



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI TRIESTE

Lezione 5

Lavoro ed energia

Corso di Fisica Medica (050ME-9)

Corso di Laurea Triennale in Fisioterapia – A.A. 2025/2026

Dipartimento di Scienze Mediche Chirurgiche e della Salute

Luca Brombal

email: lbrombal@units.it

tel: 040 558 2778

17, 24 NOVEMBRE 2025

Lavoro ed energia: argomenti

- Lavoro meccanico, potenza
- Teorema dell'energia cinetica
- Lavoro di e forze conservative e non conservative
- Energia potenziale
 - energia potenziale gravitazionale
 - energia potenziale elastica
- Energia meccanica e conservazione dell'energia

La forza non è tutto!

È noto che per sollevare un bilanciere pesantissimo in palestra è necessaria una forza maggiore rispetto a quella necessaria per fare un passo di corsa.

Tuttavia, è esperienza comune che correre per tanti chilometri «brucia più calorie», cioè richiede più energia, che fare una ripetizione con il bilanciere.

Più correttamente, il lavoro necessario per spostare il nostro corpo per molti chilometri è maggiore rispetto al lavoro necessario per spostare una volta il bilanciere, nonostante la forza impiegata per correre sia minore.



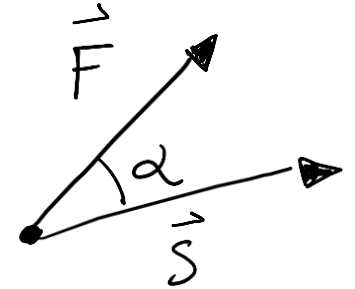
shutterstock.com · 2521172679



shutterstock.com · 2347595909

Il lavoro di una forza (1/3)

Per lavoro L si intende la trasmissione di energia attraverso l'applicazione di una forza su un oggetto in movimento.



Il lavoro fatto su un corpo da una forza $\vec{F}$ (costante in modulo, direzione e verso) che determina uno spostamento $\vec{s}$ (rettilineo) che forma un angolo α con la forza è dato dal prodotto scalare tra la forza applicata al corpo e lo spostamento da essa generato.

*è una
grandezza
scalare*

$$L = \vec{F} \cdot \vec{s} = F s \cdot \cos(\alpha)$$

↳ Prodotto scalare

Il lavoro di una forza (2/3)

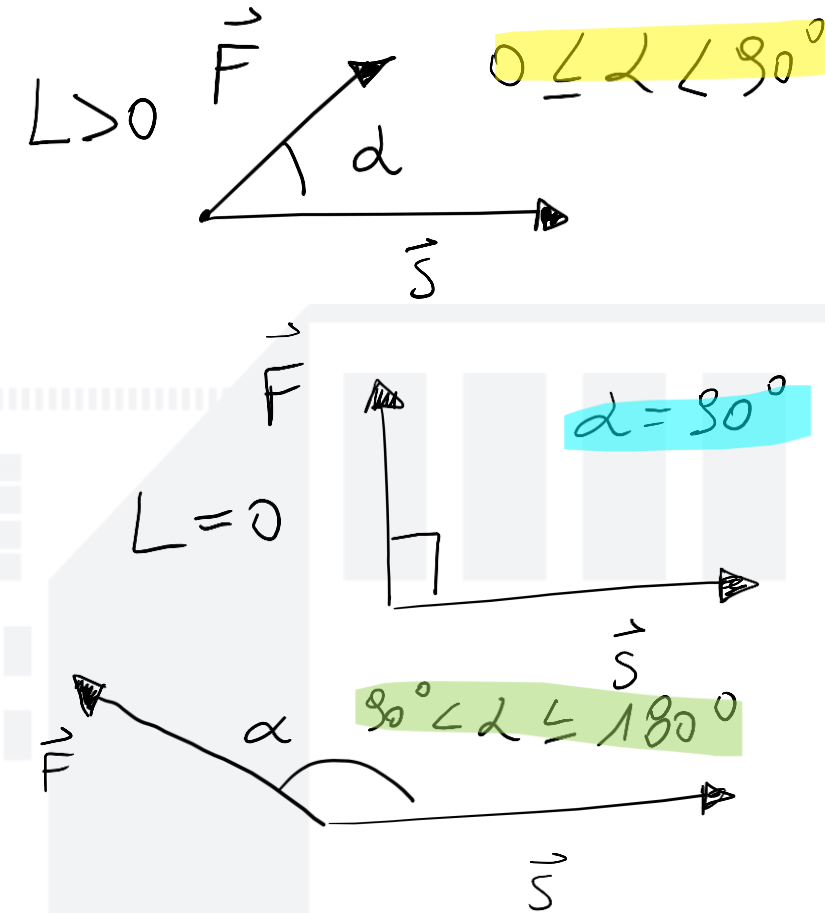
$$L = \vec{F} \cdot \vec{s} = F s \cos(\alpha)$$

Dalla definizione è chiaro che il lavoro può essere:

- **Positivo** (o motore) se l'angolo tra forza e spostamento è acuto ($< 90^\circ$)
- **Nulla** se l'angolo tra forza e spostamento è retto ($= 90^\circ$)
- **Negativo** (o resistente) se l'angolo tra forza e spostamento è ottuso ($> 90^\circ$)

Dimensionalmente, nel S.I. il lavoro e l'energia si misurano in Joule (J)

$$[L] = J = N \times m = kg \frac{m^2}{s^2}$$



Energia

L'energia è la capacità di un corpo o di un sistema di compiere lavoro.

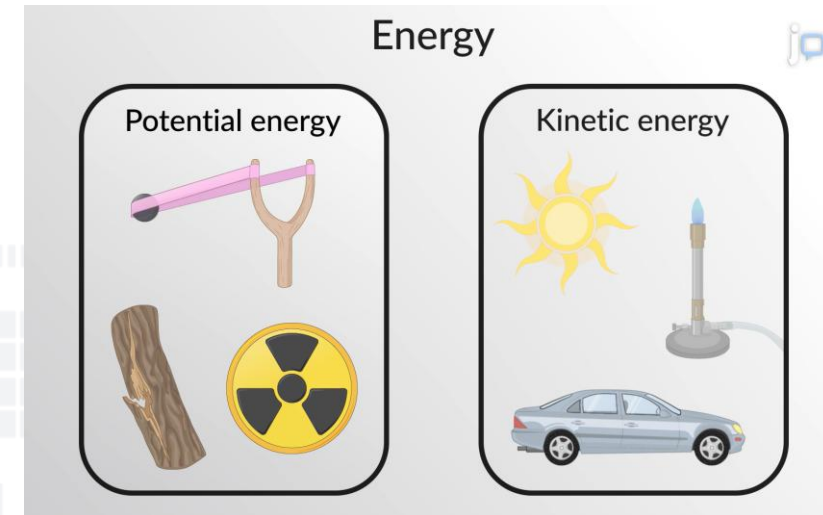
Vi sono molte forme di energia: cinetica, termica, chimica, potenziale gravitazionale, potenziale elastica,...

L'energia si può trasformare da una forma all'altra (una mela che cade trasforma la sua energia potenziale gravitazionale in energia cinetica)

Vige il principio di conservazione dell'energia:

«in qualsiasi fenomeno fisico in cui vi sia una trasformazione di una forma di energia in un'altra, l'energia totale si conserva sempre»

[Video](#)



Forme di energia

...esempi intuitivi...

[video](#)

Forme di
energia

Energia
cinetica

Energia
potenziale

Gravitazionale

Elastica

Elettrica

Chimica

Nucleare

Energia di un corpo «ad una certa altezza»
(mela che può cadere)

Energia di un corpo elastico in «trazione/compressione»
(Fionda tesa che può scagliare un oggetto)

Energia immagazzinata da cariche elettriche
(condensatore carico che può generare della corrente elettrica)

Energia immagazzinata nei legami atomici/molecolari
(legno secco che può bruciare sprigionando calore)

Energia immagazzinata nei legami atomici e molecolari
(nuclei pesanti che possono essere scissi, generando calore)

Forme di energia

...esempi intuitivi...

[video](#)

Forme di
energia

Energia
cinetica

Energia
potenziale

Gravitazionale

Elastica

Elettrica

Chimica

Nucleare

Energia di un corpo «ad una certa altezza»
(mela che può cadere)

Energia di un corpo elastico in «trazione/compressione»
(Fionda tesa che può scagliare un oggetto)

Energia immagazzinata da cariche elettriche
(condensatore carico che può generare della corrente elettrica)

Energia immagazzinata nei legami atomici/molecolari
(legno secco che può bruciare sprigionando calore)

Energia immagazzinata nei legami atomici e molecolari
(nuclei pesanti che possono essere scissi, generando calore)

Energia cinetica

- L'energia cinetica è associata al moto di un oggetto di massa m e velocità v , ed è definita come:

$$E_K = \frac{1}{2} m v^2$$

- **È una quantità scalare** (ovvero un numero)
- Poiché la massa è per definizione positiva, e il quadrato della velocità (ovvero il prodotto scalare del vettore velocità per se stesso) è positivo, l'energia cinetica è **sempre positiva**.

Teorema lavoro-energia (o teorema dell'energia cinetica)

- L'energia cinetica è associata al moto di un oggetto di massa m e velocità v , ed è definita come:

$$E_K = \frac{1}{2} m v^2$$

- Se applichiamo una forza F su un oggetto fermo non vincolato, esso si muove (con accelerazione $a = F/m$) $\rightarrow$ stiamo compiendo del lavoro. Poiché accelera, acquisisce una velocità, e quindi una energia cinetica. L'energia cinetica acquisita è uguale al lavoro fatto dalla forza.

$$L(\text{lavoro della forza } \vec{F}) = \Delta E_K (\text{variazione en. cinetica})$$

TEOREMA DELL'ENERGIA CINETICA

$$\mathcal{L} = \Delta E_k$$

Teorema dell'energia cinetica (dimostrazione)

Consideriamo per semplicità un moto rettilineo uniformemente accelerato ($\rightarrow$ forza costante) tra il punto 1 ed il punto 2

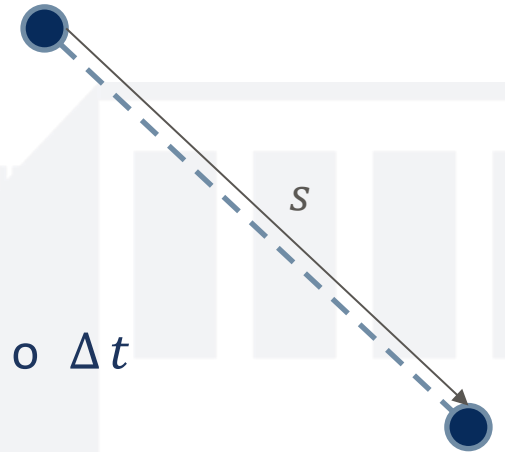
[video](#)

- La seconda legge della dinamica è:

$$F = m a = m \frac{\Delta v}{\Delta t} = m \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

- Dalla legge oraria del moto, lo spazio percorso s nell'intervallo Δt

1: m, v_1, a



2: m, v_2, a

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} a (\Delta t)^2 + v_1 \Delta t = \frac{1}{2} \frac{\Delta v}{\Delta t} \cdot \Delta t^2 + v_1 \Delta t = \frac{1}{2} (v_2 - v_1) \Delta t + v_1 \Delta t \\ &= \frac{1}{2} v_2 \Delta t - \frac{1}{2} v_1 \Delta t + v_1 \Delta t = \frac{1}{2} v_2 \Delta t + \frac{1}{2} v_1 \Delta t \end{aligned}$$

Teorema dell'energia cinetica (dimostrazione)

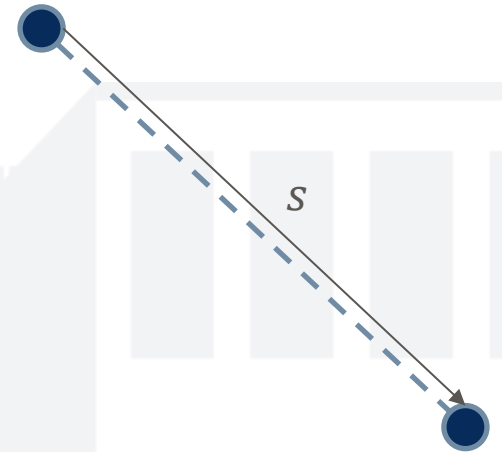
Consideriamo per semplicità un moto rettilineo uniformemente accelerato ($\rightarrow$ forza costante) tra il punto 1 ed il punto 2

[video](#)

○ Da cui il lavoro compiuto dalla forza è:

$$\begin{aligned}
 L &= \underline{F \cdot s} = m \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} \cdot \frac{1}{2} \Delta t (v_2 + v_1) = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \\
 &= \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 \\
 &= E_{K,2} - E_{K,1} = \Delta E_K
 \end{aligned}$$

1: m, v_1, a



2: m, v_2, a

Forze conservative

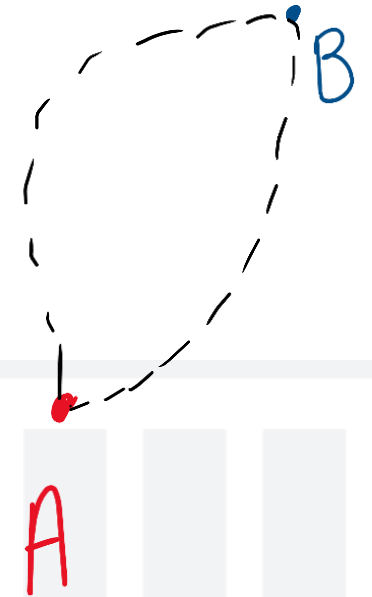
Il lavoro compiuto da una forza per spostare un oggetto da A a B dipende, in generale, dalla traiettoria (l) seguita.

→ Tuttavia esiste una categoria di forze tali per cui il lavoro non dipende dal percorso seguito ma solo dalla posizione dei punti iniziale A e finale B. Tali forze si dicono conservative.

→ Una definizione analoga è che **una forza si dice conservativa se il lavoro fatto in un percorso chiuso è nullo**.

Per le **forze dissipative**, (ad.es l'attrito) il **lavoro fatto in un percorso chiuso NON è nullo**.

[video](#)



$$\rightarrow L_{AB} = -L_{BA}$$
$$L_{AB} + L_{BA} = 0$$

Esempio di forza conservativa

Consideriamo la gravità che, in prossimità della superficie terrestre, genera un campo di forze costante.

Si consideri lo spostamento di una massa dai punti A a B attraverso i percorsi l_2 ed l_1 .

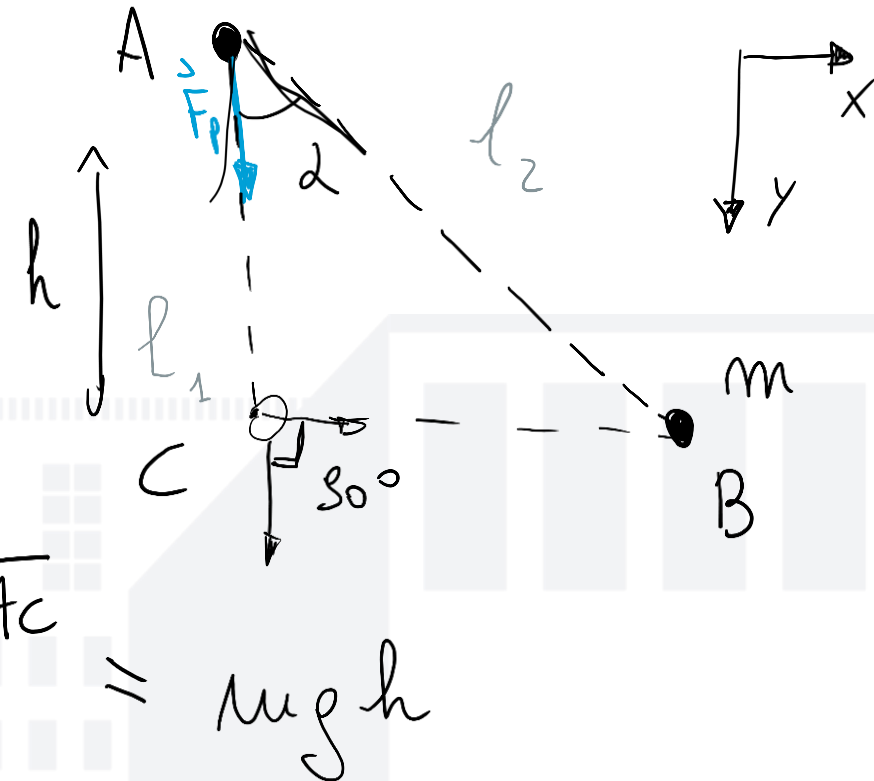
$$L_{AB}(l_1) = L_{AC} + L_{CB} = mg \cdot \overline{AC} + 0 = mg \overline{AC}$$

$$L_{AB}(l_2) = F_s \cdot \cos \alpha = mg \cdot \overline{AB} \cdot \cos(\alpha) = mg \overline{AC}$$

Si nota che il lavoro compiuto dalla forza è lo stesso per entrambi i percorsi $\rightarrow$ la forza è conservativa

Nota: inoltre notiamo che dipende solo dalla differenza di altezza tra il punto A e il punto B!

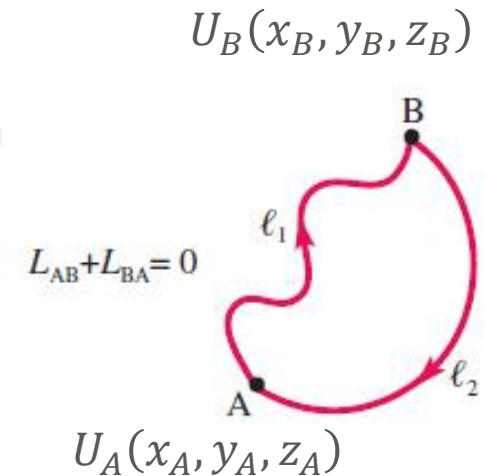
$l_2 = \text{da } A \text{ a } B$
 $l_1 = \text{da } A \text{ a } C \text{ a } B$
 m



Energia potenziale

- Solo per le forze conservative si può **definire l'energia potenziale**, ovvero una funzione della posizione $U(\vec{r})$ tale per cui il lavoro si può definire come

$$L_{AB} = U(A) - U(B) = -\Delta U$$



Conservazione dell'energia meccanica

[video](#)

Considerando lo spostamento di un oggetto da un punto A a un punto B in un campo di forze conservativo:

$$L_{AB} = U_A - U_B$$

Ma anche (dal teorema dell'energia cinetica)

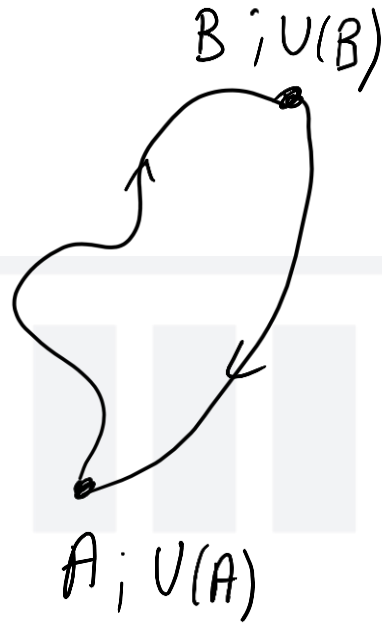
$$L_{AB} = \Delta E_K = E_{K,B} - E_{K,A}$$

Quindi

$$U_A - U_B = E_{K,B} - E_{K,A}; \quad U_A + E_{K,A} = U_B + E_{K,B}$$

$$E_K + U = E_m = \text{costante} \quad E_m = \text{energia meccanica}$$

«In un campo di forze conservative, la somma di energia potenziale e cinetica, cioè **l'energia meccanica, si conserva**»

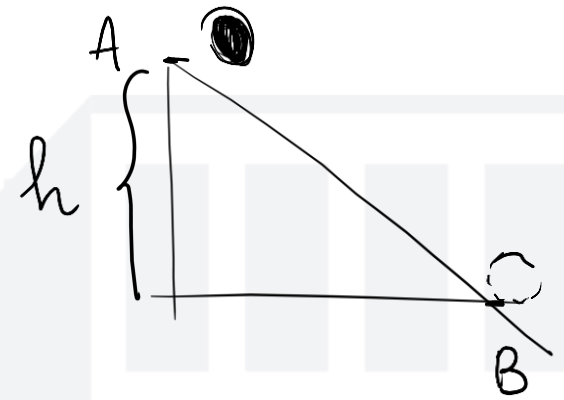


Energia potenziale gravitazionale (nei pressi della terra)

Il lavoro compiuto dalla forza di gravità per spostare un oggetto da un punto A ad un punto B ad una differenza di quota h e'

$$L_{AB} = mgh$$

Questo e' indipendente dal percorso $\rightarrow$ La forza di gravità e' conservativa $\rightarrow$ esiste un'energia potenziale *gravitazionale*



$$U = mgh + \text{costante}$$

Dove la costante dipende dalla quota di riferimento prefissata (tipicamente si usa il suolo come riferimento e si pone $\text{costante} = 0$).

$$L_{AB} = U_A - U_B = (mgh + \text{costante}) - (mg0 + \text{costante}) = mgh$$

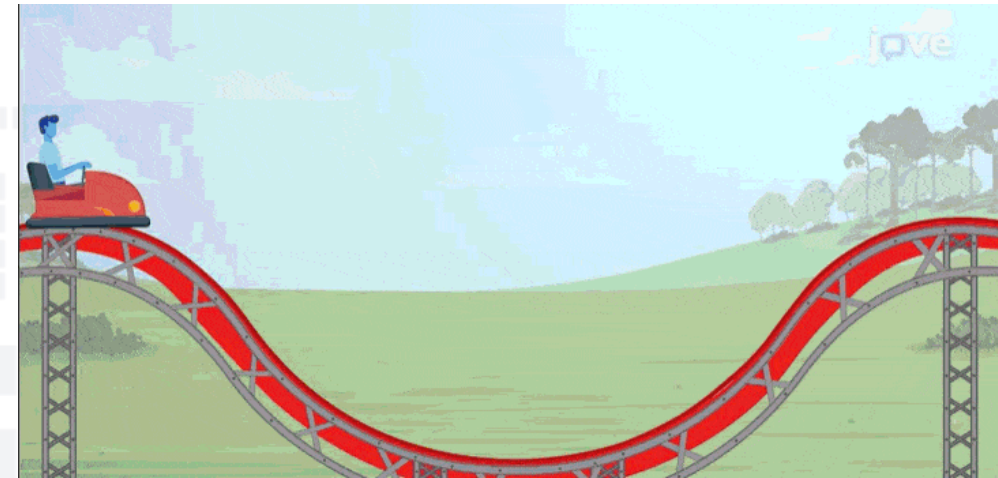
Conservazione energia nel campo gravitazionale

[video](#)

Quindi, nei pressi della terra, nel caso solo la forza di gravità agisca sul corpo di interesse vale che

$$E_m = E_k + U = \frac{1}{2}mv^2 + mgh = \text{cost}$$

Questo strumento e' molto potente. Ci permette di conoscere la velocità che acquisirà un corpo lanciato da una certa altezza, o trovare l'altezza che può raggiungere un corpo lanciato ad una certa velocità.



Energia potenziale elastica

Anche la forza elastica e' una forza conservativa, la sua energia potenziale si scrive

$$U_{el} = \frac{1}{2} k x^2 + \text{cost}$$

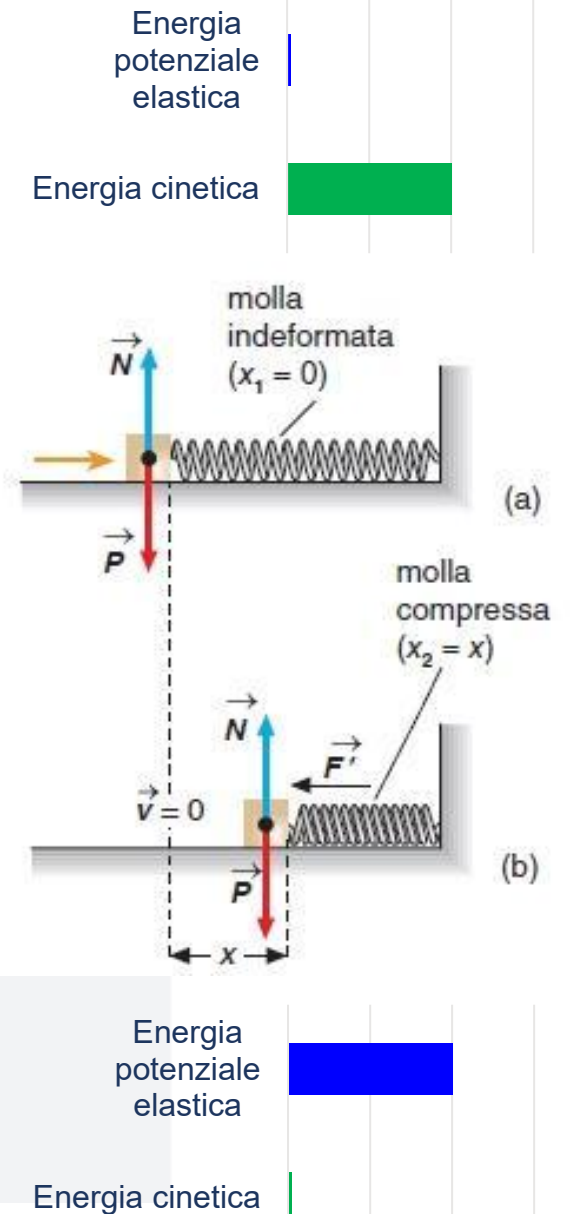
$x :=$ variazione da posizione di equilibrio

Quindi il lavoro fatto dalla forza elastica per spostare un'oggetto da A a B e'

$$L_{AB} = U_{el,A} - U_{el,B} = \frac{1}{2} K \cdot x_a^2 - \frac{1}{2} k x_b^2 = 0 - \frac{1}{2} k x_b^2 = -\frac{1}{2} k x_b^2$$

- Per il principio di conservazione dell'energia meccanica, se su un'oggetto compie lavoro esclusivamente la forza elastica

$$\frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k x^2 = \text{costante}$$



Forze dissipative

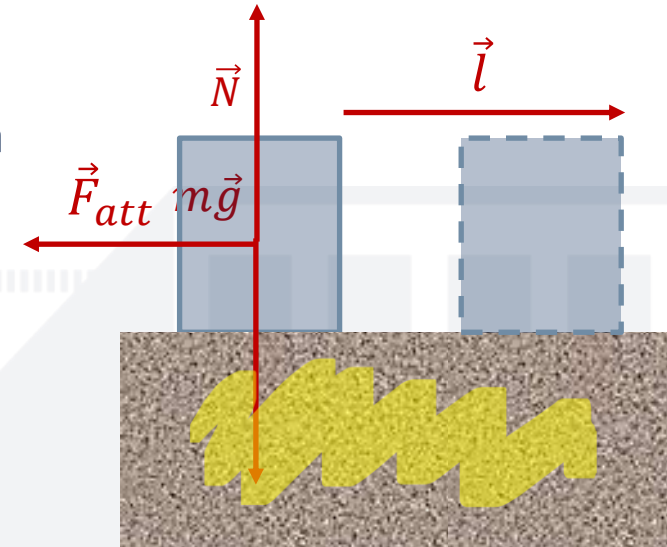
[video](#)

- Le forze non conservative si dicono dissipative. Per esse **non** vale la conservazione dell'energia meccanica
- L'esempio più comune di forza dissipativa è l'attrito, ove la forza è sempre diretta in verso opposto al moto $\rightarrow$ in un percorso chiuso il lavoro non è nullo, bensì è sempre negativo!

Nel caso in figura

$$L_D = \vec{F}_{\text{att}} \cdot \vec{l} = - F_{\text{att}} \cdot l = - N \mu_d \cdot l = - m g \mu_d \cdot l$$

L'attrito «dissipa» energia prevalentemente sottoforma di calore (esperienza comune, quando ci sfregiamo le mani si scaldano!)



Forze dissipative ed energia meccanica

- Le forze non conservative si dicono dissipative. Per esse non vale la conservazione dell'energia meccanica

$$L = L_C + L_D = E_{K,fin} - E_{K,in} = \Delta E_K$$

forze "cons" forze "diss"

$$L_C = -(U_{fin} - U_{in}) = -\Delta U$$

$$L_D = \Delta E_K + \Delta U = \Delta E_{mecc}$$

$$L_D = \Delta E_{mecc} \leq 0$$

= 0

solo forze
conservative

< 0

anche forze
dissipative

Forze conservative e non conservative (riassunto/esempi)

Forze conservative (→ energia potenziale definita)	Forze non conservative/dissipative (→ energia potenziale <u>non</u> definita)
Forza gravitazionale 🌍 ($U = mgh$)	Forza d'attrito 🛞
Forza elastica (molla) 🌀 ($U = \frac{1}{2}kx^2$)	Resistenza dell'aria 🌬️
Forza elettrostatica ⚡ ($U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{q}{r}$)	Forza viscosa (fluido) 💧
...	...

Potenza

Oltre al lavoro compiuto da una forza, spesso interessa conoscere anche in quanto tempo viene compiuto questo lavoro, ovvero la potenza:

$$P = \frac{L}{\Delta t} \quad ; \quad [P] = \frac{[L]}{[\Delta t]} = \frac{J}{s} = W = \text{"watt"}$$

Considerando il caso di una forza costante e uno spostamento rettilineo la potenza si può anche riscrivere come

$$P = \frac{L}{\Delta t} = \frac{\vec{F} \cdot \vec{\Delta s}}{\Delta t} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

Nota: nelle esplosioni quel che conta non è solo la quantità di energia che viene rilasciata ma il tempo in cui questa viene rilasciata. Tanto più breve è il tempo quanto è più «violenta» l'esplosione.

Rendimento

Si definisce il rendimento di una macchina η (lettera greca «eta»)

$$\eta = \frac{L}{E} \times 100$$

lavoro fatto dalla "macchina"

Energia necessaria allo svolgimento del lavoro

Esempio: efficienza del corpo umano

$$\eta = \frac{\text{lavoro meccanico}}{\text{calorie assunte}} \times 100 \approx 20\%$$

Domanda di verifica

Meccanica – lavoro ed energia

• • • • •



Esercizi applicativi 1

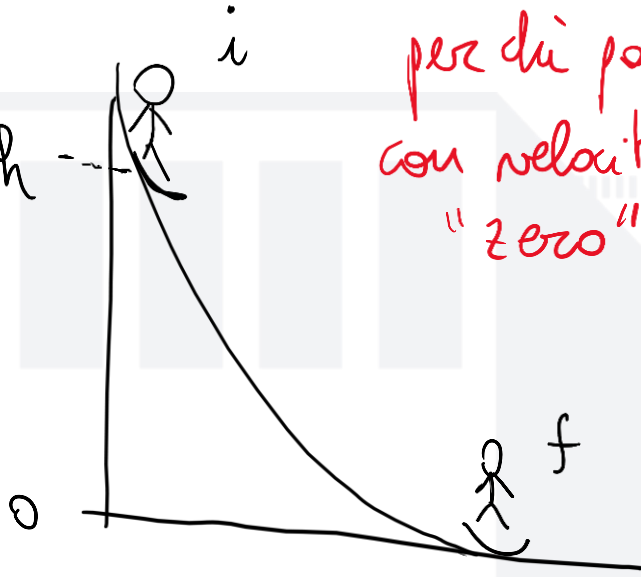
Uno sciatore parte da fermo e scende con gli sci da una collina alta 200 metri. Nel caso in cui si trascuri l'attrito, calcolare la sua velocità quando arriva alla base della collina. (R:62,6 m/s)

conservazione energia meccanica

per chi parte con velocità "zero" $E_{ki} + U_i = E_{kf} + U_f$ — per chi arriva a quote "zero"

$mgh = \frac{1}{2}mv^2$

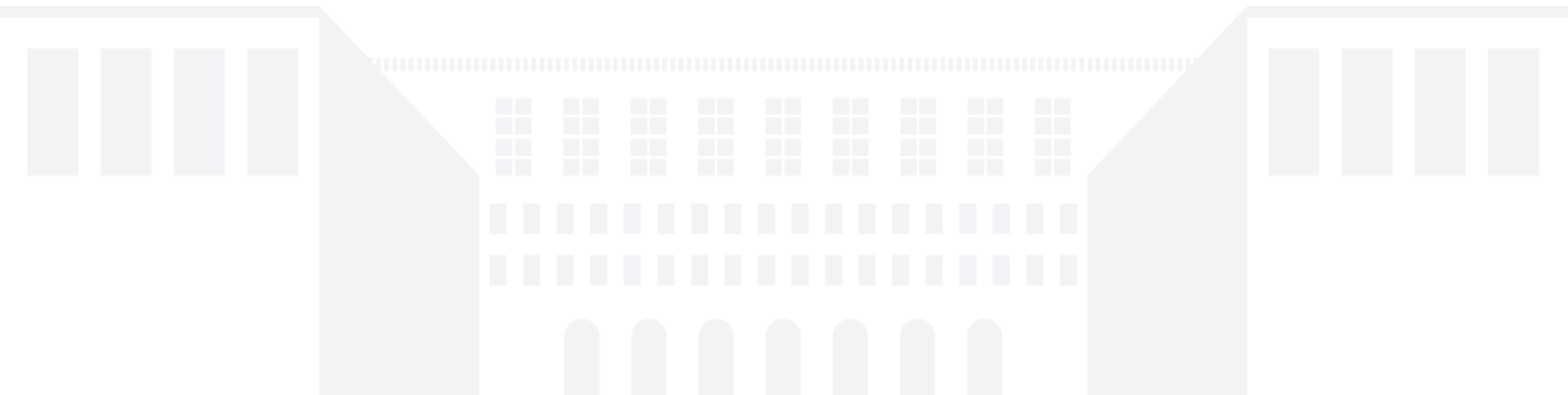
$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{m}{s^2} \cdot 200 m} = 62,6 \frac{m}{s}$



The diagram shows a skier starting at a height h on a slope, labeled 'i' for initial state. The skier reaches the bottom of the slope, labeled 'f' for final state, at height 0. The slope is represented by a curved line connecting the two points.

Meccanica – lavoro ed energia

Esercizi applicativi 1



Esercizi applicativi 2

Un bambino di massa 30 kg parte da fermo dal punto più elevato di uno scivolo di altezza $4,0\text{ m}$. (a) Quale sarebbe la sua velocità nel punto più basso se non vi fosse attrito? (b) Se il bambino raggiunge il punto più basso con una velocità di $6,0\text{ m/s}$, qual è il lavoro complessivamente compiuto dalla **forza d'attrito** lungo il percorso? (c) Quanta energia meccanica viene percentualmente dissipata a causa dell'attrito nella discesa se il bambino giunge nel punto più basso con la velocità indicata in (b)? [R.: (a) $8,86\text{ m/s}$; (b) -637 J ; (c) 54%].

$$v^* = 6,0\text{ m/s}$$

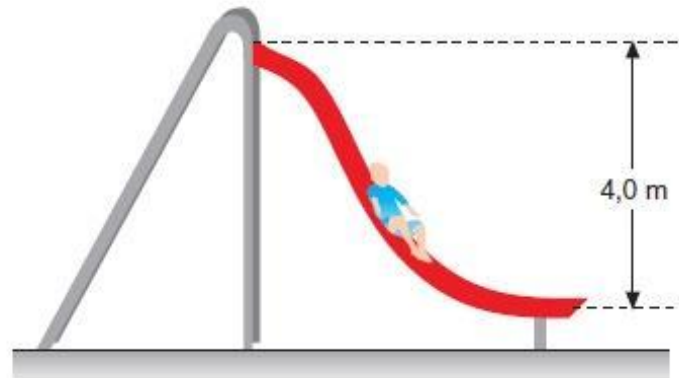


Figura 7.20

Esercizi applicativi 2

a) conservazione energia meccanica

$$E_m = \cancel{E_{k,i}} + \underset{0}{U_i} = E_{k,f} + \cancel{U_f} = 0 ; \quad U_i = E_{k,f} ; mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = \sqrt{2gh} = 8,86 \frac{m}{s} \approx 8,9 \frac{m}{s}$$

$$b) L_D = \Delta E_k + \Delta U = (E_{k,f} - \cancel{E_{k,i}}) + (\cancel{U_f} - U_i) = E_{k,f} - U_i$$

$$= \frac{1}{2}mv^{*2} - mgh = m \left(\frac{v^{*2}}{2} - gh \right) = -637 \text{ J}$$

Esercizi applicativi 2

c) $E_{m,a} = U_i = mgh$; $E_{k,b}^* =$ l'energia cinetica finale, nel caso b), con attrito

$$E_{m,b} = E_{k,b}^* = \frac{1}{2} m(v^*)^2$$

$$\Delta E_{\%} = \left(1 - \frac{E_{m,b}}{E_{m,a}} \right) \times 100 = \left(1 - \frac{\frac{1}{2} m(v^*)^2}{mgh} \right) \times 100 = 54\%$$

↳ frazione di energia meccanica residua

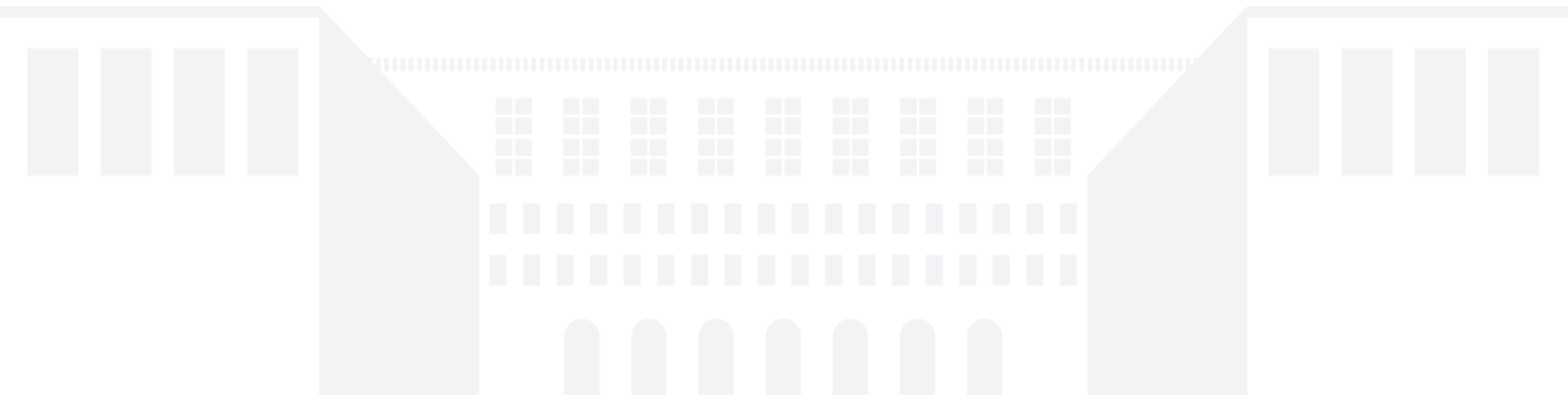
↳ frazione di energia dissipata

Esercizi applicativi 3

Il blocco B, di massa $m = 2,50 \text{ kg}$, è poggiato sul piano orizzontale scabro OO' ed è premuto contro la molla M, la cui estremità destra è fissata alla parete rigida P, in modo da determinarvi una deformazione $x = 20 \text{ cm}$. Lasciato libero, il blocco parte verso sinistra scivolando sul piano scabro; nell'istante in cui si distacca dalla molla, la sua velocità è $v = 3,80 \text{ m/s}$. Sapendo che la costante elastica della molla è $k = 1000 \text{ N/m}$, calcolare: (a) il coefficiente di attrito dinamico fra il blocco ed il piano di appoggio; (b) la lunghezza del percorso compiuto dall'oggetto dal momento in cui si distacca dalla molla all'istante di arresto; (c) l'intervallo di tempo impiegato per compiere tale percorso. [R.: (a) 0,40; (b) 1,84 m; (c) 0,97 s].



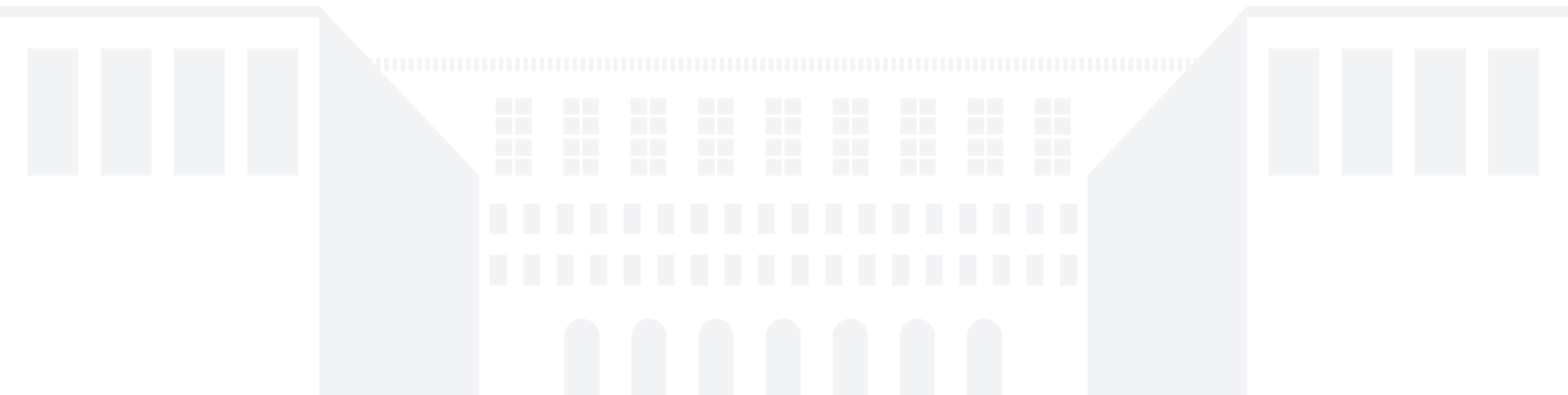
Esercizi applicativi 3



Esercizi applicativi 4

Una massa di $m = 40 \text{ kg}$ viene lasciata cadere dal decimo piano di un edificio ($h = 40 \text{ m}$) e raggiunge il marciapiede a una velocità di 72 km/h . Quanta energia è stata dissipata per attrito?
[R: . $\sim 8000 \text{ J}$]

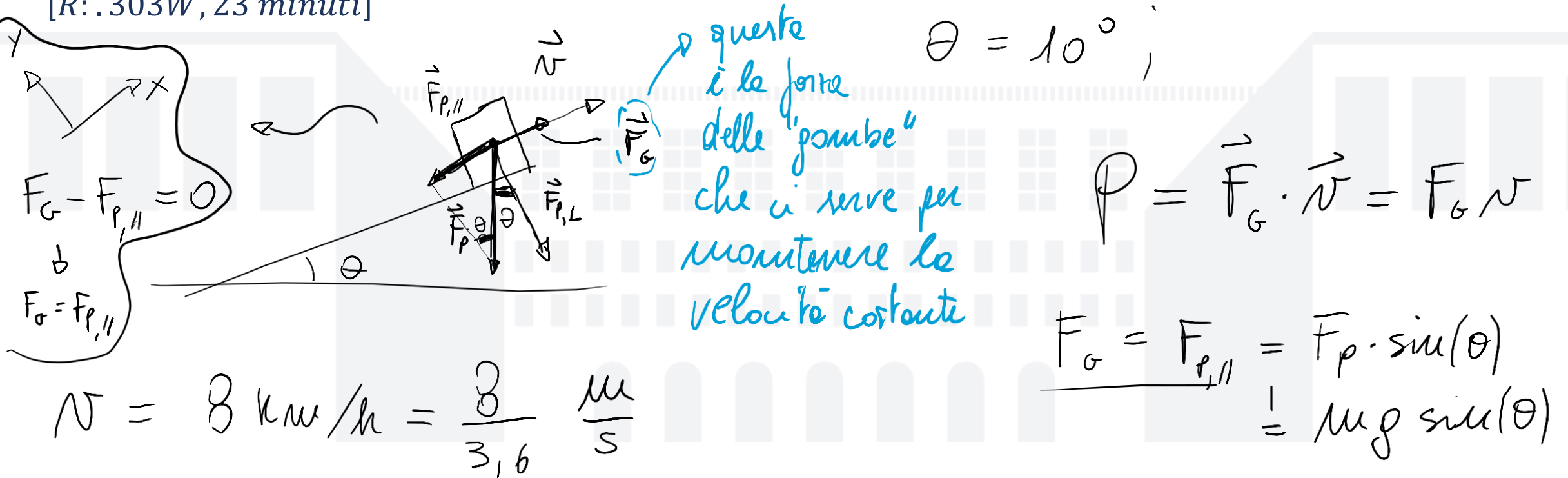
Esercizi applicativi 4



Esercizi applicativi 5

Una persona in palestra si esercita con il tapis roulant, che ha una pendenza di 10° rispetto all'orizzontale. La velocità tenuta durante la corsa è di 8 km/h . Qual è la potenza richiesta alla persona per questo esercizio, supponendo che la sua massa sia di 80 kg . Quanto ci metterà per bruciare 100 kcal ?

[R: $.303 \text{ W}$, 23 minuti]



queste
è la forza
delle "punte"
che ci serve per
mantenere la
velocità costante

$\theta = 10^\circ$

$P = \vec{F}_G \cdot \vec{v} = F_G v$

$F_G = F_{p,||} = F_p \cdot \sin(\theta)$
 $\quad \quad \quad = mg \sin(\theta)$

$F_G - F_{p,||} = 0$
 $\quad \quad \quad F_G = F_{p,||}$

$v = 8 \text{ km/h} = \frac{8}{3.6} \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Esercizi applicativi 5

$$a) P = F_G v = m g \sin(\theta) \cdot v$$

$$= 80 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \sin(10^\circ) \cdot \frac{8}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

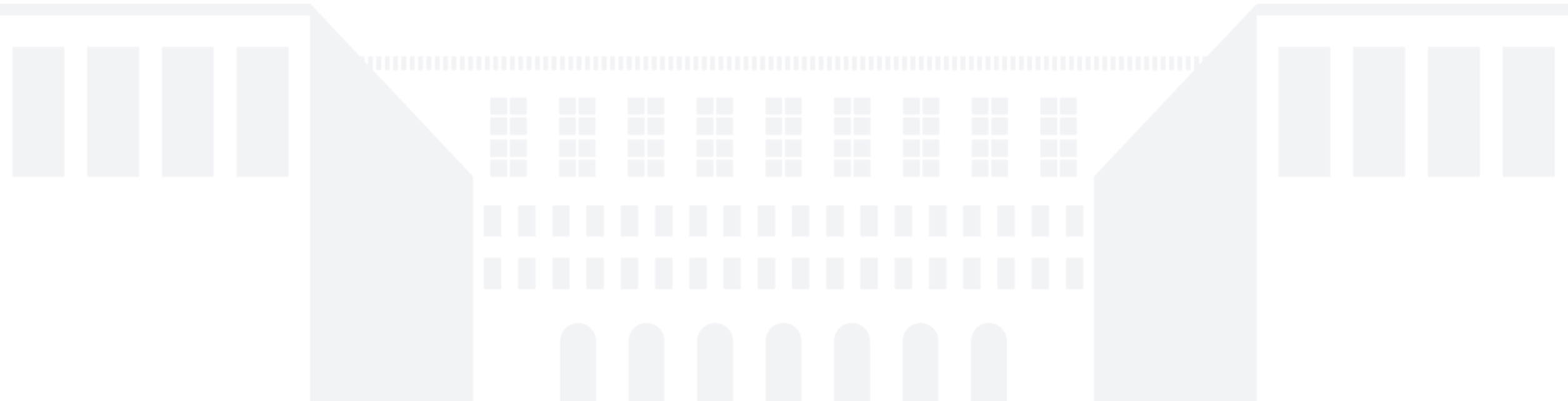
$$= 303 \text{ W}$$

$$b) P = \frac{Q}{\Delta t} ; \quad Q = 100 \text{ kcal} = 100 \times 4186 \text{ J}$$
$$\Delta t = \frac{Q}{P} = \frac{4,186 \times 10^5 \text{ J}}{303 \text{ W}} = 1380 \text{ s} \approx 23 \text{ min}$$

Esercizi applicativi 6

Una persona di massa $m = 60 \text{ kg}$ ha consumato un pranzo da 500 kcal. Se volesse consumare queste calorie salendo in montagna, fino a quale altezza dovrebbe salire? Considerando che l'efficienza del corpo umano è del 20%, dopo quale dislivello la persona rimarrebbe senza energie?

[~3600 m; ~700 m]



Esercizi applicativi 7

Un blocco di massa $m = 1,35 \text{ kg}$ è lasciato libero in un punto A , posto ad una altezza $h = 3,00 \text{ m}$ al di sopra di un tratto orizzontale come illustrato in figura. La pista è priva di attrito fatta eccezione per il tratto tra i punti B e C , che ha lunghezza $l = 6,00 \text{ m}$. Il blocco scende lungo la guida e colpisce una molla di costante elastica $k = 1250 \text{ N/m}$ determinandone una compressione pari a $\Delta x = 188 \text{ mm}$ rispetto alla lunghezza di equilibrio prima del momento di arresto.

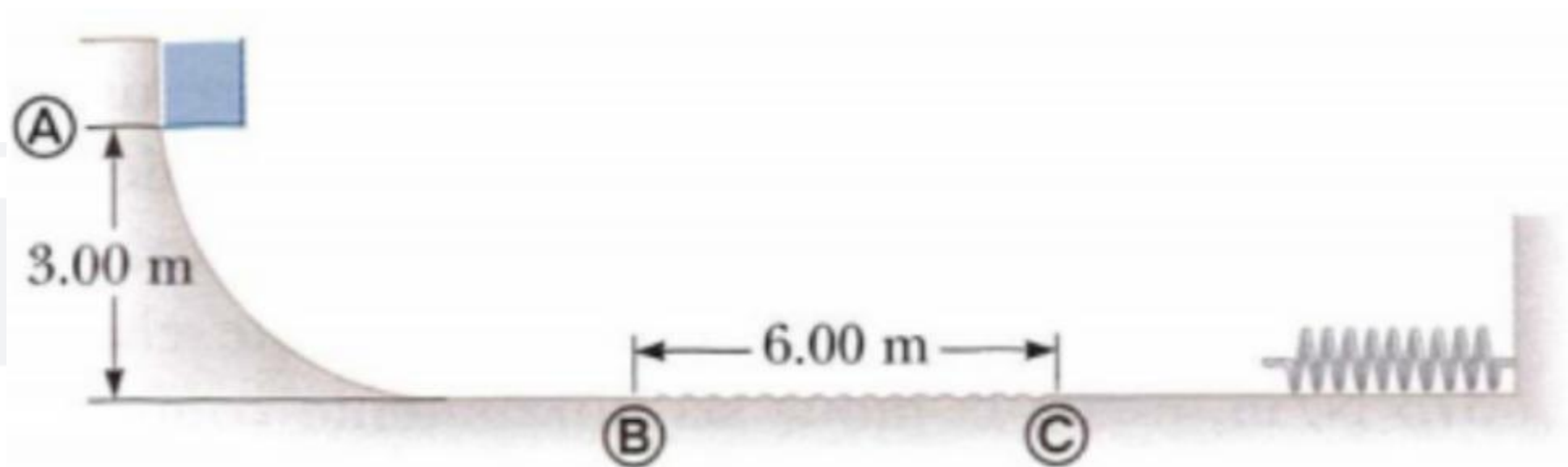
Successivamente inverte il verso del moto, muovendosi quindi da destra verso sinistra ripercorrendo il tratto tra i punti C e B , e risale parzialmente la salita verso A , arrestandosi però in un punto D (non mostrato in figura) posto ad una altezza h rispetto al piano orizzontale prima di invertire nuovamente il verso del moto.

Si richiedono:

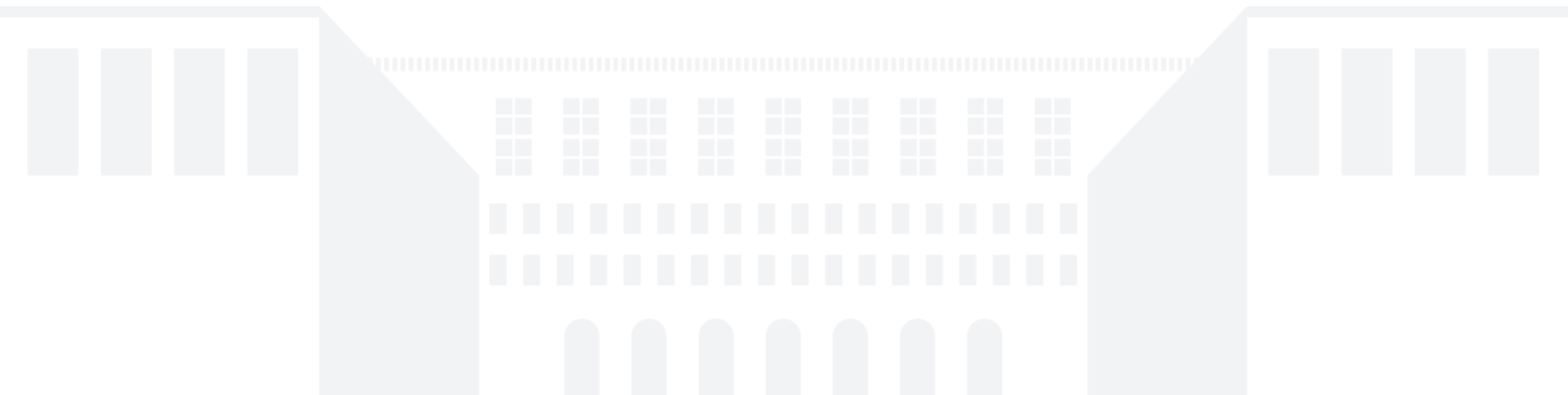
- a) La velocità v_b con cui il corpo giunge in B la prima volta mentre viaggia da sinistra a destra
- b) Il coefficiente di attrito dinamico tra il blocco e la superficie del tratto scabro tra i punti B e C
- c) L'altezza h del punto D in cui il corpo si arresta momentaneamente

[R. $7,67 \text{ m/2}$; $0,222$; $33,6 \text{ cm}$]

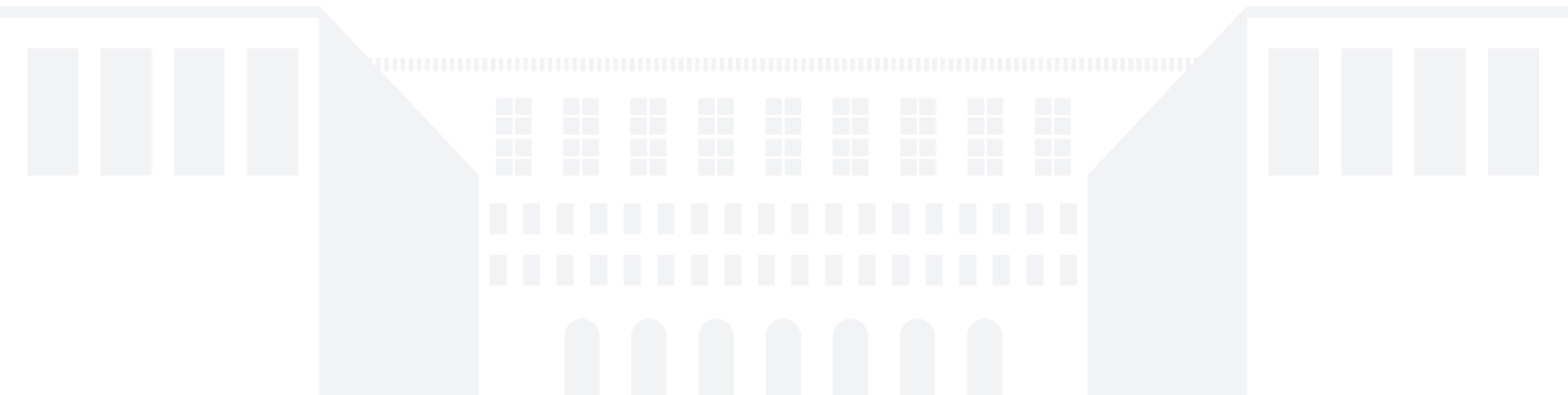
Esercizi applicativi 7



Esercizi applicativi 7



Esercizi applicativi 7





UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI TRIESTE

Arrivederci

- lbrombal@units.it