

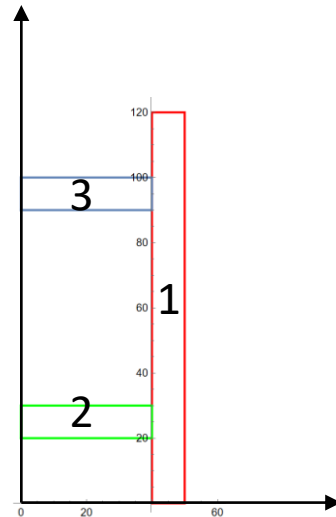
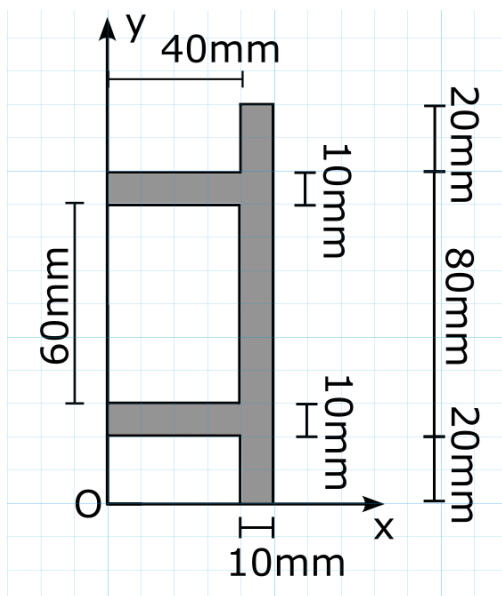
Esame di STATICA (036AR) –Prof. L. Cabras, Prof. M. Gei

III Appello, a.a. 2024/25, 04 settembre 2025

Soluzione

Quesito n. 1 [8/15]. Per la sezione in figura:

- individuare la posizione del baricentro;
- calcolare l'angolo d'inclinazione degli assi principali d'inerzia;
- calcolare i momenti principali d'inerzia.



Momenti statici e baricentro

$$A1 := 10 \cdot 120$$

$$xg1 := 45$$

$$yg1 := 60$$

$$Sx1 := A1 \cdot yg1$$

$$Sy1 := A1 \cdot xg1$$

$$A2 := 10 \cdot 40.$$

$$xg2 := 20$$

$$yg2 := 25$$

$$Sx2 := A2 \cdot yg2$$

$$Sy2 := A2 \cdot xg2$$

$$A3 := 10 \cdot 40$$

$$xg3 := 20$$

$$yg3 := 95$$

$$Sx3 := A3 \cdot yg3$$

$$Sy3 := A3 \cdot xg3$$

$$Atot = A1 + A2 + A3$$

$$Sxtot = Sx1 + Sx2 + Sx3$$

$$Sytot = Sy1 + Sy2 + Sy3$$

$$xg = Sytot / Atot$$

$$yg = Sxtot / Atot$$

$$2000.$$

$$120000.$$

$$70000.$$

$$35.$$

$$60.$$

Momenti d' inerzia rettangoli

$I_{xxg1} = 1 / 12 * 10. * 120^3$	1.44×10^6
$I_{yyg1} = 1 / 12 * 120. * 10^3$	$10000.$
$I_{xxg2} = 1 / 12 * 40. * 10^3$	3333.33
$I_{yyg2} = 1 / 12 * 10. * 40^3$	53333.3
$I_{xxg3} = 1 / 12 * 40. * 10^3$	3333.33
$I_{yyg3} = 1 / 12 * 10. * 40^3$	53333.3

Momenti d' inerzia sezione intera

$I_{xxg} = I_{xxg1} + A1 * (yg1 - yg)^2 + I_{xxg2} + A2 * (yg2 - yg)^2 + I_{xxg3} + A3 * (yg3 - yg)^2$	2.42667×10^6
$I_{yyg} = I_{yyg1} + A1 * (xg1 - xg)^2 + I_{yyg2} + A2 * (xg2 - xg)^2 + I_{yyg3} + A3 * (xg3 - xg)^2$	$416667.$
$I_{xyg} = A1 * (yg1 - yg) * (xg1 - xg) + A2 * (yg2 - yg) * (xg2 - xg) + A3 * (yg3 - yg) * (xg3 - xg)$	$0.$

La sezione ha un asse di simmetria, quindi $I_{xyg}=0$, gli assi principali non sono ruotati

$$I_{maxPrinc} = \frac{I_{xxg} + I_{yyg}}{2} + \frac{1}{2} * \sqrt{(I_{xxg} - I_{yyg})^2 + 4 * I_{xyg}^2}$$

2.42667×10^6 Massimo

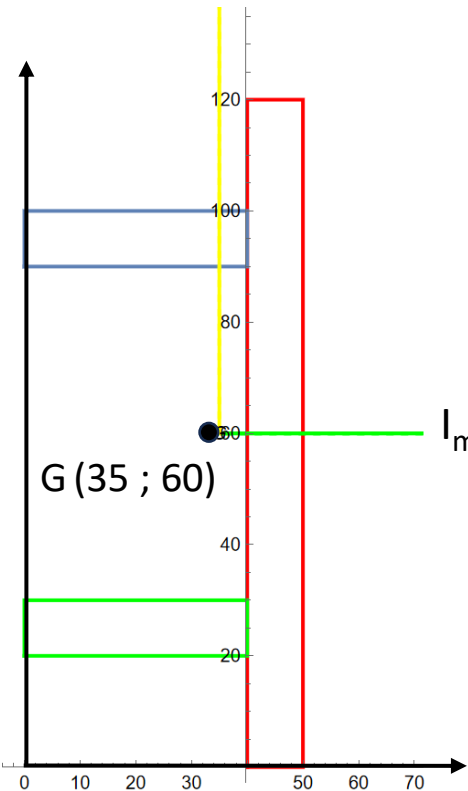
$$RotazionePrinc = \frac{1}{2} * ArcTan \left[- \frac{2 * I_{xyg}}{I_{xxg} - I_{yyg}} \right] = 0$$

$$I_{minPrinc} = \frac{I_{xxg} + I_{yyg}}{2} - \frac{1}{2} * \sqrt{(I_{xxg} - I_{yyg})^2 + 4 * I_{xyg}^2}$$

$$RotazionePrincGradi = RotazionePrinc * 180 / \pi$$

$416667.$ Minimo

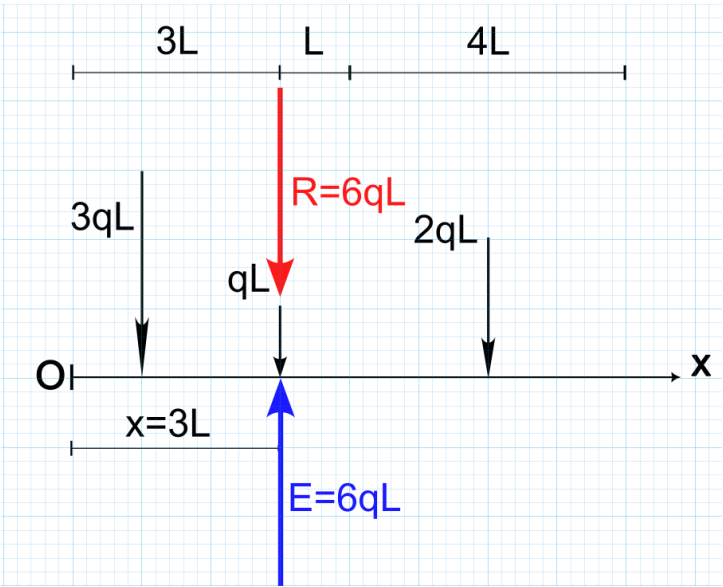
$$I_{min} = 416667 \text{ cm}^4$$



$$I_{xx}^G > I_{yy}^G \quad I_{xx}^G \xrightarrow{1} I_{max} \quad e \quad I_{yy}^G \xrightarrow{1} I_{min}$$

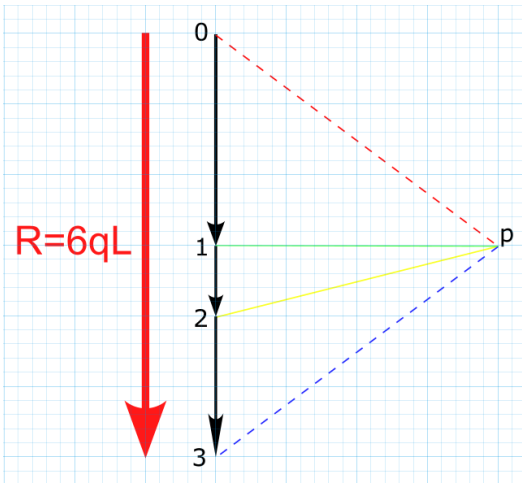
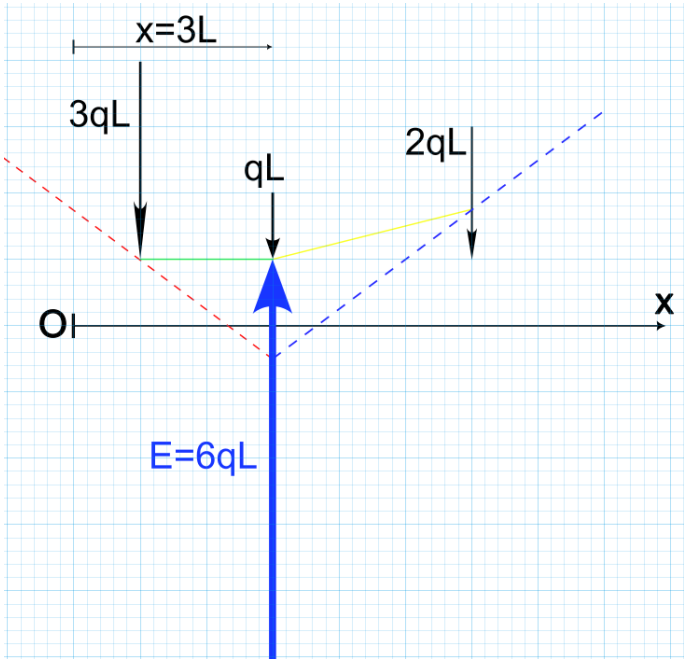
$$I_{max} = 2426670 \text{ cm}^4$$

Quesito n. 2 [4/15]. Determinare il vettore che rende il sistema in figura equilibrato. Misurare la posizione dell'asse centrale rispetto al punto O.

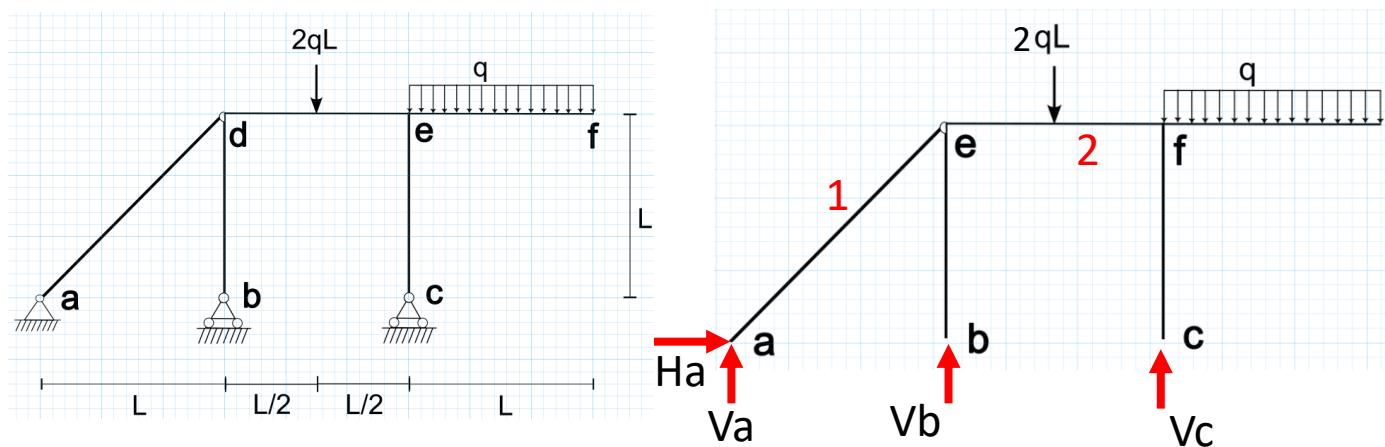


$$R = 3qL + qL + 2qL = 6qL$$
$$x = [(3qL)L + (qL)(3L) + (2qL)(6L)]/R = 3L$$

Quesito n. 3 [3/15]. Dopo aver ricondotto ciascun carico distribuito al vettore equivalente, calcolare il vettore che rende il sistema equilibrato attraverso il poligono funicolare. Misurare la posizione dell'asse centrale rispetto al punto O.



Quesito n.4 [10/16]. Verificare l'isostaticità della struttura in figura, calcolarne le reazioni vincolari e tracciare i diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione.

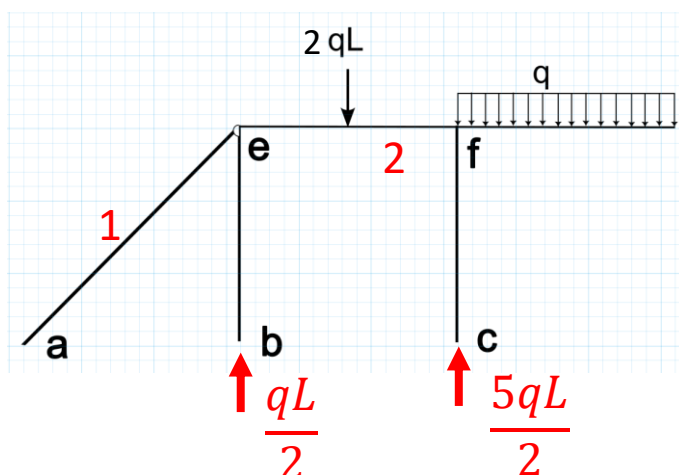


Reazioni vincolari

- 1) $H_a = 0$
- 2) $V_a + V_b + V_c - 3qL = 0$
- 3) $V_b \cdot L + V_c \cdot 2L - 2qL \cdot \frac{3L}{2} - qL \cdot \frac{5L}{2} = 0$ (In A)
- 4) $H_a \cdot L - V_a \cdot L = 0$ (Eq. ausiliaria, equilibrio alla rotazione asta 1 intorno alla cerniera E)

Nota: si poteva vedere fin dall'inizio che $V_d=0$ essendo l'asta 1 una biella scarica (in questo caso l'eq.4 non sarebbe stata necessaria)

- $V_b = \frac{qL}{2}$
- $V_c = \frac{5qL}{2}$
- $V_a = 0$
- $H_a = 0$



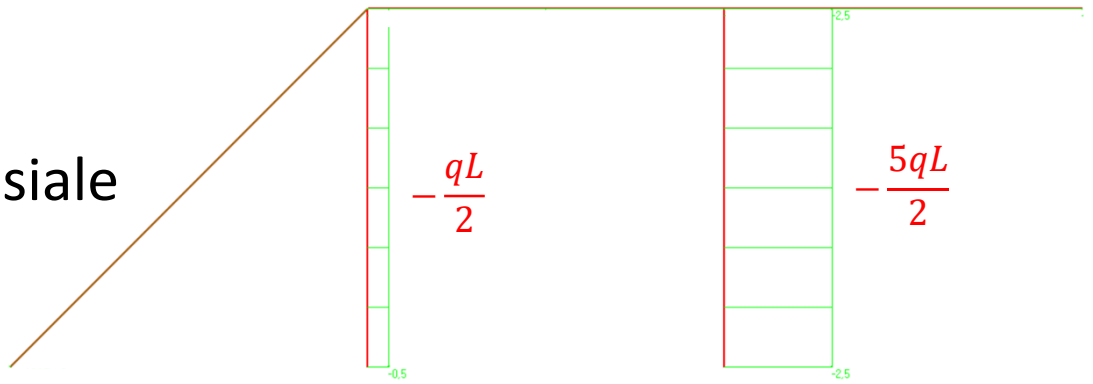
Verifica dei risultati (importante)

- 1) $\sum F_x = 0$ $0 = 0$
- 2) $\sum F_y = 0$ $V_a + V_b + V_c - 3qL = 0$
- 3) $\sum M = 0$ $\frac{qL}{2} \cdot L + \frac{5qL}{2} \cdot 2L - 2qL \cdot \frac{3L}{2} - qL \cdot \frac{5L}{2} = 0$ (In A)
- 4) $\sum M = 0$ $0 = 0$ (rotazione asta 1 intorno alla cerniera E)
- 5) $\sum M = 0$ $\frac{5qL}{2} \cdot L - 2qL \cdot \frac{L}{2} - qL \cdot \frac{3L}{2} = 0$ (rotazione asta 2 intorno alla cerniera E)

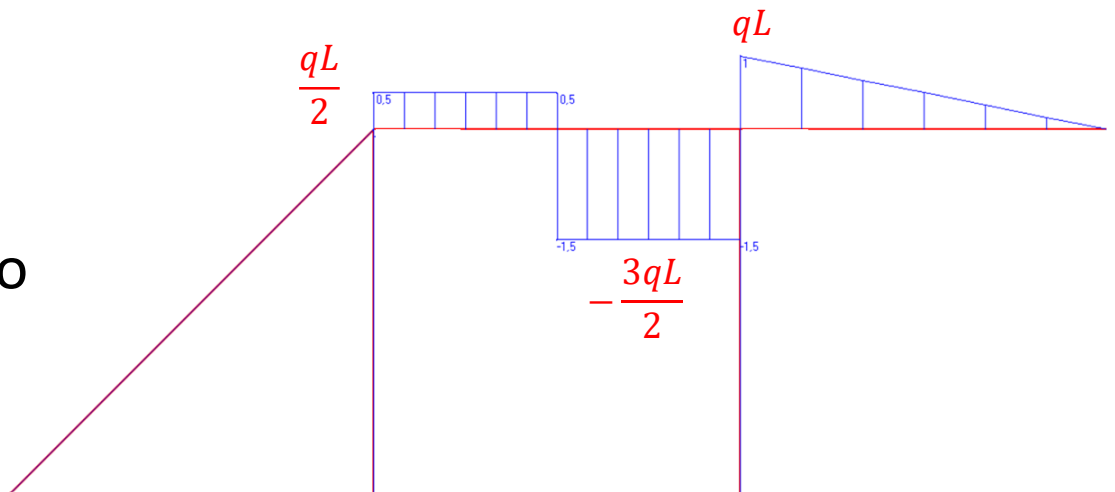
Nell'equazione n°3 il polo A è arbitrario quindi è possibile scegliere un altro punto.

Diagrammi

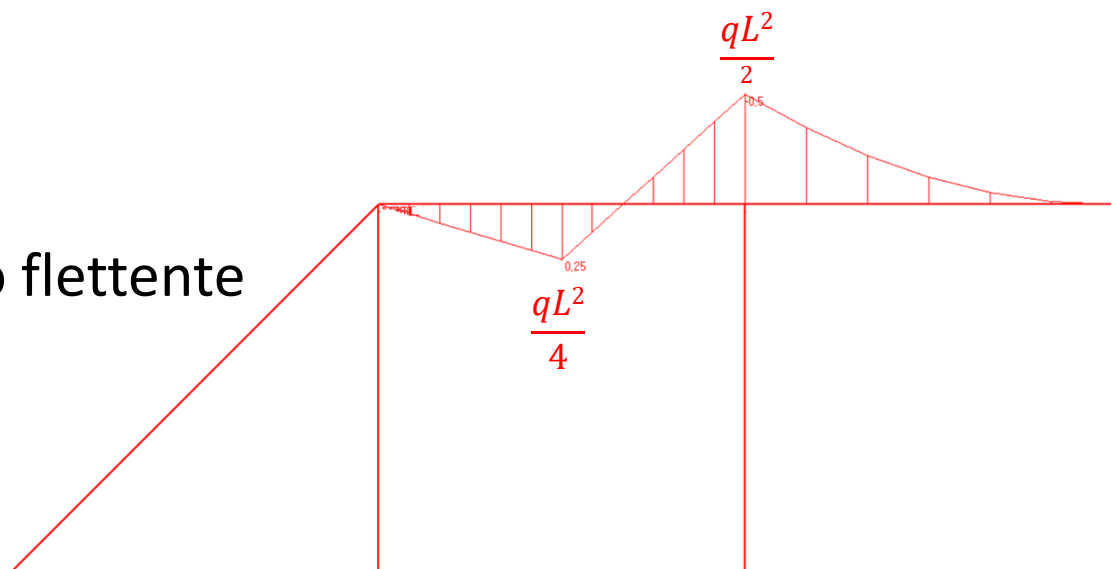
Azione assiale



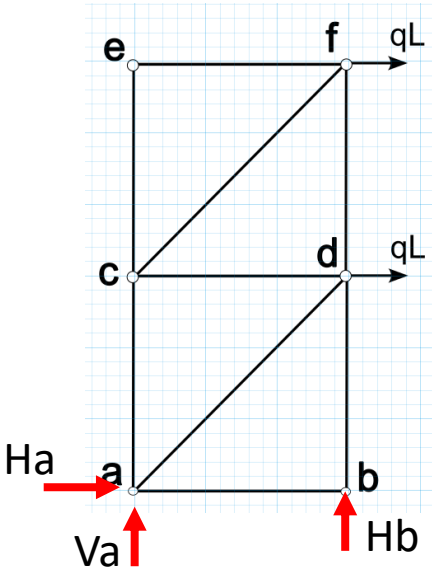
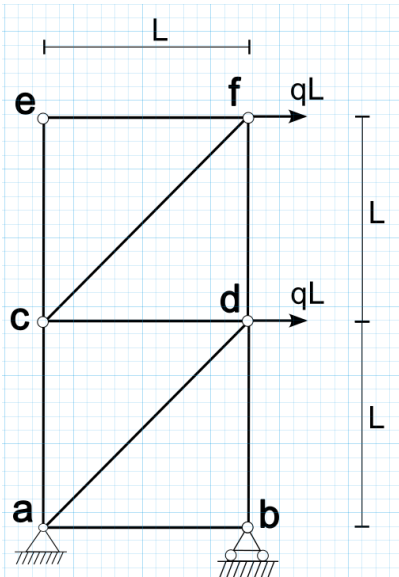
Taglio



Momento flettente



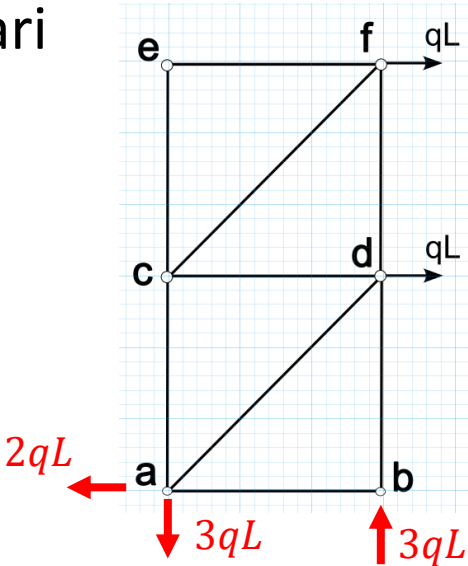
Quesito n.5 [6/16]. Calcolare le reazioni vincolari e le caratteristiche di sollecitazione della trave reticolare.



Reazioni vincolari

- 1) $H_a + 2qL = 0$
- 2) $V_a + V_b = 0$
- 3) $H_b \cdot L - qL \cdot L - qL \cdot 2L = 0$

- $H_a = -2qL$
- $V_a = -3qL$
- $H_b = 3qL$



Azione assiale

