

IL PERIODO DI TRANSIZIONE NEL SEICENTO

Gli anni '60 e '70

Date-simbolo di inizio e fine:

1659 - Van Schooten traduce in latino e “sistema” la *Géometrie*

1669 - Newton riceve la cattedra a Cambridge

TRE MATEMATICI “TRASCURATI”

- **Philippe la Hire** (1640-1718) - francese

Allievo di Desargues, continua a studiare le coniche con un approccio sintetico. Ma anche analitico. Per la prima volta descrive una superficie attraverso una equazione. Come il suo maestro è poco apprezzato. A lui si deve il termine “origine” come nome del punto intersezione degli assi cartesiani.

- **Georg Mohr** (1640-1697) - danese

Studia matematica in Olanda sotto la guida di Huygens e poi in Francia e in Inghilterra. Prova che ogni costruzione con riga e compasso può essere prodotta col solo compasso (anticipando di un secolo Mascheroni). E' quasi sconosciuto ai contemporanei e la sua opera va perduta e ritrovata e stampata in tedesco solo nel 1928.

- **Pietro Mengoli** (1625-1686) - italiano



Allievo di Cavalieri (al quale subentra alla cattedra di Bologna) e di Torricelli, introduce l'uso delle serie infinite per gli “indivisibili” e per lo sviluppo di π , anticipando e influenzando i lavori di Leibniz (direttamente) e di Newton (indirettamente, attraverso John Wallis). La sua idea di “limite” e il calcolo di integrali definiti anticipano l'opera di Cauchy. Alcuni dei suoi risultati vengono attribuiti a Jacques Bernoulli e a Huygens. Il suo latino involuto rende la sua opera difficilmente comprensibile e rifiutata dai contemporanei.

I tre precedenti sono casi isolati: in questo periodo, infatti, i centri di ricerca si animano in Inghilterra e nei Paesi Bassi.

LA SCUOLA DI LEIDEN

- **Frans van Schooten** (1615-1660) - olandese

Studia matematica a Leida. Là, nel 1632, incontra Descartes che gli mostra un'anteprima della sua opera, il *Discours sur la méthode* e resta colpito, in particolare, dalla terza appendice, la *Géometrie*. Prende contatto col circolo di Mersenne, va a Parigi (dove riesce a leggere i manoscritti di Viète che successivamente pubblicherà a Leida) e poi a Londra. Diventa un grande diffusore dell'opera di Descartes, che trova comunque troppo difficile. Quindi nel 1659-1661 pubblica un testo sulla geometria cartesiana (*Principia matheseos universalis, seu Introductio ad geometriae methodum Renati Des Cartes*) e alle sue riflessioni aggiunge tre appendici scritte da suoi allievi: Jan de Witt, Johan Hudde e Hendrick van Heuraet.

- **Jan de Witt** (1629-1672) - olandese

Di famiglia patrizia, allievo e poi collaboratore di van Schooten (lavorando anche nel suo studio forense all'Aja), fornisce definizioni cinematiche e planimetriche delle coniche. Usa per primo il termine di "direttrice" di una parabola. In *Elementa curvarum*, appendice al testo di van Schooten (1659), offre una trattazione sintetica ma anche analitica: si può considerare il primo manuale di geometria analitica. Tra i suoi obiettivi c'è ridurre tutte le equazioni di II grado in x e y a coniche in forma canonica.

- **Johan Hudde** (1629-1704) - olandese

Un altro allievo di van Schooten (e borgomastro di Amsterdam), studia le equazioni delle superfici nel solco di la Hire, affrontando dunque la geometria analitica in tre dimensioni. E' il primo ad ammettere coefficienti negativi in una equazione polinomiale. Generalizza le notazioni di Viète. All'epoca raggiunge la notorietà grazie alla *Regola di Hudde* (1659): se $f(x)$ è un polinomio allora:

- a è una radice doppia di $f(x) \Rightarrow f'(a) = 0$;
- a è un punto di max o di min per $y = f(x) \Rightarrow f'(a) = 0$.

- **Christian Huygens** (1629-1695) - olandese

Sicuramente il migliore allievo di van Schooten e scienziato di fama internazionale. Fisico e astronomo, è noto per la teoria ondulatoria della luce e la scoperta degli anelli di Saturno.

Si applica allo studio dell'orologio a pendolo e la matematica necessaria richiede la rettificazione della cicloide. Prosegue con la rettificazione della cissoide e della trattrice e arriva quasi alla nozione di raggio di curvatura di una curva. Dimostra anche che la catenaria non è una curva algebrica.

- **René Francois de Sluse** (1622-1685) - belga

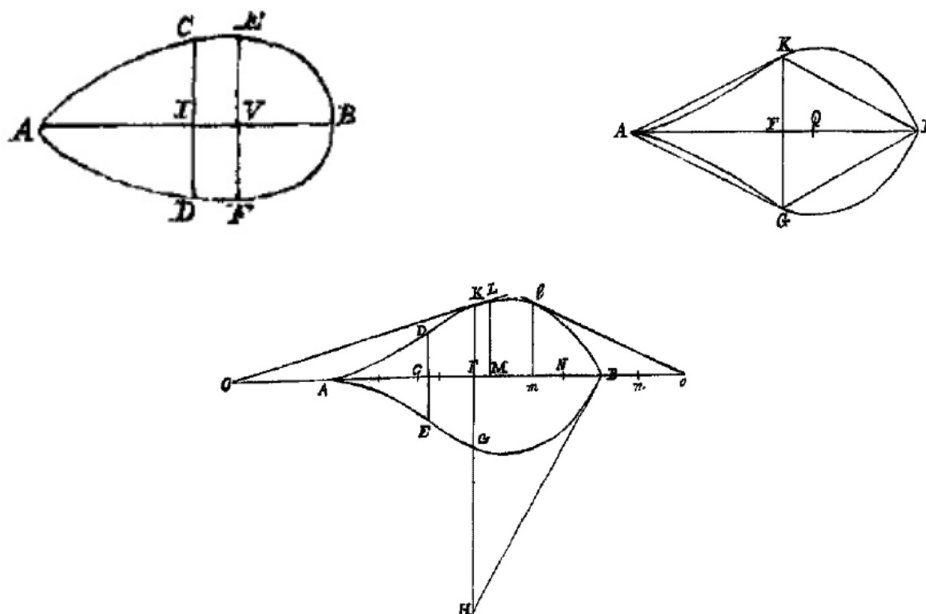
Frequenta l'università di Louvain e continua gli studi in Roma, alla Sapienza, dove consegue la laurea in diritto. Durante il suo soggiorno a Roma stringe amicizia con vari studiosi italiani. Nel 1650 è nominato da Innocenzo X canonico della cattedrale di Liegi. Dal 1674 è membro della *Royal Society* di Londra.

Molti dei suoi risultati si trovano nelle lettere da lui inviate a Pascal, Huygens, Oldenburg, ecc. A lui si deve anche un metodo per condurre la tangente in un punto di una curva algebrica, basato sulla considerazione della sottotangente

Sluse ha contribuito allo sviluppo del calcolo infinitesimale, dedicandosi soprattutto a spirali, tangenti e punti di flesso. Come Hudde, costruisce procedure per trovare tangenti, minimi e massimi; il suo metodo per condurre la tangente in un punto di una curva algebrica è basato su considerazioni sulla sottotangente.

I loro metodi saranno successivamente utilizzati da Newton. Questi algoritmi migliorano notevolmente i complicati metodi algebrici di Pierre de Fermat e René Descartes che, a loro volta, avevano migliorato i metodi cinematici (geometrici) di Roberval, per determinare le tangenti a una curva.

Studiò e ideò varie curve, le cosiddette “perle di de Sluse” che possono intendersi come generalizzazioni delle coniche (hanno forma di perle, dice Pascal, se si escludono le coordinate negative...).



Le "perle" di de Sluse: $y^m = kx^n(a-x)^b$

RETTIFICAZIONE DELLA PARABOLA SEMICUBICA: $ay^2 = x^3$

A partire dagli studi di Huygens, interessato alla costruzione degli orologi, si inizia la sistematica ricerca della rettificazione di curve note, mettendo in discussione la convinzione di Descartes che le curve algebriche non fossero rettificabili.

La rettificazione della parabola semicubica: $ay^2 = x^3$ (la prima curva algebrica non banale di cui si è calcolata la lunghezza) è determinata indipendentemente e con metodi diversi da tre matematici:

- **Heinrich van Heuraet** (1633-1660) - olandese
(pubblica la formula generale come appendice del testo di van Schooten nel 1659)
- **William Neile** o Neil (1637-1660) - inglese
(risultato trovato da Neile a 19 anni e pubblicato da Wallis in *De Cycloide* nel 1659. Neile è eletto membro della Royal Society nel 1663; muore a 32 anni. La parabola semicubica viene chiamata anche *parabola di Neile*)
- **Pierre de Fermat** (1601-1665)
(unico testo pubblicato da lui, nel 1660, come appendice dell'opera di p. de la Louvère)

I tre eventi seguenti spostano il centro della matematica europea dai Paesi Bassi all'Inghilterra:

- ☐ 1660 muore van Shooten
- ☐ 1660 viene fondata la *Royal Society*
- ☐ 1666 Huygens si trasferisce a Parigi.

IL CIRCOLO LONDINESE DI WALLIS

• **John Wallis** (1617-1703) - inglese

E' il più importante matematico britannico prima di Newton.

Lo schema biografico (tratto da "Le coniche secondo John Wallis", a cura di Fabio Martinelli, Università di Ferrara)

1616 Nasce ad Ashford, nel Kent

1632-40 Studia all'*Emmanuel College* di Cambridge

1640 Prende i voti come sacerdote

1642 Inizia a decifrare crittogrammi per il Partito Parlamentare

1647 Studia *Clavis Mathematicae* di Oughtred

1649 Nominato (da Cromwell) *Savilian Professor of Geometry* a Oxford

1655 Pubblicazione del *De sectionibus conicis*

1656 Pubblicazione di *Arithmetica Infinitorum*

1658 Nominato Archivista dell'Università di Oxford

1659 Pubblicazione di *Opera Mathematica, Volumen secundum*

1665-79 Dispute con Thomas Hobbes

1685 Pubblicazione del *Treatise of Algebra*

1695 Pubblicazione di *Opera Mathematica, Volumen primum*

1698 Pubblicazione di *Opera Mathematica, Volumen tertium*

1703 Muore ad Oxford

La qualità della crittografia in quel momento è altalenante; nonostante i successi individuali di matematici come Francois Viète, i principi alla base della progettazione e dell'analisi dei cifrari erano poco compresi. La maggior parte dei cifrari erano metodi ad hoc che si basavano su un algoritmo segreto, al contrario dei sistemi basati su una chiave variabile. Wallis si rende conto che questi ultimi sono molto più sicuri. Comunque è preoccupato per l'uso di cifrari da parte di potenze straniere, rifiutando, ad esempio, la richiesta di Gottfried Leibniz del 1697 di insegnare la crittografia agli studenti di Hannover.

A Londra Wallis si unisce al gruppo di scienziati che in seguito si sarebbe evoluto nella *Royal Society* e può dedicarsi alla matematica. Presto inizia a scrivere i propri trattati, affrontando una vasta gamma di argomenti, per il resto della sua vita.

Nella geometria analitica sostituisce concetti numerici a quelli geometrici, ove possibile, ma è frenato dal fatto che non è ancora chiara la nozione di numeri reali. Anche la "geometria degli indivisibili" è aritmetizzata.

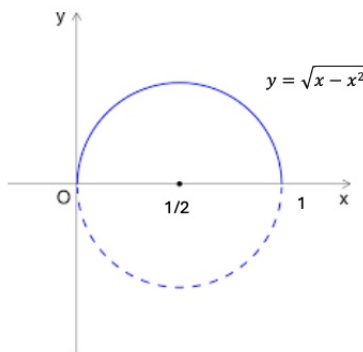
In *De sectionibus conicis* definisce le coniche tramite i polinomi, mostrando di essere più vicino all'impostazione di Fermat che a quella di Descartes.

Nella pubblicazione del 1659 compaiono la rettificazione della parabola cubica (Neile) e quella della cicloide (Wren), dove Wallis specifica i nomi dei corrispondenti matematici.

E' in attiva corrispondenza con i maggiori studiosi del suo tempo e contribuisce a quell'attivo movimento di ricerca che, partendo da Galileo, Kepler e Cavalieri, avrebbe condotto alla formulazione del calcolo infinitesimale. In questo campo Wallis dà i suoi maggiori contributi. Tra gli altri, sapeva dai lavori di Fermat e altri che

$$\int_0^1 \sqrt{x-x^2} dx$$

è uguale all'area compresa tra la semicirconferenza qui riportata e l'asse x



e quindi pari a $\pi/8$. Aveva già provato, **per induzione**, che

$$\int_0^1 x^m dx = \frac{1}{m+1}$$

e, in modo analogo (anche se non rigoroso) calcola che

$$\int_0^1 (x-x^2)^n dx = \frac{(n!)^2}{(2n+1)!}.$$

A questo punto azzarda che questa formula (dove $n \in \mathbb{N}$) valga anche per valori razionali di n e afferma, con metodi di interpolazione, che

$$\frac{\pi}{8} = \int_0^1 \sqrt{x-x^2} dx = \int_0^1 (x-x^2)^{1/2} dx = \frac{(\frac{1}{2}!)^2}{2!}$$

da cui

$$\frac{1}{2}! = \frac{\sqrt{\pi}}{2}.$$

Si apre la strada alla *funzione beta* di Euler.

Utilizza prodotti infiniti e prova la

Formula di Wallis

$$\prod_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)}{(2n-1)} \cdot \frac{(2n)}{(2n+1)} = \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{8}{7} \cdot \frac{8}{9} \cdots = \frac{\pi}{2}$$

Infine è noto per aver usato per primo il simbolo ∞ per denotare l'infinito.

• **Christopher Wren** (1632-1723) - inglese

Fa parte dello stesso circolo londinese di Wallis. Diventa *Savilian Professor* di astronomia a Oxford. Senza l'incendio di Londra del 1666 sarebbe stato un matematico molto significativo. E' in corrispondenza con Pascal sulla rettificazione della cicloide e calcola la sua lunghezza. Trova che, nell'iperboloide a una falda ci sono 2 famiglie di rette generatrici.

• **James Gregory** (1638-1675) - inglese

Giovane e brillantissimo, viene preso sotto la protezione di John Collins, direttore della Biblioteca della *Royal Society* e noto come il "Mersenne inglese". Collins lo accompagna in Italia e lo presenta ai successori di Torricelli.

Gregory intuisce la potenzialità delle serie e degli sviluppi in serie delle funzioni.

Estende l'algoritmo archimedeo alla quadratura di ellissi e iperboli: parla per primo di due serie convergenti di aree, quella esterna e quella interna all'integrale cercato.

Cerca di dimostrare, senza riuscirci, l'impossibilità di quadrare il cerchio con metodi algebrici.

Con Gregory termina la distinzione, secondo Descartes, tra curve geometriche e curve meccaniche; purtroppo il suo approccio è solo geometrico e non analitico.

Trova una serie simile a quella dello sviluppo di Taylor, 40 anni prima...

Serie di Gregory (la prima uguaglianza è dovuta a Cavalieri):

$$\int_0^x \frac{1}{1+z^2} dz = \arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \cdots$$

- Nel ventennio 1650-1670 prendono piede molti metodi infiniti, frazioni continue, ecc. Ad es. le espressioni di

$$\sqrt{2} \quad \text{e} \quad \frac{4}{\pi}.$$

- **Isaac Barrow** (1630-1677) - inglese

Apprezzato professore di greco a Cambridge e successivamente di matematica, in questa disciplina è un conservatore e avverso al formalismo algebrico, tipico di Wallis.

E' un ammiratore di Euclide, Apollonio e Archimede.

Pubblica i risultati di Sluse sui massimi e minimi.

Studia tangenti (utilizzando i simboli Δx e Δy) e quadrature; il suo approccio è dinamico e non analitico (più vicino a Torricelli che a Fermat).

Si avvicina alla nascente "analisi infinitesimale" con un risultato anticipato in casi particolari o in modo impreciso da Torricelli e da Gregory: nel 1670, pubblica l'opera *Lectiones Geometricae* in cui dimostra che il problema di calcolare l'area sotto una curva e il problema di trovare la tangente a una curva sono inversi uno dell'altro: *Teorema di Torricelli-Barrow*. In seguito, indipendentemente, Newton e Leibniz ne daranno una dimostrazione più generale e rigorosa.

Propone all'Università di Cambridge il suo successore alla cattedra lucasiana di matematica. E' un suo allievo: si chiama Isaac Newton.