

Istituzione di Matematica - DIA UNITS

Prova di Esame 1. 2025-26

1. Dato un insieme universale $\mathcal{U}$ e due sottoinsiemi $\mathcal{X}$ e $\mathcal{Y}$ con $\mathcal{X} \cap \mathcal{Y} = \emptyset$.

(a) $\mathcal{X} \cap \mathcal{Y}^c = ?$

(b) $\mathcal{X} \cup \mathcal{Y}^c = ?$

2. Calcola le derivate delle seguenti funzioni;

(a) $f(x) = \sqrt{2x^2 - 1}$

(b) $f(x) = \sin(3x - 2e^x)$

3. Studia la funzione:

$$f(x) = \frac{e^x(x-2)}{x-4}$$

In particolare trova il dominio, gli asintoti (se ci sono), l'intersezione con gli assi del piano cartesiano, i punti critici (dove $f'(x) = 0$) e le loro caratteristiche (massimo o minimo).

4. Calcola i seguenti integrali;

(a) $\int \frac{x^2-2}{x+1} dx$

(b) $\int_0^5 (2x^4 - 4x^2 + 2) dx$

5. Trova l'area delimitata dalla parabola $y = -x^2 + x + 2$ e la retta $y = x/2 - 1$. Per aiutarti fai un disegno delle due curve indicando l'area calcolata.

6. Identifica e disegna queste due sezioni coniche:

(a) $x^2 - (y-2)^2/4 = 4$

(b) $9x^2 + 6x + 4y^2 = 1$

7. Dato i tre punti $P(1, 0, 0)$, $Q(0, 1, 0)$, $R(0, 0, 1)$:

(a) calcola l'area del triangolo PQR ;

(b) trova il piano contenente questi tre punti;

(c) trova la distanza tra questo piano e il punto $(1, 1, 1)$.