

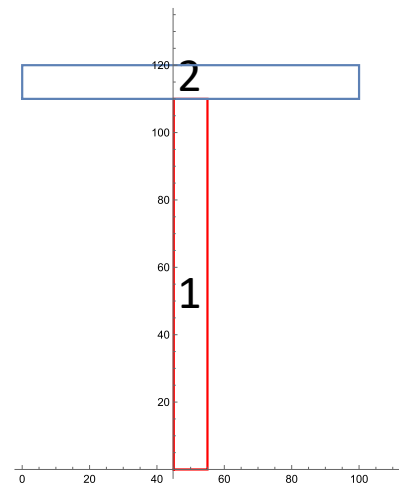
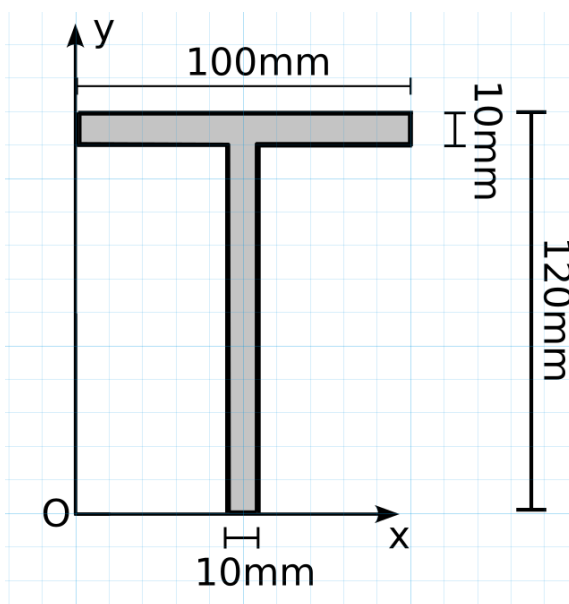
Esame di STATICA (036AR) –Prof. L. Cabras, Prof. M. Gei

I Appello, a.a. 2024/25, 19 giugno 2025

Soluzione

Quesito n. 1 [8/15]. Per la sezione in figura:

- individuare la posizione del baricentro;
- calcolare l'angolo d'inclinazione degli assi principali d'inerzia;
- calcolare i momenti principali d'inerzia.



Momenti statici e baricentro

$$A1 := 10 \cdot 110$$

$$xg1 := 50$$

$$yg1 := 55$$

$$Sx1 := A1 \cdot yg1$$

$$Sy1 := A1 \cdot xg1$$

$$A2 := 10 \cdot 100.$$

$$xg2 := 50$$

$$yg2 := 115$$

$$Sx2 := A2 \cdot yg2$$

$$Sy2 := A2 \cdot xg2$$

$$Atot = A1 + A2$$

$$Sxtot = Sx1 + Sx2$$

$$Sytot = Sy1 + Sy2$$

$$xg = Sytot / Atot$$

$$yg = Sxtot / Atot$$

$$2100.$$

$$175\,500.$$

$$105\,000.$$

$$50.$$

$$83.5714$$

Momenti d' inerzia rettangoli

$$I_{xxg1} = 1 / 12 * 10. * 110^3 \quad 1.10917 \times 10^6$$

$$I_{yyg1} = 1 / 12 * 110. * 10^3 \quad 9166.67$$

$$I_{xxg2} = 1 / 12 * 100. * 10^3 \quad 8333.33$$

$$I_{yyg2} = 1 / 12 * 10. * 100^3 \quad 833333.$$

Momenti d' inerzia sezione intera

$$I_{xxg} = I_{xxg1} + A1 * (yg1 - yg)^2 + I_{xxg2} + A2 * (yg2 - yg)^2$$

$$3.00321 \times 10^6$$

$$I_{yyg} = I_{yyg1} + A1 * (xg1 - xg)^2 + I_{yyg2} + A2 * (xg2 - xg)^2$$

$$842500.$$

$$I_{xyg} = A1 * (yg1 - yg) * (xg1 - xg) + A2 * (yg2 - yg) * (xg2 - xg)$$

$$0.$$

La sezione è simmetrica, quindi $I_{xyg}=0$, la rotazione degli assi è 0°

$$I_{maxPrinc} = \frac{I_{xxg} + I_{yyg}}{2} + \frac{1}{2} * \sqrt{(I_{xxg} - I_{yyg})^2 + 4 * I_{xyg}^2}$$

$$3.00321 \times 10^6$$

Massimo

$$RotazionePrinc = \frac{1}{2} * \text{ArcTan} \left[-\frac{2 * I_{xyg}}{I_{xxg} - I_{yyg}} \right] = 0$$

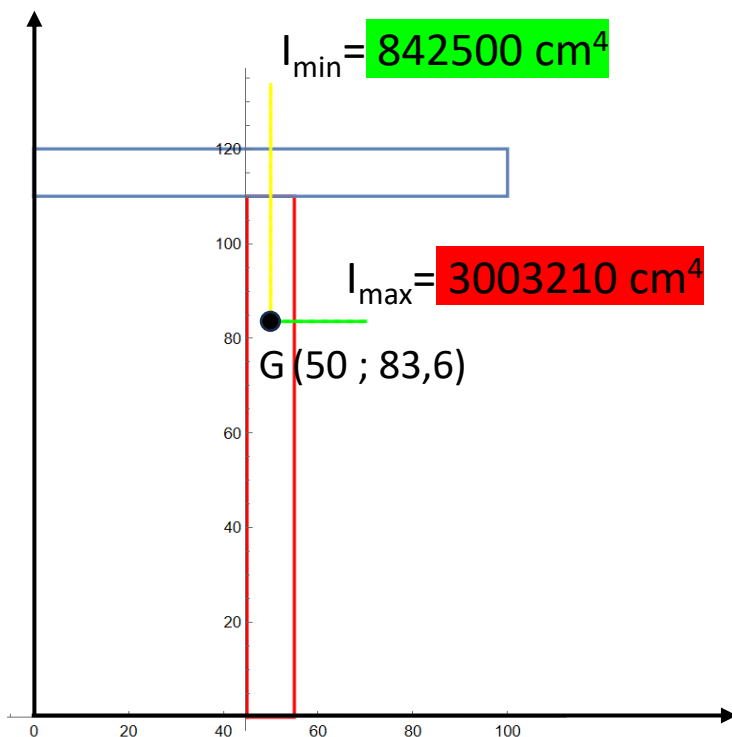
$$I_{minPrinc} = \frac{I_{xxg} + I_{yyg}}{2} - \frac{1}{2} * \sqrt{(I_{xxg} - I_{yyg})^2 + 4 * I_{xyg}^2}$$

$$842500.$$

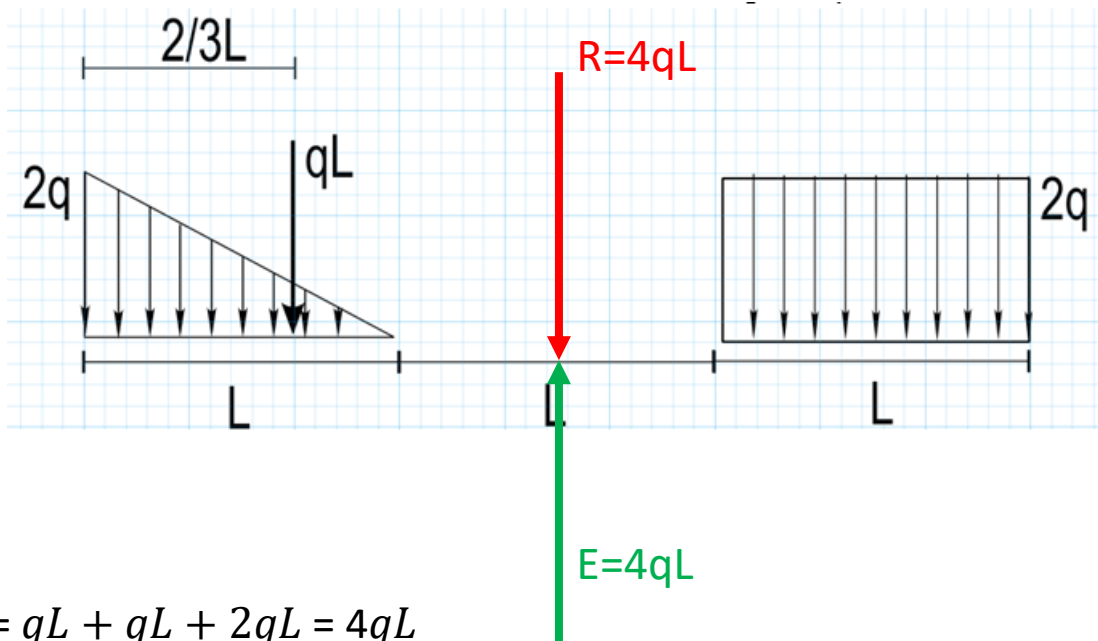
Minimo

$$I_{xy}=0$$

quindi gli assi principali
coincidono con gli assi x e y



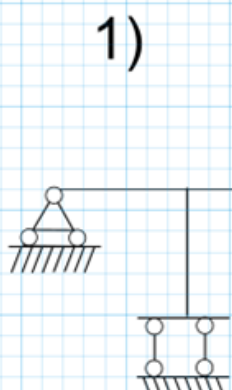
Quesito n. 2 [4/15]. Determinare il vettore che rende il sistema in figura equilibrato.



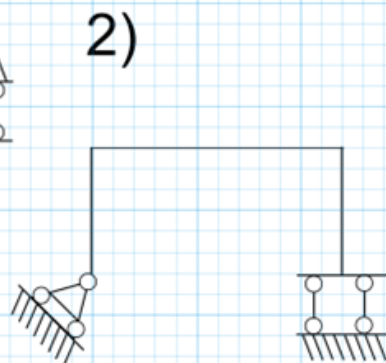
$$R = qL + qL + 2qL = 4qL$$

$$x = \left[(qL) \left(\frac{1}{3}L \right) + (qL) \left(\frac{2}{3}L \right) + (2qL) \left(\frac{5}{2}L \right) \right] / R = \frac{3}{2}L$$

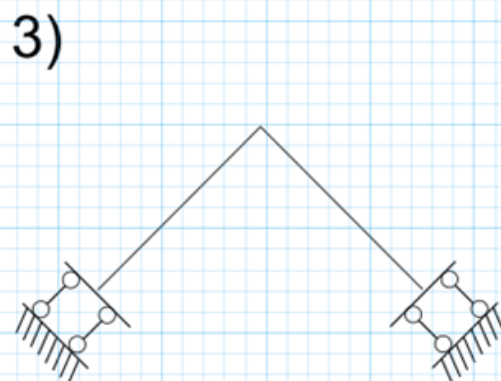
Quesito n. 3 [3/15]. Determinare per ciascuna struttura se risulta isostatica, iperstatica o labile. Se presente individuare la posizione del centro di istantanea rotazione.



labile
c.i.r. esiste,
punto improprio verticale
 $m=4$

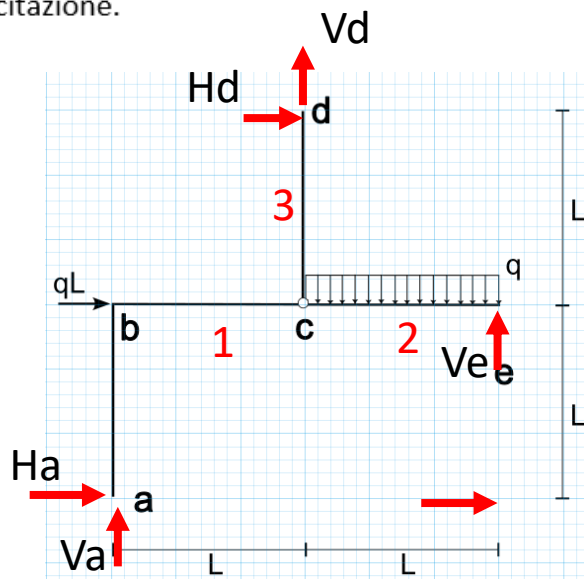
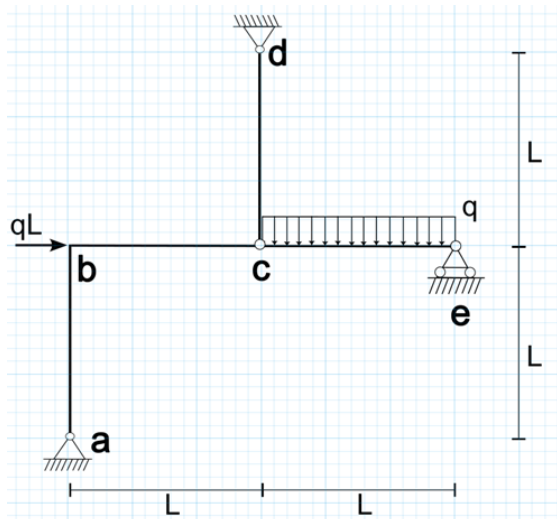


isostatica
c.i.r. non esiste
 $m=3$



Iperstatica
c.i.r. non esiste
 $m=4$

Quesito n.4 [10/16]. Verificare l'isostaticità della struttura in figura, calcolarne le reazioni vincolari e tracciare i diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione.



Reazioni vincolari

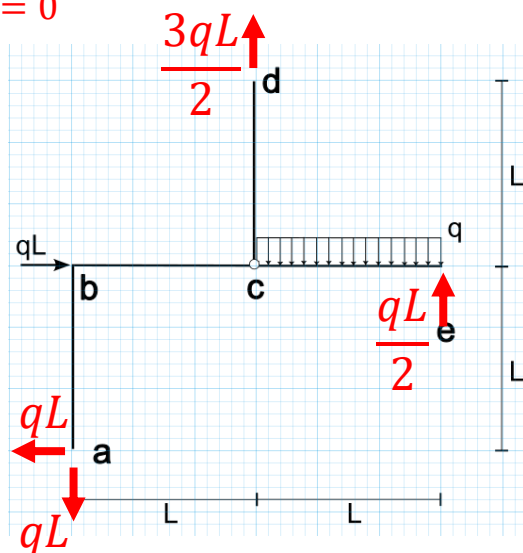
- 1) $H_a + H_d + qL = 0$
- 2) $V_a + V_d + V_e - qL = 0$
- 3) $-qL \cdot L - H_d \cdot 2L + V_d \cdot L - qL \cdot \frac{3L}{2} + V_e \cdot 2L = 0$ (In A)
- 4) $V_e \cdot L - qL \cdot \frac{L}{2} = 0$ (Eq. ausiliaria, equilibrio alla rotazione asta 2 intorno alla cerniera C)
- 5) $H_d \cdot L = 0$ (Eq. ausiliaria, equilibrio alla rotazione asta 3 intorno alla cerniera C)

Nota: si poteva vedere fin dall'inizio che $H_d=0$ essendo l'asta 3 una biella scarica (in questo caso l'eq.5 non sarebbe stata necessaria avendo solo 4 reazioni vincolari da determinare)

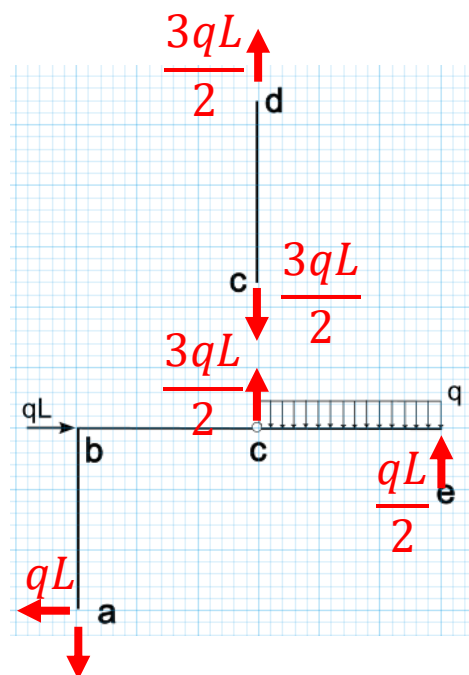
Al posto dell'equazione cardinale della statica n°3, si può scrivere un'equazione ausiliaria imponendo l'equilibrio alla rotazione dell'asta 1 intorno alla cerniera C (più semplice)

$$3) H_a \cdot L - V_a \cdot L = 0$$

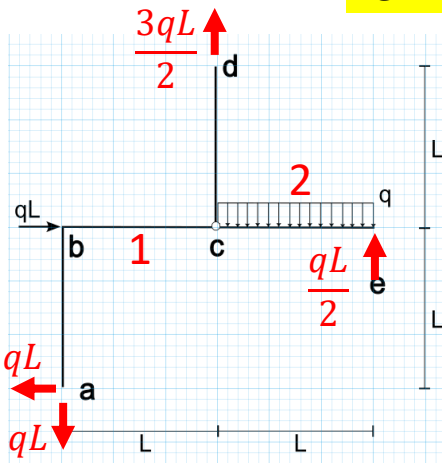
- $H_a = -qL$
- $V_a = -qL$
- $V_e = \frac{qL}{2}$
- $V_d = \frac{3qL}{2}$
- $H_d = 0$



Asta 3 come biella



Verifica dei risultati (importante)



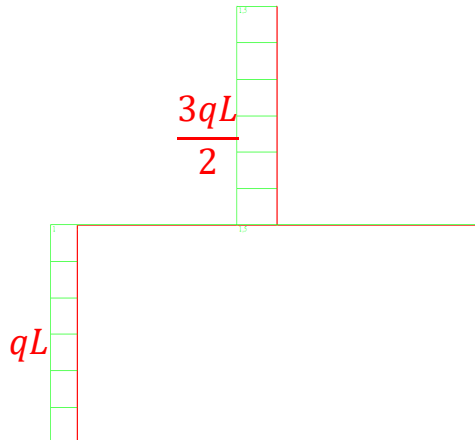
- 1) $\sum F_x = 0 \quad -qL + qL = 0$
- 2) $\sum F_y = 0 \quad -qL - qL + \frac{qL}{2} + \frac{3qL}{2} = 0$
- 3) $\sum M = 0 \quad -qL \cdot L + \frac{3qL}{2} \cdot L - qL \cdot \frac{3L}{2} + \frac{qL}{2} \cdot 2L = 0 \quad (\text{In } A)$
- 4) $\sum M = 0 \quad -qL \cdot L + qL \cdot L = 0 \quad (\text{rotazione asta 1 intorno alla cerniera } C)$
- 5) $\sum M = 0 \quad -qL \cdot \frac{L}{2} + \frac{qL}{2} \cdot L = 0 \quad (\text{rotazione asta 2 intorno alla cerniera } C)$

Nell'equazione n°3 il polo A è arbitrario quindi è possibile scegliere un altro punto.

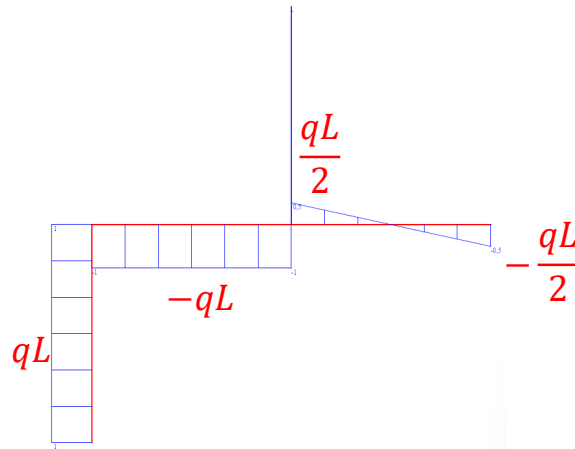
L'equilibrio alla rotazione dell'asta 3 intorno a C è garantito.

Diagrammi

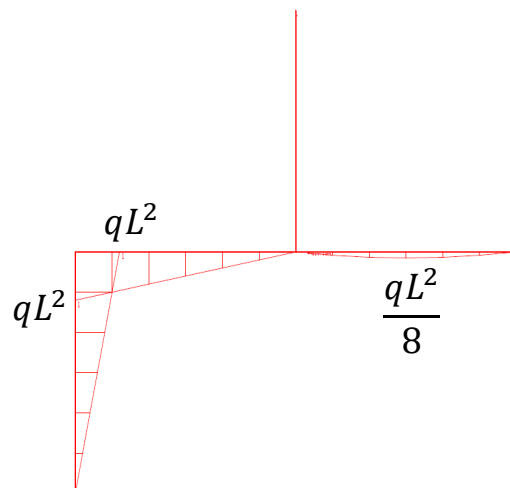
Azione assiale



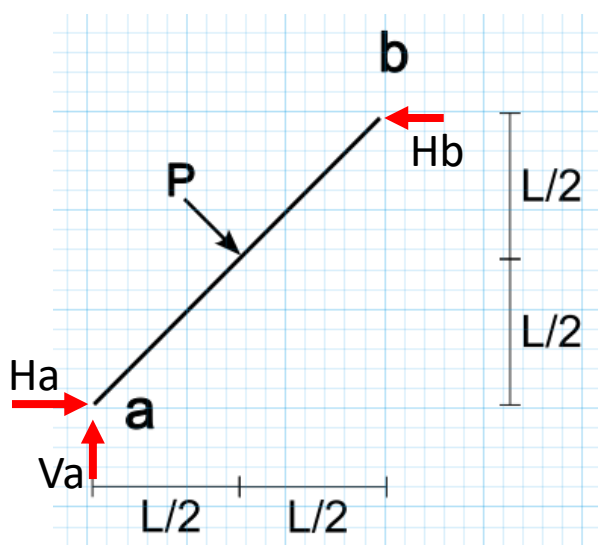
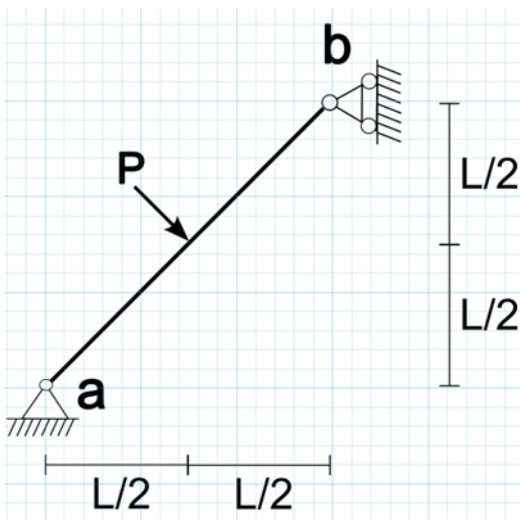
Taglio



Momento flettente

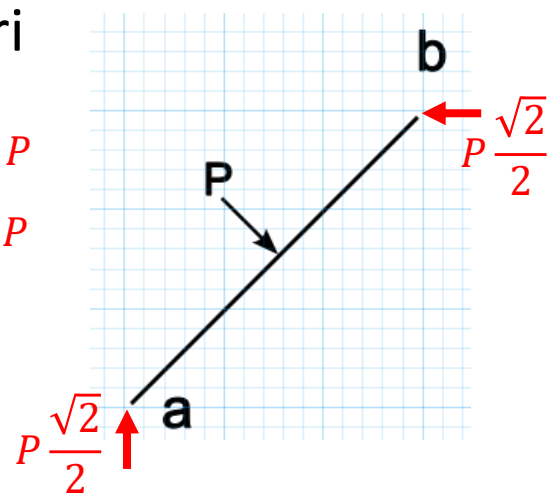


Quesito n.5 [6/16]. Calcolare le reazioni vincolari e le caratteristiche di sollecitazione della trave inclinata.

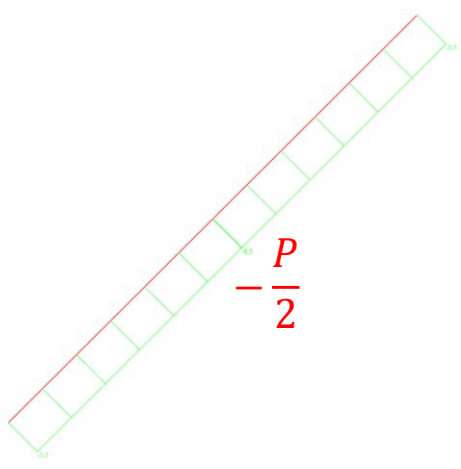


Reazioni vincolari

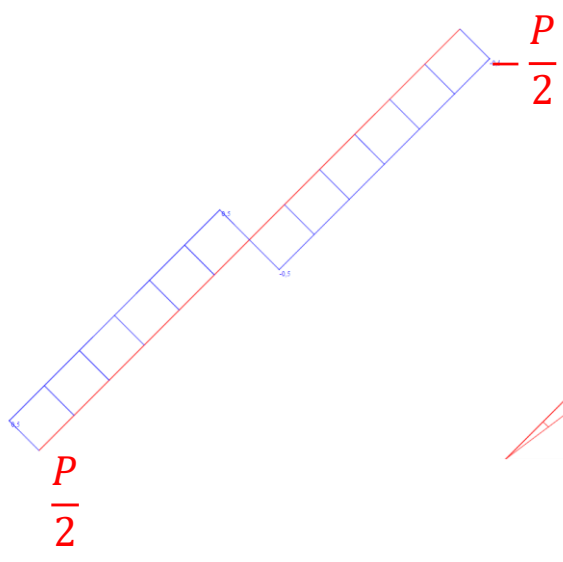
- 1) $H_a - H_b + \frac{\sqrt{2}}{2} P = 0$
 - 2) $V_a - \frac{\sqrt{2}}{2} P = 0$
 - 3) $H_b \cdot L - P \cdot \frac{\sqrt{2}L}{2} = 0 \quad (In a)$
- $H_b = \frac{\sqrt{2}}{2} P$
 - $V_a = \frac{\sqrt{2}}{2} P$
 - $H_a = 0$



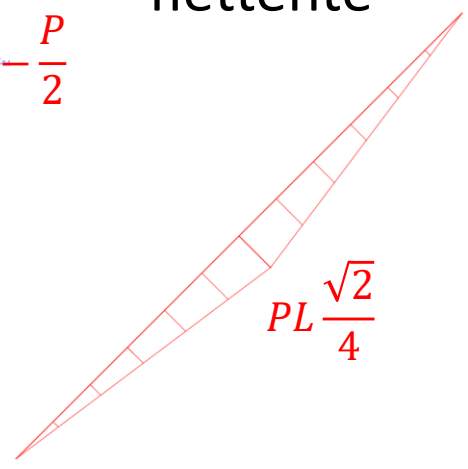
Azione assiale



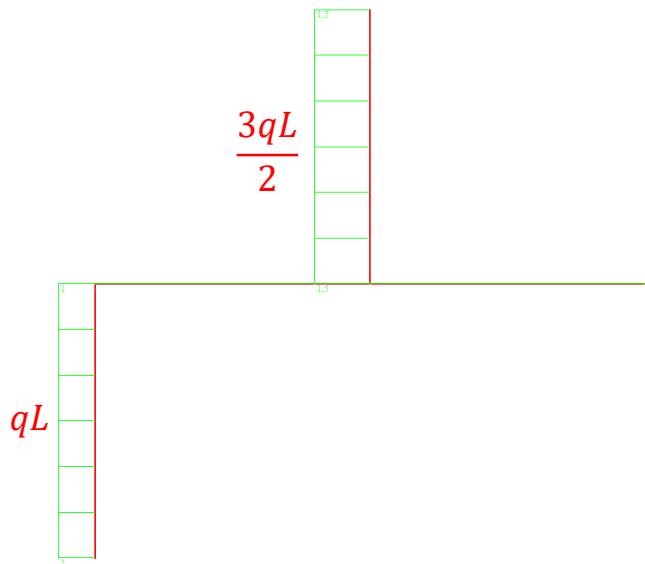
Taglio



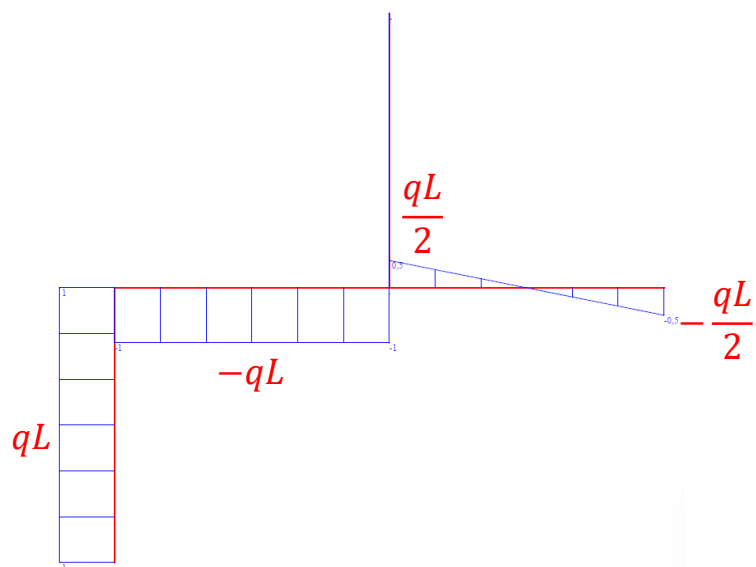
Momento flettente



Azione
assiale



Taglio



Momento
flettente

