

FORMULARIO METODI MATEMATICI 2026

Alcune formule trigonometriche

$$\sin(iz) = i \sinh(z); \quad \cos(iz) = \cosh(z);$$

$$\sin(x + iy) = \sin(x) \cosh(y) + i \cos(x) \sinh(y); \quad \cos(x + iy) = \cos(x) \cosh(y) - i \sin(x) \sinh(y)$$

$$\text{Residuo in un polo di ordine } n. \operatorname{Res}(f, z_0) = \frac{1}{(n-1)!} \lim_{z \rightarrow z_0} \frac{d^{n-1}}{dz^{n-1}} [(z - z_0)^n f(z)]$$

$$\text{Prodotto di convoluzione } (f * g)(x) = \int_{\mathbb{R}^N} f(y)g(x-y)dy = \int_{\mathbb{R}^N} f(x-y)g(y)dy$$

$$\text{Funzione } \Gamma \text{ di Eulero: } \Gamma(z) = \int_0^{+\infty} t^{z-1} e^{-t} dt.$$

Serie di Fourier

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(x) \cos(n\omega x) dx, \quad b_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(x) \sin(n\omega x) dx, \quad c_n = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(x) e^{-in\omega x} dx$$

$$\text{Identità di Parseval. } T \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |c_n|^2 = \frac{T}{2} \left(\frac{|a_0|^2}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty} (|a_n|^2 + |b_n|^2) \right) = \|f\|_2^2.$$

$$\text{Traformate di Fourier. } (\hat{f}(\omega) = \mathcal{F}\{f\}(\omega).)$$

$$\mathcal{F}\left\{\frac{d^k}{dx^k} f(x)\right\}(\omega) = (i\omega)^k \mathcal{F}\{f(x)\}(\omega); \quad \frac{d^k}{d\omega^k} \mathcal{F}\{f(x)\}(\omega) = (-i)^k \mathcal{F}\{x^k f(x)\}(\omega).$$

Traslazione nel tempo, traslazione nella frequenza, cambiamento di scala:

$$\mathcal{F}\{f(x - x_0)\}(\omega) = e^{-i\omega x_0} \hat{f}(\omega); \quad \mathcal{F}\{e^{i\omega_0 x} f(x)\}(\omega) = \hat{f}(\omega - \omega_0); \quad \mathcal{F}\{f(ax)\}(\omega) = \frac{1}{|a|} \hat{f}\left(\frac{\omega}{a}\right)$$

$$\text{Plancherel: } \|\hat{f}\|_{L^2}^2 = 2\pi \|f\|_{L^2}^2$$

Trasformate notevoli:

$$\mathcal{F}\{e^{-a|x|}\}(\omega) = \frac{2a}{a^2 + \omega^2}; \quad \mathcal{F}\left\{\frac{1}{a^2 + x^2}\right\}(\omega) = \frac{\pi}{a} e^{-a|\omega|}; \quad \mathcal{F}\{e^{-ax^2}\}(\omega) = \sqrt{\frac{\pi}{a}} e^{-\frac{\omega^2}{4a}};$$

$$\mathcal{F}\{p_{2a}(x)\}(\omega) = 2a \operatorname{sinc}\left(\frac{a\omega}{\pi}\right); \quad \mathcal{F}\{\Lambda_a(x)\}(\omega) = a^2 \operatorname{sinc}^2\left(\frac{a\omega}{2\pi}\right).$$

Trasformate di Laplace (Tutte le funzioni si considerano poste = 0 per valori negativi della variabile nel dominio del tempo. $F(s) = \mathcal{L}\{f\}(s)$.)

$$\mathcal{L}\left\{\frac{d^k}{dt^k} f\right\}(s) = s^k F(s) - s^{k-1} f(0^+) - s^{k-2} f'(0^+) - \dots - f^{(k-1)}(0^+)$$

$$\frac{d^k}{ds^k} \mathcal{L}\{f\}(s) = (-1)^k \mathcal{L}\{t^k f(t)\}(s)$$

Traslazione nel tempo, traslazione nella frequenza, cambiamento di scala:

$$\mathcal{L}\{f(t - t_0)\}(s) = e^{-st_0} F(s); \quad \mathcal{L}\{e^{s_0 t} f(t)\}(s) = F(s - s_0); \quad \mathcal{L}\{f(at)\}(s) = \frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right)$$

Trasformate notevoli:

$$\mathcal{L}\{\sin(at)\}(s) = \frac{a}{s^2 + a^2}; \quad \mathcal{L}\{\sinh(at)\}(s) = \frac{a}{s^2 - a^2};$$

$$\mathcal{L}\{\cos(at)\}(s) = \frac{s}{s^2 + a^2}; \quad \mathcal{L}\{\cosh(at)\}(s) = \frac{s}{s^2 - a^2}$$

$$\mathcal{L}\{t^\alpha\}(s) = \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{s^{\alpha+1}}.$$