

Preappello Ist. Matematiche A (Scienze Geologiche) – Prof. Fabio Vlacci
A.A. 2023/2024

LEGGERE ATTENTAMENTE IL TESTO E GIUSTIFICARE (QUANDO RICHiesto) LE RISPOSTE AI QUESITI.

Scrivere il proprio

NOME.....

COGNOME.....

NUMERO MATRICOLA.....

1. Mostrare che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, il numero $d_n = n(17n^2 + 103)$ è un multiplo di 6. Si calcoli, qualora esista,

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{d_{n+1}}{6d_n}.$$

2. In un sistema di riferimento cartesiano ortonormale di $\mathbb{R}^3$, sia A il punto di coordinate $(2, 2, 1)$.

Si verifichi se A appartiene alla sfera $\mathcal{S}$ di centro $C = (5, 6, 1)$ e raggio 5, oppure se A è interno o esterno a $\mathcal{S}$.

Si scriva l'equazione della retta passante per A e per C .

Si determinino inoltre le equazioni cartesiane dei piani tangenti alla sfera $\mathcal{S}$ nei punti in cui la retta passante per A e per C interseca $\mathcal{S}$.

Detta A' la proiezione di A sul piano individuato dagli assi x e y , si determinino le coordinate polari di A' .

3. La successione di termine generale $a_n = 1/n + \sin(1/n)$ ($n \geq 1$) risulta

a) monotóna decrescente e limitata inferiormente, per cui si ha $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \dots$

b) monotóna crescente e illimitata superiormente, per cui si ha $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \dots$

c) periodica per cui non esiste il $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$

d) limitata e non monotóna, ma il $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \dots$

4. Si calcolino, se esistono,

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^{2n} - 2^{-n}}{(2^n - 1)^2} \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(1 + \sqrt{x}) - \ln(1 - \sqrt{x})}{\sqrt{x}}$$

5. Determinare dominio ed eventuali asintoti della funzione

$$f(x) = |x|e^{\frac{1+x}{x}}.$$

Stabilire infine il sottoinsieme del dominio di f ove f risulti

- a) positiva;
- b) derivabile;
- c) crescente;
- d) convessa.

È possibile estendere per continuità la funzione f su tutto l'asse reale?

6. * Sull'insieme dei numeri interi $\mathbb{Z}$ si consideri la relazione $\mathcal{R}$

$$m \sim_{\mathcal{R}} n \iff |m - n| \text{ risulta pari.}$$

Stabilire se la relazione $\mathcal{R}$ è o meno una relazione di equivalenza.

Nel caso in cui la relazione $\mathcal{R}$ sia di equivalenza, descrivere le classi quoziente.