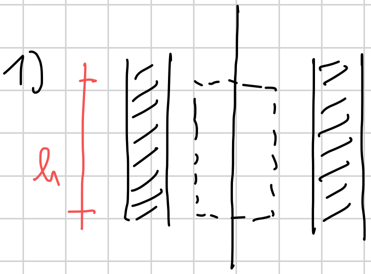
ESERCIZIO 1

1)



Il campo è radiale, diretto verso l'esterno per $\lambda > 0$.
Flusso attraverso una superficie gaussiana cilindrica:

$r < a$ $\quad E\,2\pi r h = \frac{\lambda h}{\varepsilon_0} \Rightarrow \vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\hat{r}$

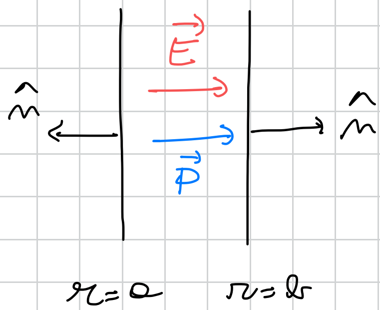
$a < r < b$ $\quad$ Il campo è ridotto di un fattore $1/\varepsilon_r$

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r}\hat{r}$$

$r > b$ $\quad \vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\hat{r}$

2) Il vettore di polarizzazione è $\vec{P} = \chi\varepsilon_0\vec{E}$ con $\chi = \varepsilon_r - 1$

La carica di polarizzazione è distribuita sulla superficie



$$\sigma_p = \vec{P}\cdot\hat{n}$$

$r = a$ $\quad \boxed{\sigma_p^a = -\chi\varepsilon_0 E = -\frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r}\frac{\lambda}{2\pi a} \approx -22\,\mu C/m^2}$

$r = b$ $\quad \boxed{\sigma_p^b = \chi\varepsilon_0 E = \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r}\frac{\lambda}{2\pi b} \approx 17\,\mu C/m^2}$

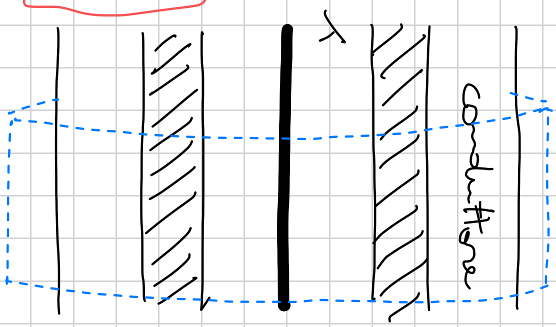
3) $\boxed{V_P - V_A} = -\int_A^P \vec{E}\cdot d\vec{r} = -\int_a^R E\,dr = -\int_a^b E\,dr - \int_b^R E\,dr =$

$$= -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\varepsilon_r}\int_a^b \frac{dr}{r} + \int_b^R \frac{dr}{r}\right) = \boxed{-\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\varepsilon_r}\log\frac{b}{a} + \log\frac{R}{b}\right) \approx -87\,kV}$$

4) Per $r \le b$ tutto rimane uguale

$b < r < c$ $\qquad \boxed{\vec{E} = 0}$

$r > c$

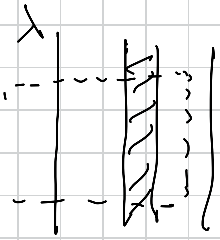


la carica all'interno della sup. gaussiana è λ

$$\Rightarrow \boxed{\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi \varepsilon_0 r} \hat{r}}$$

Carica: $r = b$

La carica indotta deve schermare quella del filo per cancellare $\vec{E}$



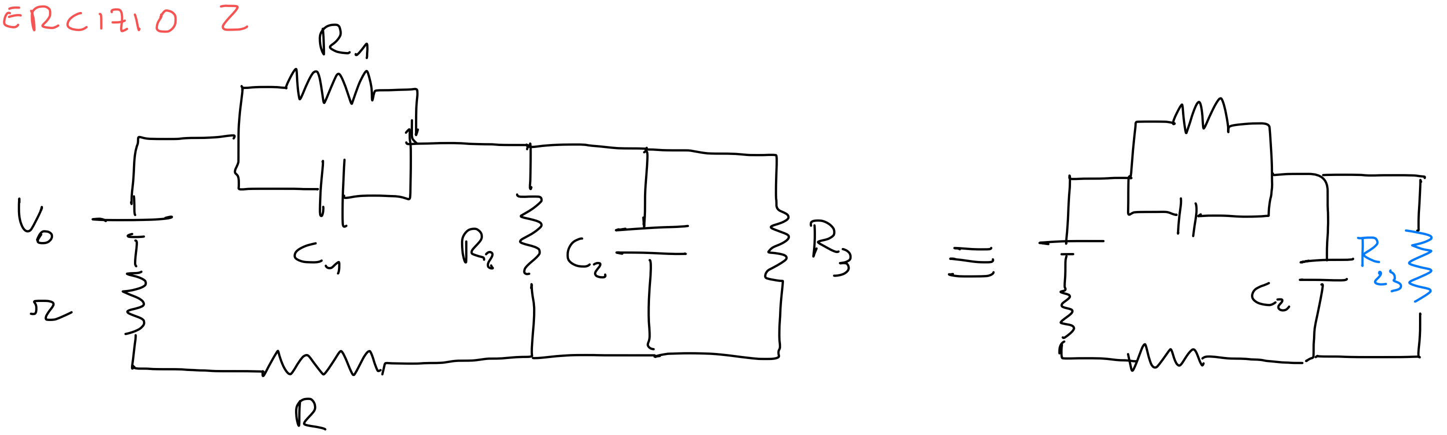
$$\sigma_c^b \, 2\pi b \, h + \lambda h = 0 \Rightarrow \boxed{\sigma_c^b = -\frac{\lambda}{2\pi b} \approx -22 \, \mu C/m^2}$$

$r = c$

Poiché il conduttore è neutro $\quad \sigma_c^c \, 2\pi c = \sigma_c^b \, 2\pi b$

$$\Rightarrow \boxed{\sigma_c^c = \frac{\lambda}{2\pi c} \approx 15 \, \mu C/m^2}$$

ESERCIZIO 2



1) Calcolo la resistenza equivalente al parallelo delle resistenze R_2 e R_3

$$R_{23} = \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)^{-1} \simeq 10\ \Omega$$

Applico la legge delle maglie alla maglia identificata dalle componenti

$$V_0,\ C_1,\ R_{23},\ R,\ r$$

$$\Rightarrow V_0 - \frac{Q_1}{C_1} - (R_{23} + R + r) I_0 = 0$$

$$\Rightarrow Q_1 = \left[V_0 - (R_{23} + R + r) I_0\right] C_1$$

L'energia nel condensatore è $\quad U_1 = \frac{1}{2} \frac{Q_1^2}{C_1} = \frac{1}{2}\left[V_0 - (R_{23} + R + r) I_0\right]^2 C_1$

La capacità è quindi $\quad \boxed{C_1 = \frac{2 U_1}{\left[V_0 - (R_{23} + R + r) I_0\right]^2} \approx 7.0\ \mu F}$

2) Sulla maglia C_2, R_{23} ho $\quad \frac{Q_2}{C_2} = R_{23} I_0 \Rightarrow Q_2 = R_{23} I_0 C_2$

L'energia è $\quad \boxed{U_2 = \frac{1}{2} \frac{Q_2^2}{C_2} = \frac{R_{23}^2 I_0^2 C_2}{2} \approx 12.5 \times 10^{-6}\ J}$

3) $I_1 = I_0$

I_2 e I_3 si ottengono da $\begin{cases} I_2 R_2 = I_3 R_3 \\ I_2 + I_3 = I_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_3 = I_2 R_2 / R_3 \\ I_2 \dfrac{R_2 + R_3}{R_3} = I_0 \end{cases}$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{aligned} I_2 &= \frac{R_3}{R_2 + R_3} I_0 \approx 0.33\ A \\ I_3 &= \frac{R_2}{R_2 + R_3} I_0 \approx 0.17\ A \end{aligned}}$$

4) $\boxed{W_0 = V_0 I_0 = 10 \quad W}$

R_1 si ricava dalla legge delle maglie

$$V_0 - (R_1 + R_{23} + R + r) I_0 = 0 \quad \Rightarrow R_1 = \frac{V_0}{I_0} - (R_{23} + R + r) \approx 23.5\,\Omega$$

$$W_{R_1} = R_1 I_0^2 \approx 5.9\,W$$

$$W_{R_2} = R_2 I_2^2 \approx 1.7\,W$$

$$W_{R_3} = R_3 I_3^2 \approx 0.8\,W$$

$$W_R = R I_0^2 \approx 1.25\,W$$

$$W_r = r I^2 \approx 0.37\,W$$

la cui somma è pari a W_0.

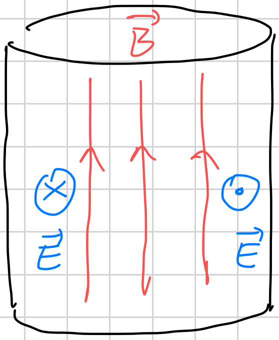
ESERCIZIO 3

1) Su 1 spira $\quad \mathcal{E}_1 = -S\dfrac{dB}{dt} = -\pi r^2 (2\alpha t - \beta)$

per $t_0 = 4.5\,s$ $\quad \boxed{\mathcal{E}_1 \approx -1.25\,mV}$

Su N spire $\quad \boxed{\mathcal{E} = N\mathcal{E}_1 = -1.6\,V}$

2)



A $t_0 = 4.5\,s$ $\quad B_z > 0$ e cresce

Il campo elettrico è orientato come in figura e vale in modulo

$$2\pi d_1 E = \left|\frac{d\phi_B}{dt}\right| = \pi d_1^2 \left|\frac{dB}{dt}\right| = \pi d_1^2 |2\alpha t_0 - \beta|$$

$$E = \frac{d_1}{2}|2\alpha t_0 - \beta| = 3.75\,\frac{mV}{m}$$

La forza vale quindi

$$\boxed{F = qE = \frac{q d_1}{2}|2\alpha t_0 - \beta| \approx 6.0 \times 10^{-22}\,N}$$

3) All'esterno del solenoide

$$2\pi d E = \pi r^2 \left|\frac{dB}{dt}\right| \Rightarrow E = \frac{r^2}{2d}|2\alpha t - \beta| \approx 2.5\,\frac{mV}{m}$$

$$\boxed{F = qE = \frac{q r^2}{2 d_2}(2\alpha t_0 - \beta) \approx 4.0 \times 10^{-22}\,N}$$

ESERCIZIO 4

1) $\langle I \rangle = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c E_0^2 = \varepsilon_0 c E_{eff}^2 \Rightarrow \boxed{E_{eff} = \sqrt{\frac{\langle I \rangle}{\varepsilon_0 c}} \approx 6.1 \times 10^2 \frac{V}{m}}$

2) La potenza che raggiunge la superficie della lente è

$$W = \langle I \rangle \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 \approx 20 \, W$$

L'energia $\Delta U = 100 J$ viene raccolta in un tempo

$$\boxed{\Delta t = \frac{\Delta U}{W} \approx 7.5 \, s}$$

3) Tutta la potenza della luce che attraversa la lente viene concentrata in un'area $\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2$. L'intensità nel punto focale è quindi

$$\langle I_F \rangle = \frac{W}{\pi (d/2)^2} = \langle I \rangle \frac{D^2}{d^2} \approx 2.8 \times 10^6 \frac{W}{m^2}$$

La pressione di radiazione (assumendo assorbimento totale) è quindi

$$\boxed{P = \frac{\langle I_F \rangle}{c} = \frac{\langle I \rangle}{c} \frac{D^2}{d^2} \approx 9.5 \, mPa}$$