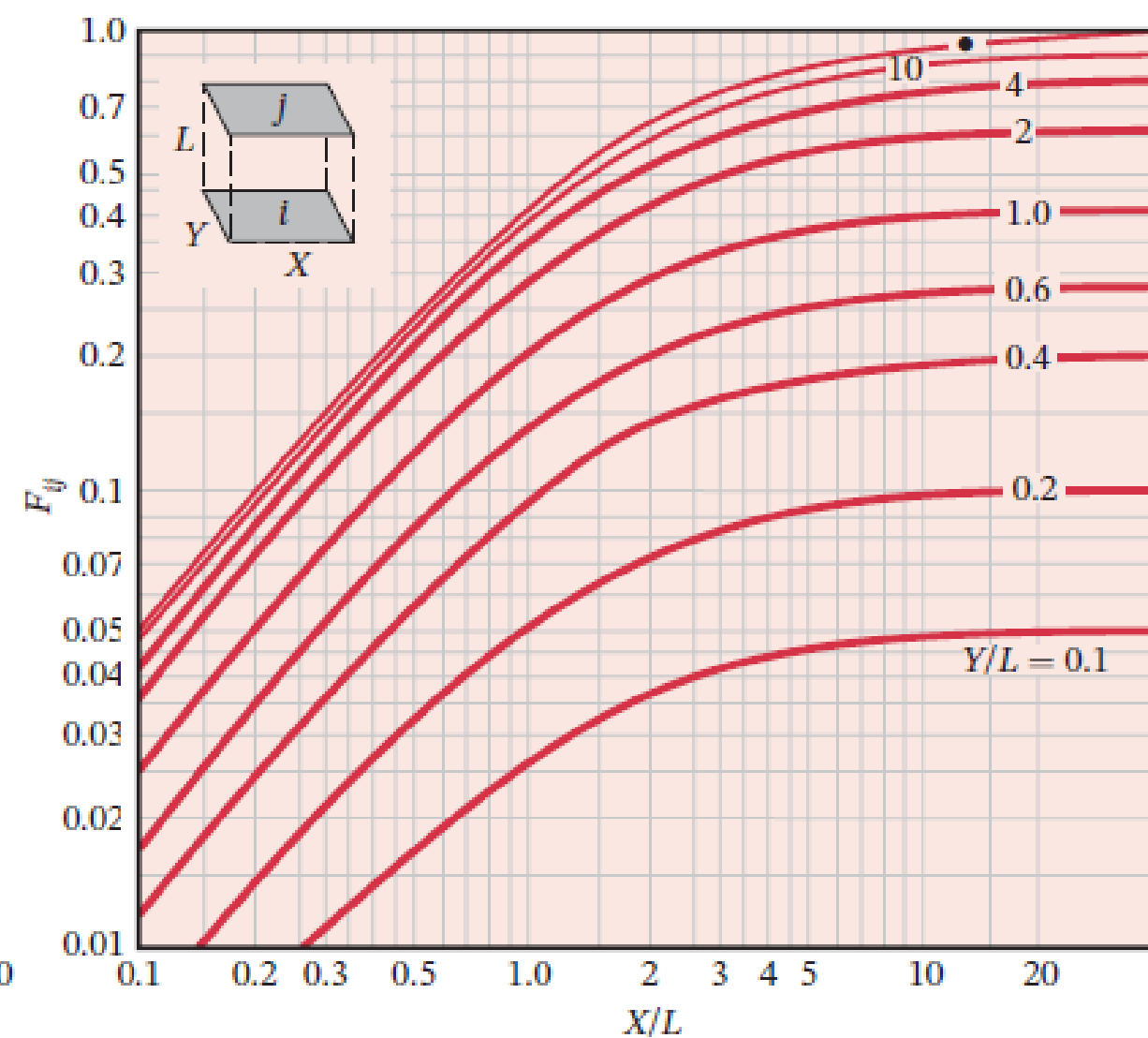
Fattori di vista per geometrie tridimensionali:

(c) rettangoli perpendicolari con un angolo in comune

(d) rettangoli allineati paralleli



(c)



(d)

Scambio per irraggiamento tra corpi neri - 1

Scambio netto tra due superfici nere

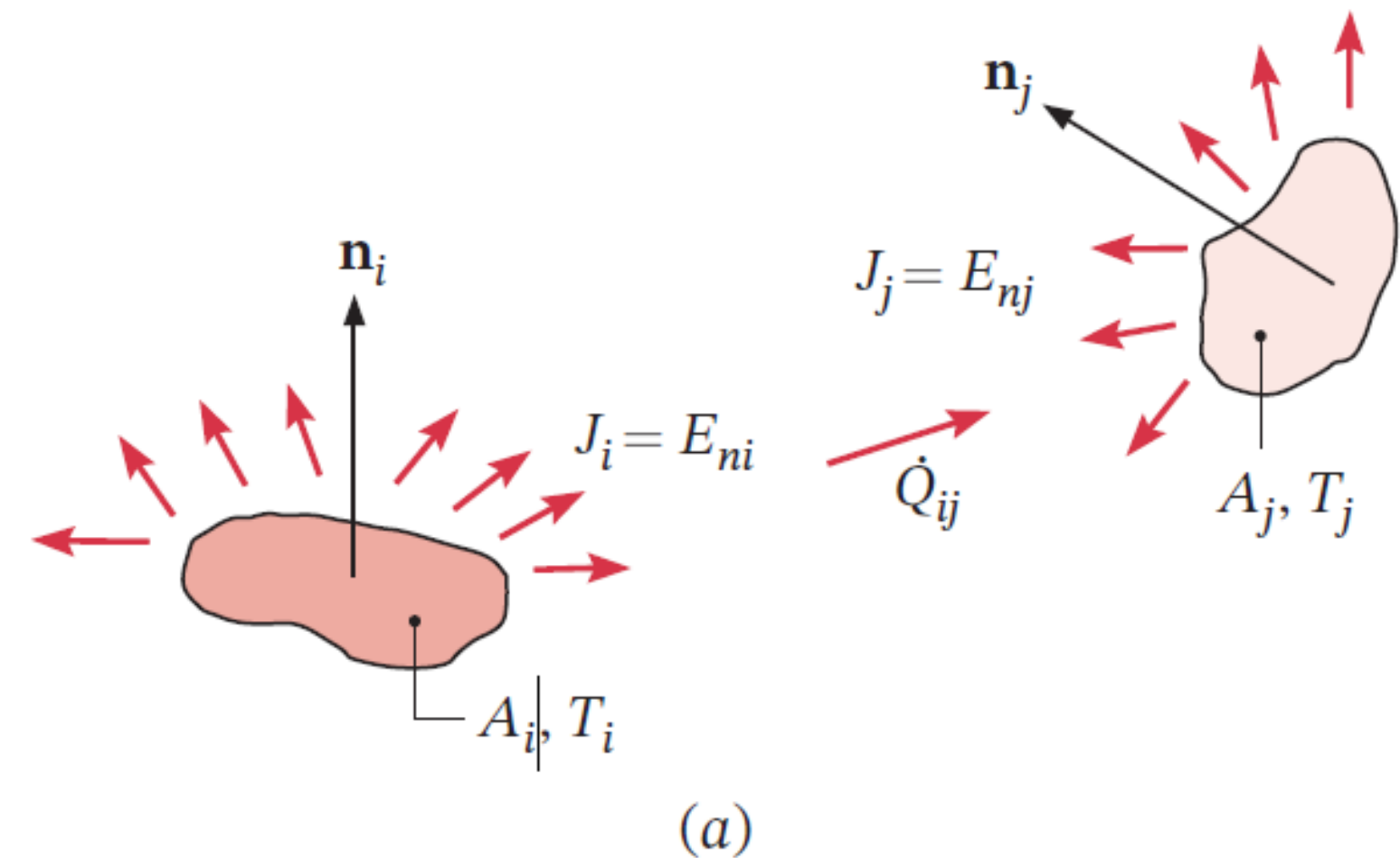
$$\dot{Q}_{i \rightarrow j} = (A_i \cdot J_i) \cdot F_{ij}$$

$$J_i = E_{ni} \Rightarrow \dot{Q}_{i \rightarrow j} = A_i \cdot F_{ij} \cdot E_{ni}$$

$$J_j = E_{nj} \Rightarrow \dot{Q}_{j \rightarrow i} = A_j \cdot F_{ji} \cdot E_{nj}$$

$$\dot{Q}_{ij} = \dot{Q}_{i \rightarrow j} - \dot{Q}_{j \rightarrow i} = A_i \cdot F_{ij} \cdot E_{ni} - A_j \cdot F_{ji} \cdot E_{nj}$$

$$\Rightarrow \dot{Q}_{ij} = \frac{E_{ni} - E_{nj}}{(A_i \cdot F_{ij})^{-1}} = A_i \cdot F_{ij} \cdot \sigma \cdot (T_i^4 - T_j^4)$$



In generale, per una qualsiasi superficie di una cavità costituita da N superfici nere:

$$\dot{Q}_i = \sum_{j=1}^N A_i \cdot F_{ij} \cdot \sigma \cdot (T_i^4 - T_j^4)$$

Scambio per irraggiamento tra corpi neri - 2

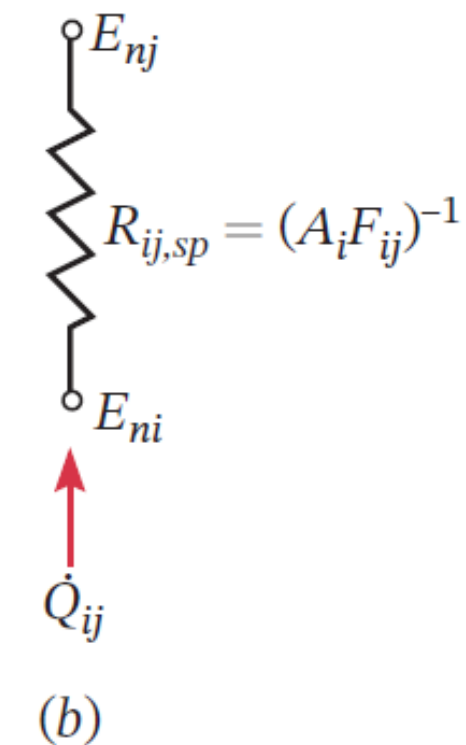
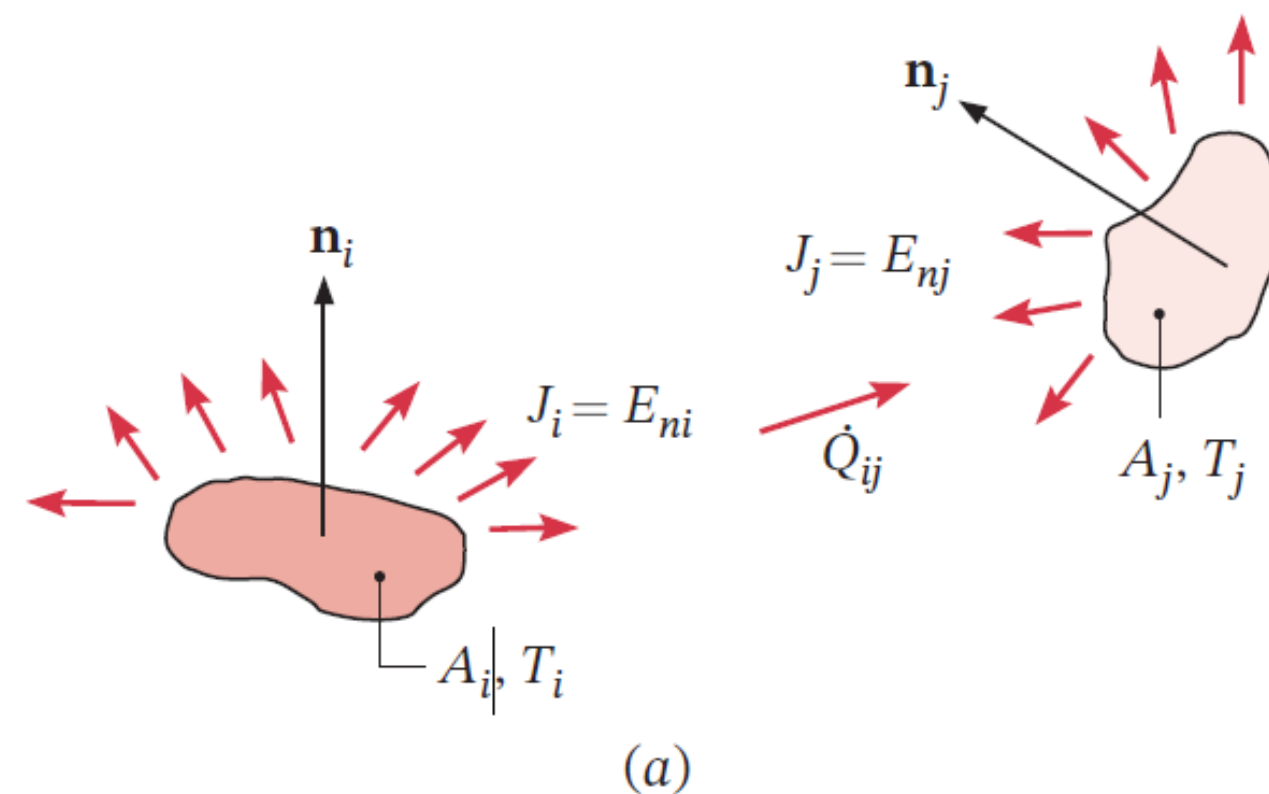
Scambio netto tra due superfici nere

Rete elettrica equivalente

$E_{ni} - E_{nj} = \sigma \cdot (T_i^4 - T_j^4) =$ differenza di potenziale

$R_{ij,sp} = (A_i \cdot F_{ij})^{-1} =$ resistenza spaziale o geometrica alla radiazione

$$\dot{Q}_{ij} = \frac{E_{ni} - E_{nj}}{R_{ij,sp}}$$



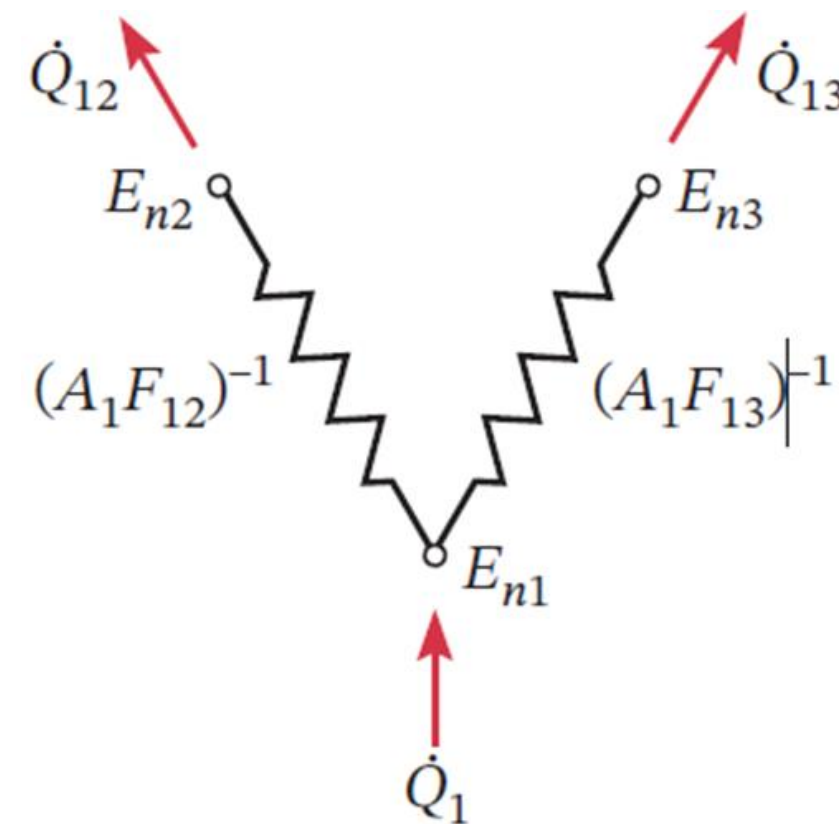
Scambio per irraggiamento tra corpi neri - 3

Scambio netto tra superfici nere

Superfici nere a temperature diverse

$$\dot{Q}_1 = \dot{Q}_{12} + \dot{Q}_{13} + \dots$$

$$\dot{Q}_1 = \frac{E_{n1} - E_{n2}}{(A_1 \cdot F_{12})^{-1}} + \frac{E_{n1} - E_{n3}}{(A_1 \cdot F_{13})^{-1}} + \dots$$



In generale, per una qualsiasi superficie di una cavità costituita da N superfici nere:

$$\dot{Q}_i = \sum_{j=1}^N \frac{E_{ni} - E_{nj}}{R_{ij,sp}}$$

Irraggiamento: superfici grigie e diffuse in una cavità - 1

Relazioni dello scambio radiativo: rappresentazione mediante una rete

Superfici grigie diffuse opache a temperature diverse

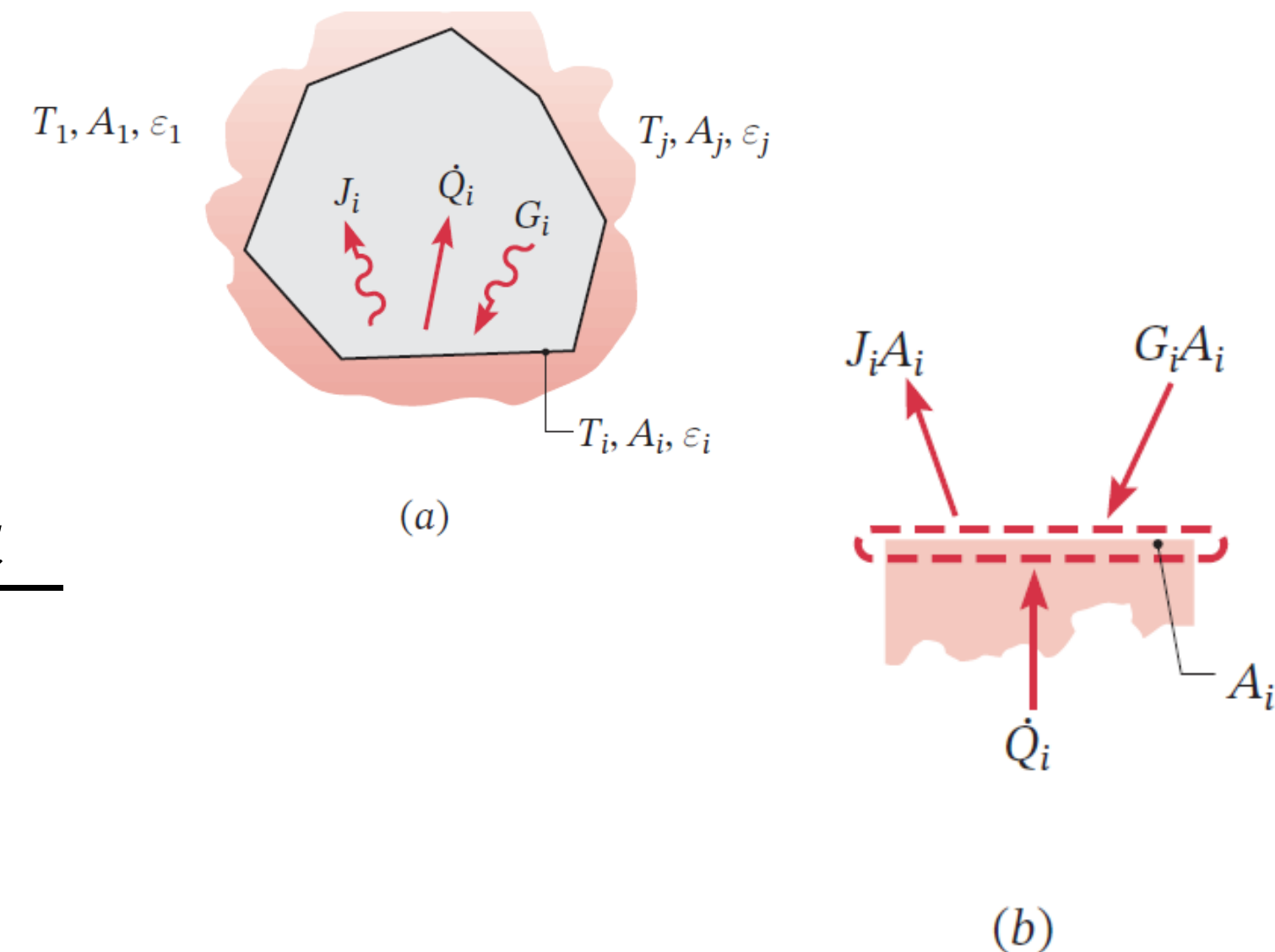
$$J_i = E_i + G_{rif,i} = \varepsilon_i \cdot E_{ni} + \rho_i \cdot G_i$$

$$\Rightarrow G_i = \frac{J_i - \varepsilon_i \cdot E_{ni}}{\rho_i} = \frac{J_i - \varepsilon_i \cdot E_{ni}}{1 - \varepsilon_i}$$

$$\dot{Q}_i = A_i \cdot (J_i - G_i)$$

$$\Rightarrow \dot{Q}_i = A_i \left(J_i - \frac{J_i - \varepsilon_i \cdot E_{ni}}{1 - \varepsilon_i} \right) = \frac{E_{ni} - J_i}{\frac{1 - \varepsilon_i}{\varepsilon_i \cdot A_i}}$$

$\dot{Q}_i$ = Potenza termica **netta** che lascia A_i



Irraggiamento: superfici grigie e diffuse in una cavità - 2

Relazioni dello scambio radiativo: rappresentazione mediante una rete

Resistenza radiativa superficiale (c)

$$E_{ni} - J_i = \text{differenza di potenziale}$$

$$\frac{1 - \varepsilon_i}{\varepsilon_i \cdot A_i} = \text{resistenza radiativa superficiale}$$

$$\Rightarrow \dot{Q}_i = \frac{E_{ni} - J_i}{\frac{1 - \varepsilon_i}{\varepsilon_i \cdot A_i}}$$

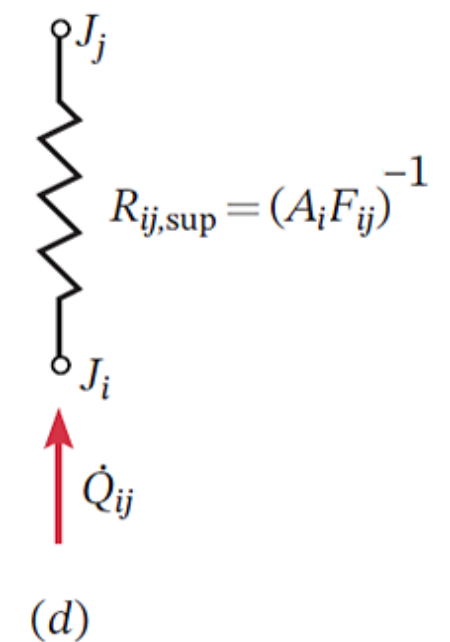
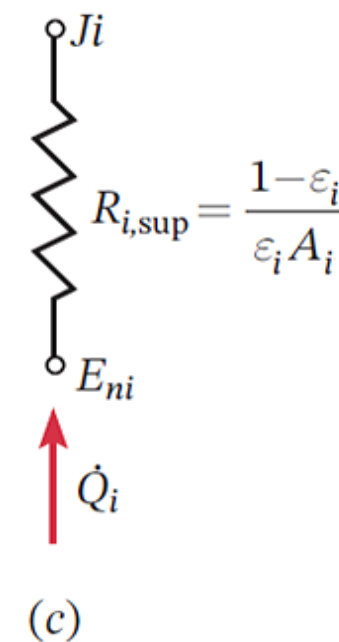
Resistenza spaziale radiativa (d)

$$\dot{Q}_{ij} = \dot{Q}_{i \rightarrow j} - \dot{Q}_{j \rightarrow i} = (A_i \cdot J_i) \cdot F_{ij} - (A_j \cdot J_j) \cdot F_{ji}$$

$$\Rightarrow \dot{Q}_{ij} = \frac{J_i - J_j}{(A_i \cdot F_{ij})^{-1}} = \frac{J_i - J_j}{R_{i,sup}}$$

$$J_i - J_j = \text{differenza di potenziale}$$

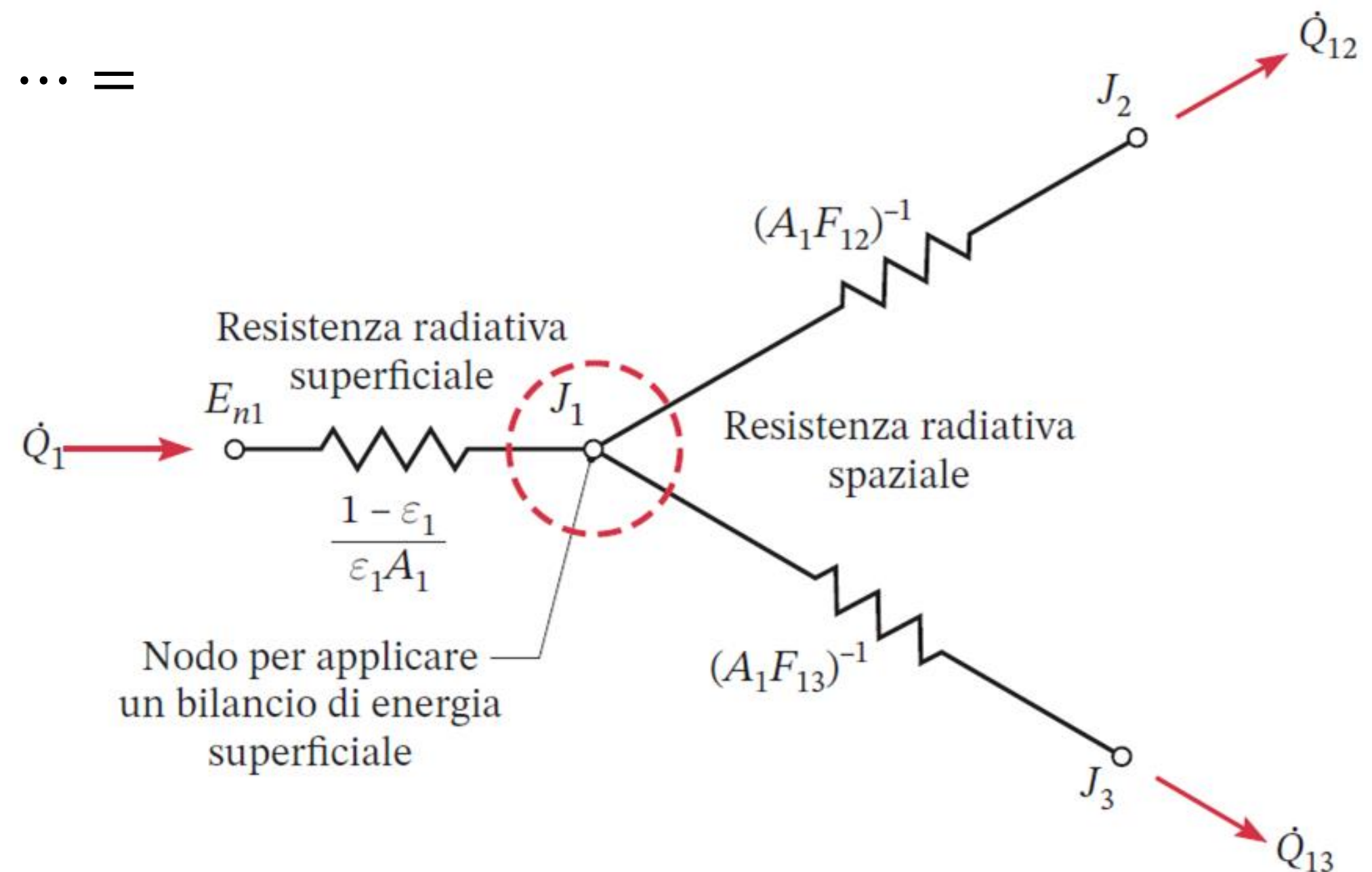
$$(A_i \cdot F_{ij})^{-1} = \text{resistenza radiativa spaziale o geometrica}$$



Irraggiamento: superfici grigie e diffuse in una cavità - 3

Bilancio energetico al nodo J_i

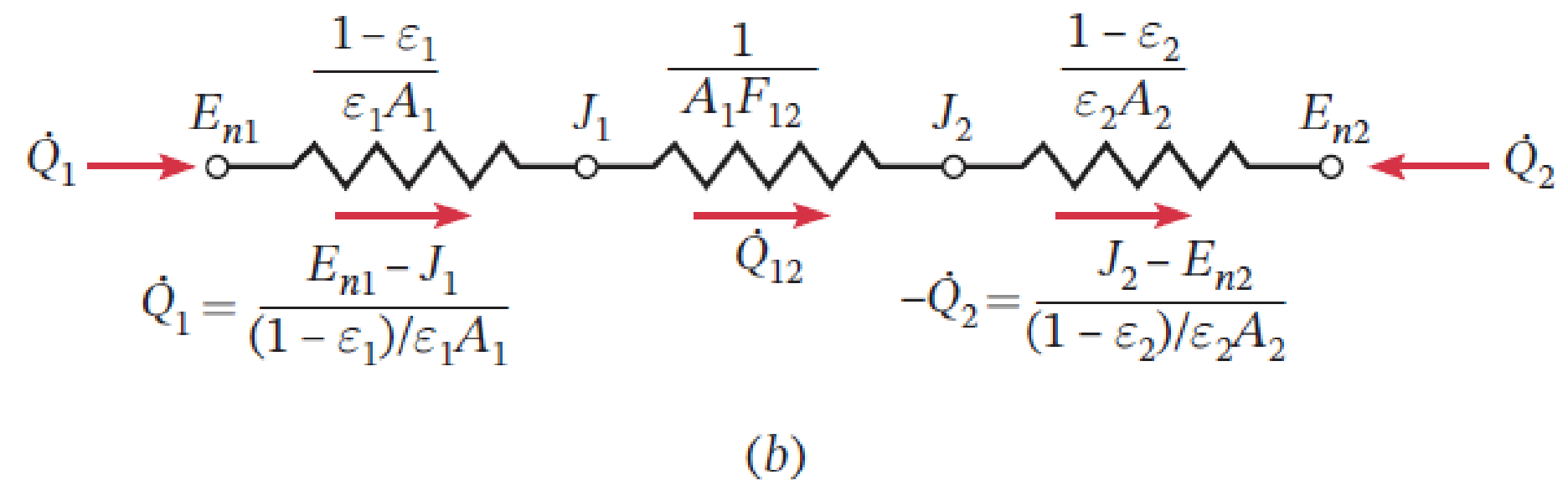
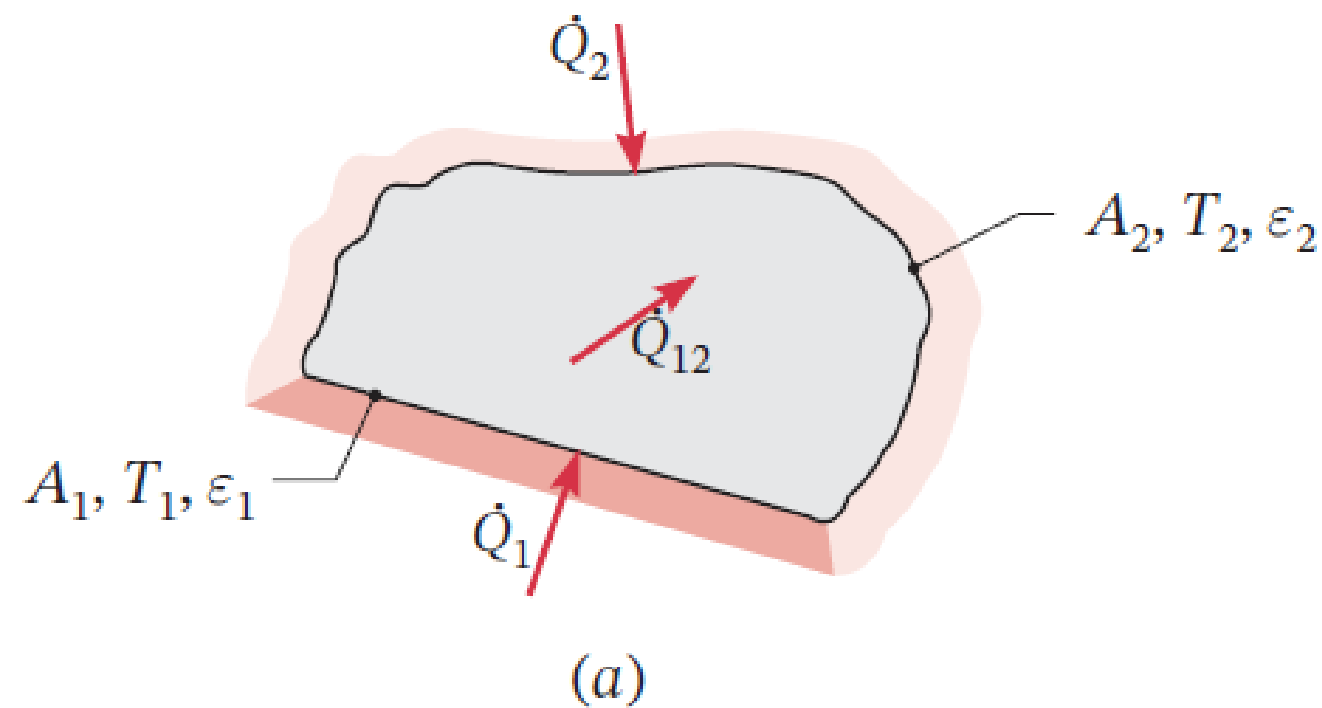
$$\begin{aligned}\dot{Q}_1 &= \frac{E_{n1} - J_1}{(1 - \varepsilon_1)/\varepsilon_1 A_1} = \dot{Q}_{12} + \dot{Q}_{13} + \dots = \\ &= \frac{J_1 - J_2}{(A_1 \cdot F_{12})^{-1}} + \frac{J_1 - J_3}{(A_1 \cdot F_{13})^{-1}} + \dots\end{aligned}$$



Irraggiamento: superfici grigie e diffuse in una cavità - 5

Cavità di due superfici

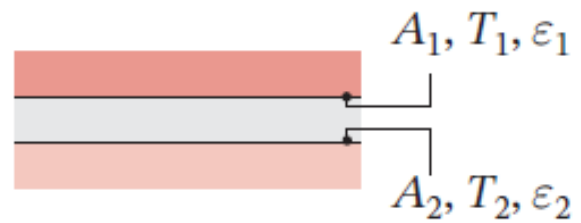
$$\dot{Q}_1 = -\dot{Q}_2 = \dot{Q}_{12} \quad E_n = \sigma \cdot T^4 \quad \rightarrow \quad \dot{Q}_1 = \frac{\sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 \cdot A_1} + \frac{1}{A_1 \cdot F_{12}} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 \cdot A_2}}$$



Irraggiamento: superfici grigie e diffuse in una cavità - 6

Cavità di due superfici

Piastre piane parallele molto larghe (infinite)

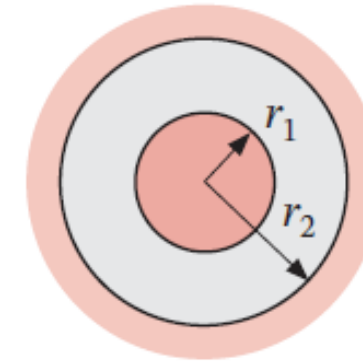


$$A_1 = A_2 = A$$

$$F_{12} = 1$$

$$\dot{Q}_{12} = \frac{A\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1}$$

Sfere concentriche

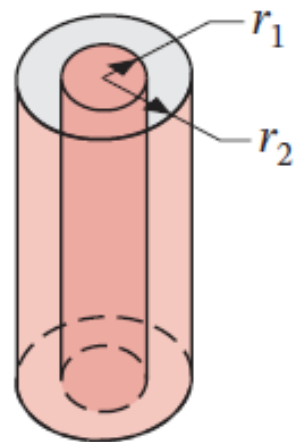


$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$$

$$F_{12} = 1$$

$$\dot{Q}_{12} = \frac{\sigma A_1(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1 - \epsilon_2}{\epsilon_2} \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2}$$

Cilindri concentrici molto lunghi (infiniti)

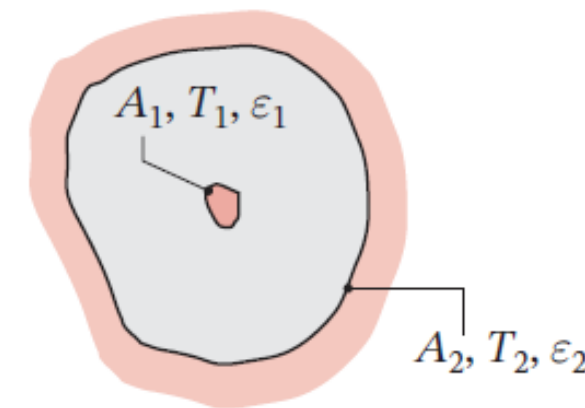


$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_1}{r_2}$$

$$F_{12} = 1$$

$$\dot{Q}_{12} = \frac{\sigma A_1(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1 - \epsilon_2}{\epsilon_2} \left(\frac{r_1}{r_2}\right)}$$

Piccolo oggetto convesso in grande ambiente isoterma



$$\frac{A_1}{A_2} \approx 0$$

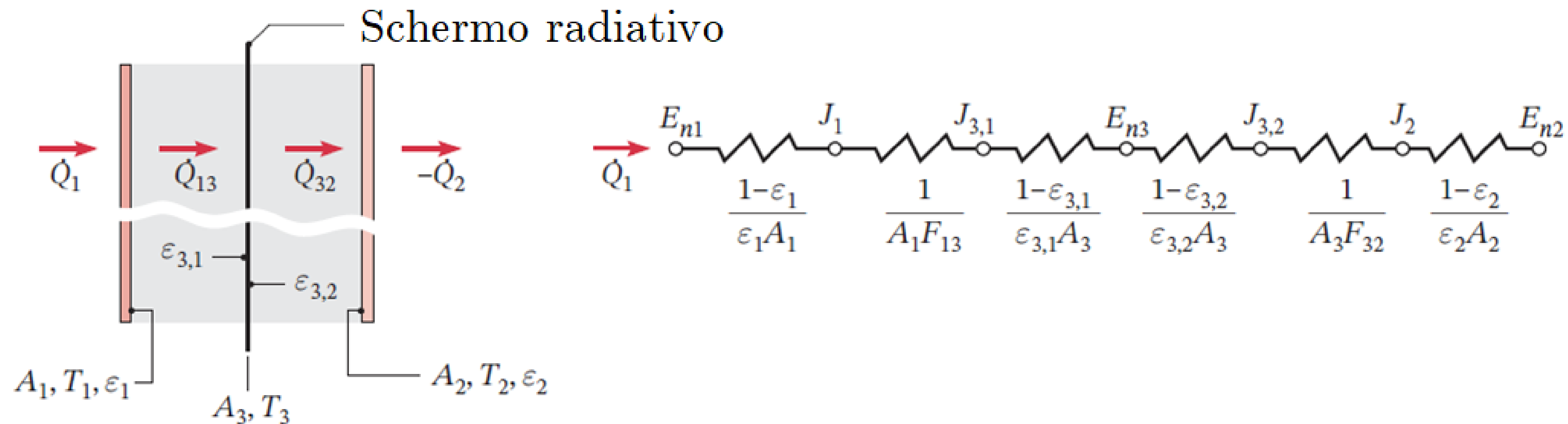
$$F_{12} = 1$$

$$\dot{Q}_{12} = \sigma A_1 \epsilon_1 (T_1^4 - T_2^4)$$

Irraggiamento: superfici grigie e diffuse in una cavità - 7

Schermi radiativi

$$\begin{aligned} F_{13} &= F_{32} = 1 \\ A_1 &= A_2 = A_3 \end{aligned} \quad \rightarrow \quad \dot{Q}_{12} = \frac{A_1 \cdot \sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1 - \varepsilon_{3,1}}{\varepsilon_{3,1}} + \frac{1 - \varepsilon_{3,2}}{\varepsilon_{3,2}} + \frac{1}{\varepsilon_2}}$$

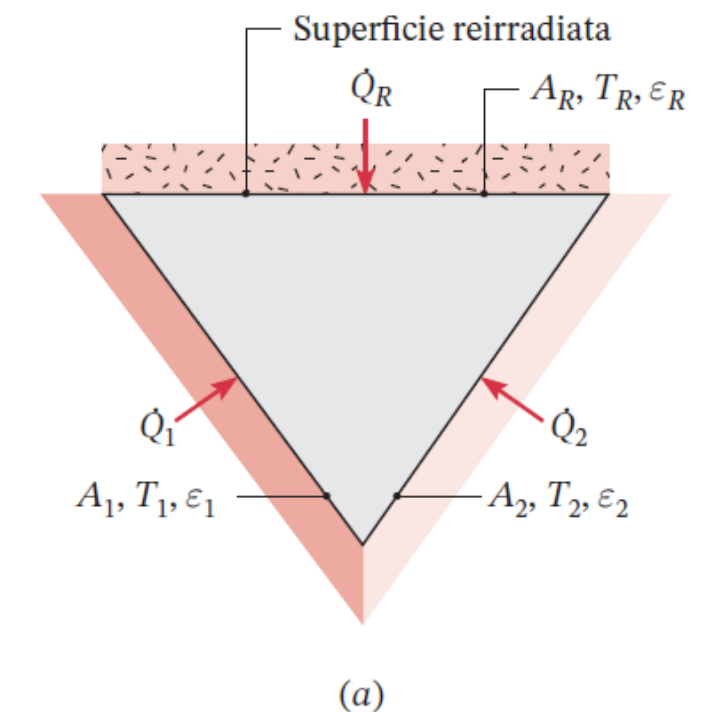


Irraggiamento: superfici grigie e diffuse in una cavità - 8

Cavità di tre superfici con una superficie reirradiante

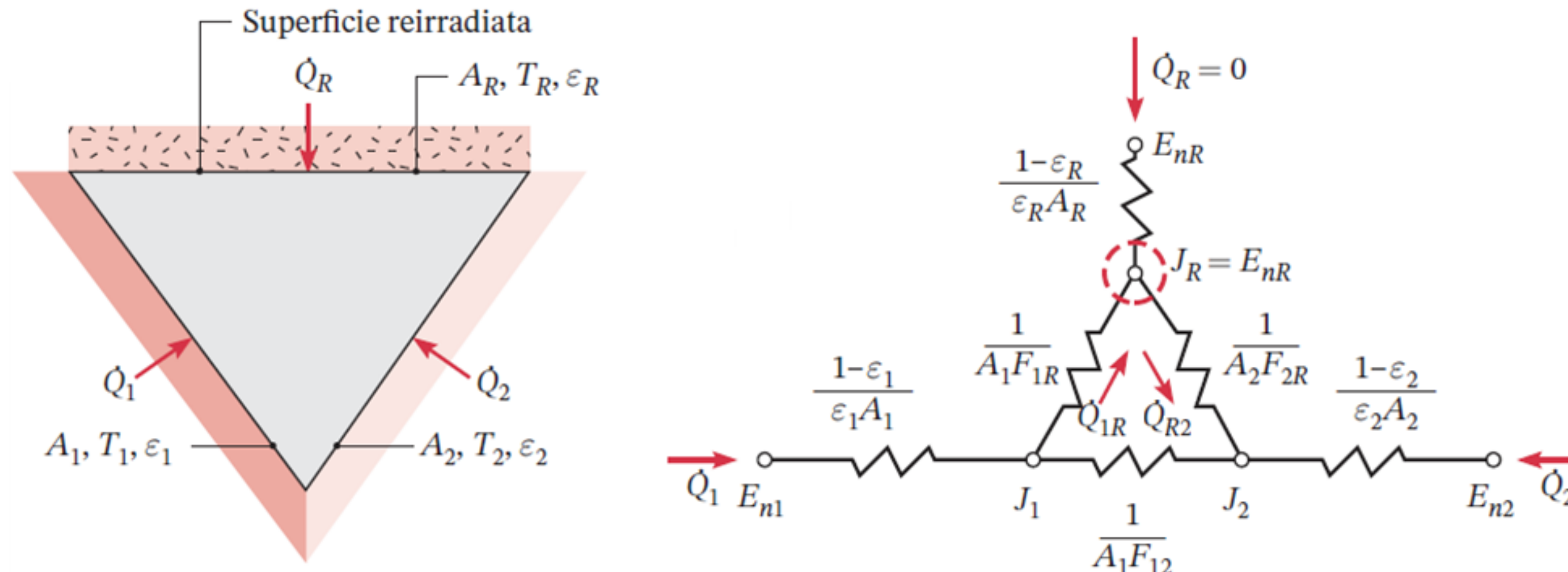
$$\dot{Q}_R = 0 \Rightarrow E_{nR} = J_R$$

$$\dot{Q}_1 = \frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 \cdot A_1} + \frac{E_{n1} - E_{n2}}{A_1 \cdot F_{12} + \left[\left(\frac{1}{A_1 \cdot F_{1R}} \right) + \left(\frac{1}{A_2 \cdot F_{2R}} \right) \right]^{-1} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 \cdot A_2}}$$



Irraggiamento: superfici grigie e diffuse in una cavità - 9

Cavità di tre superfici con una superficie reirradiante



$$\dot{Q}_1 = \frac{E_{n1} - E_{n2}}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 \cdot A_1} + \frac{1}{A_1 \cdot F_{12} + \left[\left(\frac{1}{A_1 \cdot F_{1R}} \right) + \left(\frac{1}{A_2 \cdot F_{2R}} \right) \right]^{-1}} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 \cdot A_2}}$$

Irraggiamento: superfici grigie e diffuse in una cavità - 10

Cavità di tre superfici con una superficie reirradiante

Calcolo della temperatura T_R della superficie reirradiante

$$\dot{Q}_1 = -\dot{Q}_2 = \frac{E_{n1} - J_1}{(1 - \varepsilon_1)/\varepsilon_1 A_1} = \frac{J_2 - E_{n2}}{(1 - \varepsilon_2)/\varepsilon_2 A_2} \Rightarrow \text{ noto } \dot{Q}_1 \text{ si ottengono } J_1 \text{ e } J_2$$

$$\dot{Q}_{1R} = \dot{Q}_{R2} \Rightarrow \frac{J_1 - J_R}{(1/A_1 F_{1R})} = \frac{J_R - J_2}{(1/A_2 F_{2R})} \Rightarrow \text{ noti } J_1, J_2 \text{ si ottiene } J_R$$

$$\Rightarrow T_R = \left(\frac{J_R}{\sigma} \right)^{\frac{1}{4}}$$