

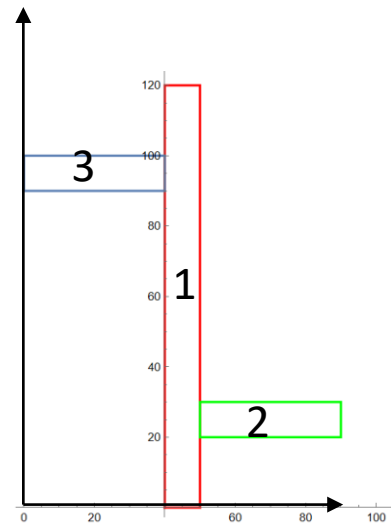
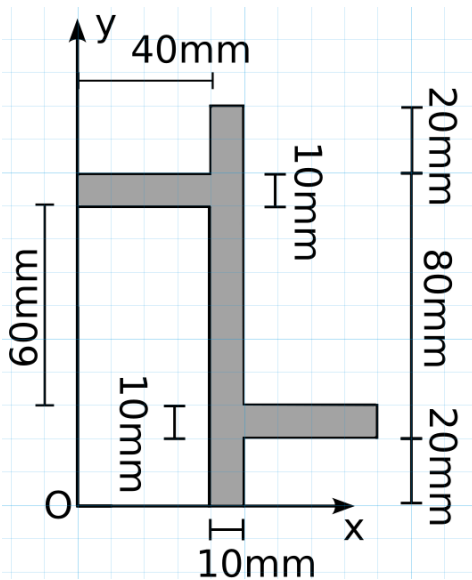
Esame di STATICA (036AR) –Prof. L. Cabras, Prof. M. Gei

IV Appello, a.a. 2024/25, 18 settembre 2025

Soluzione

Quesito n. 1 [8/15]. Per la sezione in figura:

- individuare la posizione del baricentro;
- calcolare l'angolo d'inclinazione degli assi principali d'inerzia;
- calcolare i momenti principali d'inerzia.



Momenti statici e baricentro

```

A1 := 10 * 120
xg1 := 45
yg1 := 60
Sx1 := A1 * yg1
Sy1 := A1 * xg1
A2 := 10 * 40.
xg2 := 70
yg2 := 25
Sx2 := A2 * yg2
Sy2 := A2 * xg2
A3 := 10 * 40
xg3 := 20
yg3 := 95
Sx3 := A3 * yg3
Sy3 := A3 * xg3

```

```

Atot = A1 + A2 + A3          2000.
Sxtot = Sx1 + Sx2 + Sx3      120000.
Sytot = Sy1 + Sy2 + Sy3      90000.
xg = Sytot / Atot            45.
yg = Sxtot / Atot            60.

```

Momenti d' inerzia rettangoli

$I_{xxg1} = 1 / 12 * 10. * 120^3$	1.44×10^6
$I_{yyg1} = 1 / 12 * 120. * 10^3$	$10000.$
$I_{xxg2} = 1 / 12 * 40. * 10^3$	3333.33
$I_{yyg2} = 1 / 12 * 10. * 40^3$	53333.3
$I_{xxg3} = 1 / 12 * 40. * 10^3$	3333.33
$I_{yyg3} = 1 / 12 * 10. * 40^3$	53333.3

Momenti d' inerzia sezione intera

$I_{xxg} = I_{xxg1} + A1 * (yg1 - yg)^2 + I_{xxg2} + A2 * (yg2 - yg)^2 + I_{xxg3} + A3 * (yg3 - yg)^2$	2.42667×10^6
$I_{yyg} = I_{yyg1} + A1 * (xg1 - xg)^2 + I_{yyg2} + A2 * (xg2 - xg)^2 + I_{yyg3} + A3 * (xg3 - xg)^2$	$616667.$
$I_{xyg} = A1 * (yg1 - yg) * (xg1 - xg) + A2 * (yg2 - yg) * (xg2 - xg) + A3 * (yg3 - yg) * (xg3 - xg)$	$-700000.$

La sezione non è simmetrica, quindi $I_{xyg} \neq 0$, gli assi principali sono ruotati

$$I_{maxPrinc} = \frac{I_{xxg} + I_{yyg}}{2} + \frac{1}{2} * \sqrt{(I_{xxg} - I_{yyg})^2 + 4 * I_{xyg}^2}$$

2.66579×10^6 Massimo

$$RotazionePrinc = \frac{1}{2} * ArcTan \left[- \frac{2 * I_{xyg}}{I_{xxg} - I_{yyg}} \right] = 0.32918$$

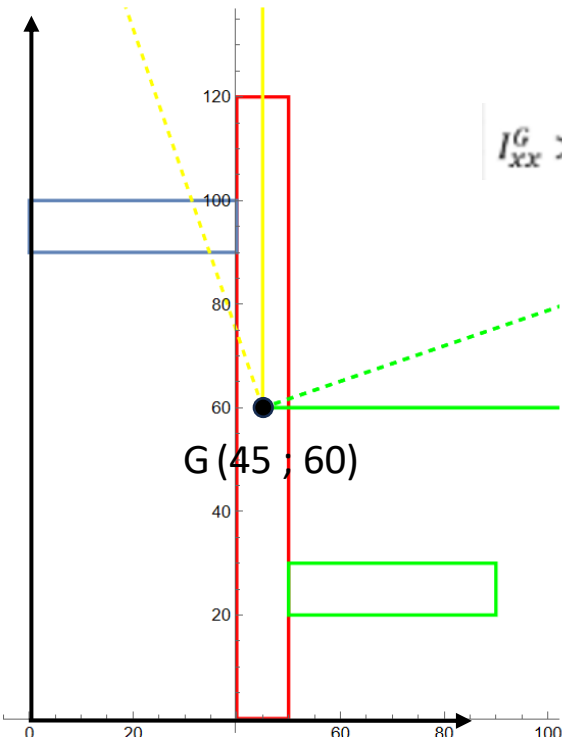
$$I_{minPrinc} = \frac{I_{xxg} + I_{yyg}}{2} - \frac{1}{2} * \sqrt{(I_{xxg} - I_{yyg})^2 + 4 * I_{xyg}^2}$$

$$RotazionePrincGradi = RotazionePrinc * 180 / \pi$$

$377540.$ Minimo

18.8606

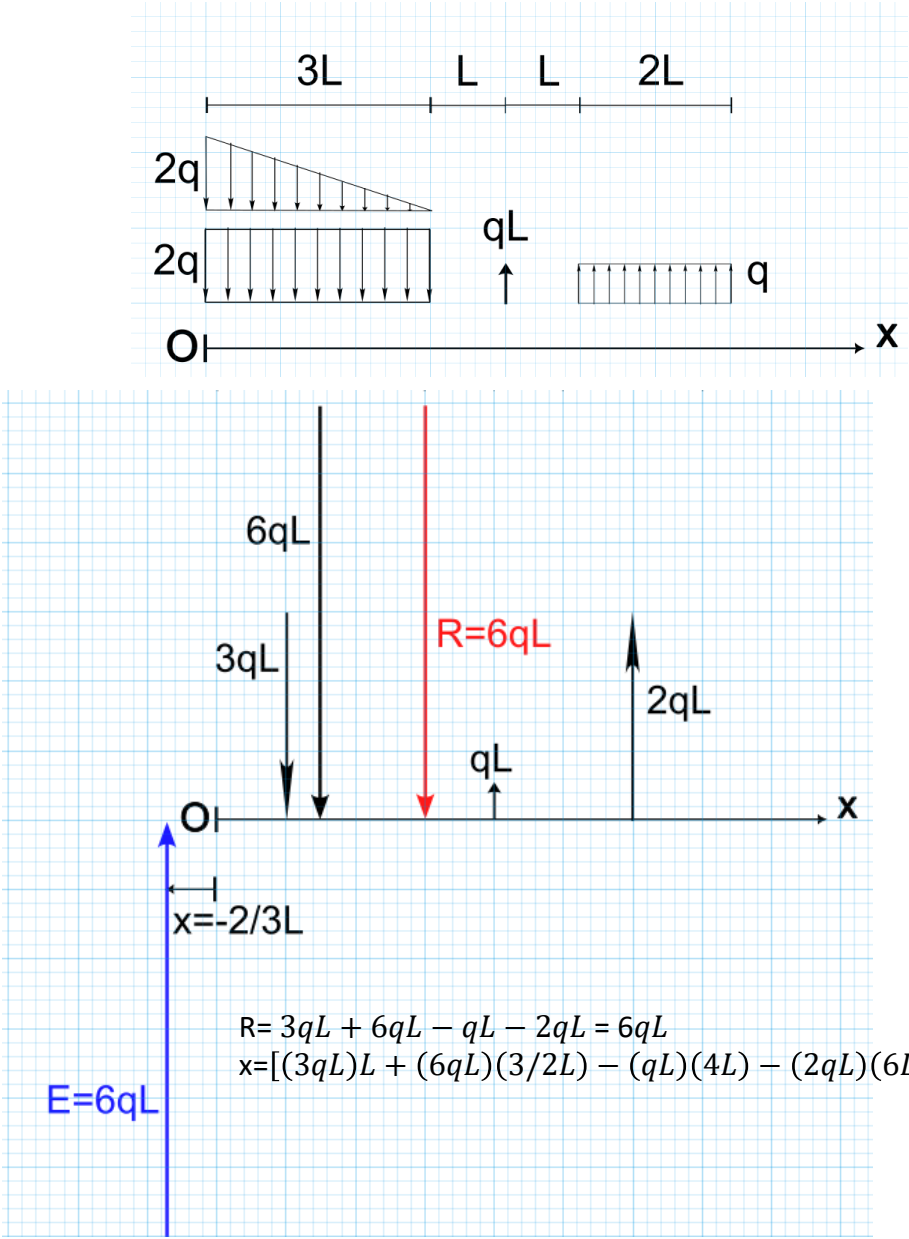
$I_{min} = 377540 \text{ cm}^4$



$$I_{xx}^G > I_{yy}^G \quad I_{xx}^G \xrightarrow{\text{yields}} I_{max} \quad e \quad I_{yy}^G \xrightarrow{\text{yields}} I_{min}$$

$I_{max} = 2665790 \text{ cm}^4$

Quesito n. 2 [4/15]. Determinare il vettore che rende il sistema in figura equilibrato. Misurare la posizione dell'asse centrale rispetto al punto O.



Quesito n. 3 [3/15]. Determinare per ciascuna struttura la molteplicità dei vincoli e se risulta isostatica, iperstatica o labile. Se presente individuare la posizione del centro di istantanea rotazione.

1)

m=1 m=2 m=1

isostatica

m=1+2+2+1=6 gl=6 (vincoli ben posti)

- La sottostruttura 1 non ha un c.i.r.
- La sottostruttura 2 attaccata alla 1, tramite la cerniera, non ha un c.i.r.

2)

m=3 m=3 m=1

labile

m=3+3+2+1=9 gl=6 (vincoli mal posti)

- La sottostruttura 1 non ha un c.i.r.
- La sottostruttura 2 attaccata alla 1, tramite la cerniera, ha un c.i.r. nella cerniera

3)

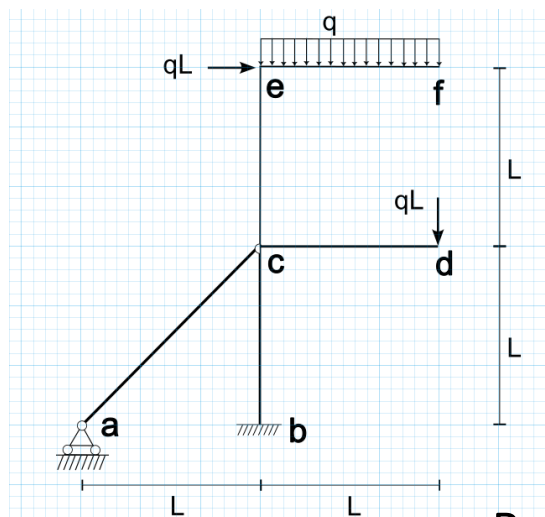
m=3 m=2 m=2

Iperstatica

m=3+2+2=7 gl=6 (vincoli ben posti)

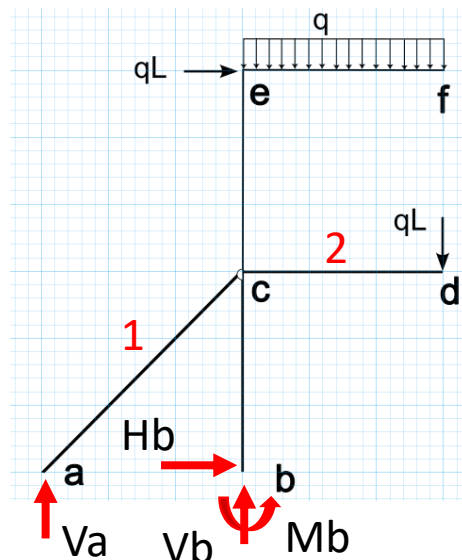
- La sottostruttura 1 non ha un c.i.r.
- La sottostruttura 2 attaccata alla 1, tramite la cerniera, non ha un c.i.r.

Quesito n.4 [10/16]. Verificare l'isostaticità della struttura in figura, calcolarne le reazioni vincolari e tracciare i diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione.



2

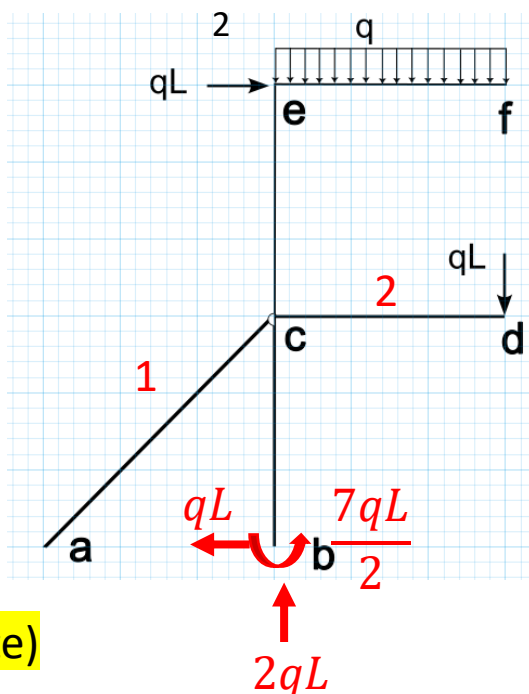
Reazioni vincolari



- 1) $Hb - qL = 0$
- 2) $Va + Vb - qL - qL = 0$
- 3) $-Va \cdot L + Mb - qL \cdot L - qL \cdot 2L - qL \cdot \frac{L}{2} = 0$ (In B)
- 4) $Va \cdot L = 0$ (Eq. ausiliaria, equilibrio alla rotazione asta 1 intorno alla cerniera C)

Nota: si poteva vedere fin dall'inizio che $Vd=0$ essendo l'asta 1 una biella scarica (in questo caso l'eq.4 non sarebbe stata necessaria)

- $Va = 0$
- $Hb = -qL$
- $Vb = 2qL$
- $Mb = \frac{7qL}{2}$



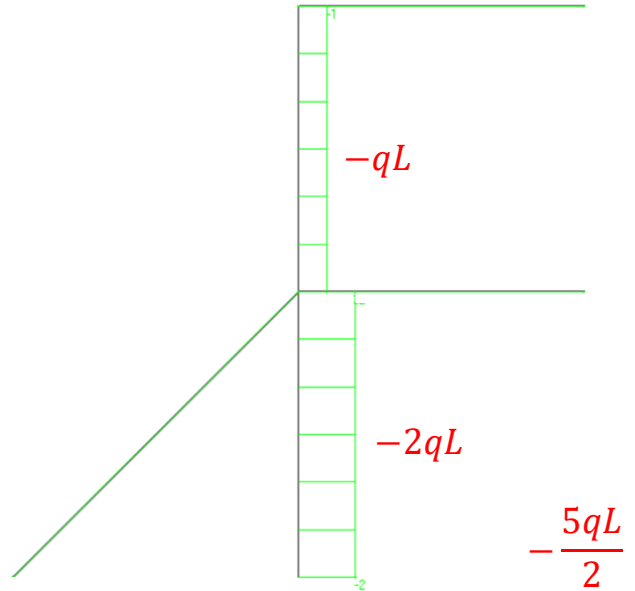
Verifica dei risultati (importante)

- 1) $\sum F_x = 0$ $0 = 0$
- 2) $\sum F_y = 0$ $2qL - qL - qL = 0$
- 3) $\sum M = 0$ $\frac{7qL}{2} - qL \cdot L - qL \cdot 2L - qL \cdot \frac{L}{2} = 0$ (In B)
- 4) $\sum M = 0$ $0 = 0$ (rotazione asta 1 intorno alla cerniera C)
- 5) $\sum M = 0$ $\frac{7qL}{2} - qL \cdot L - qL \cdot L - qL \cdot \frac{L}{2} - qL \cdot L = 0$ (rotazione asta 2 intorno alla cerniera C)

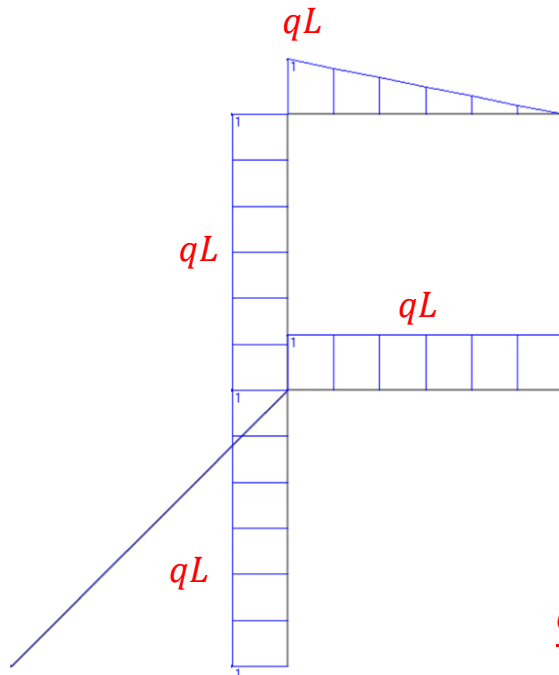
Nell'equazione n°3 il polo B è arbitrario quindi è possibile scegliere un altro punto.

Diagrammi

Azione assiale



Taglio



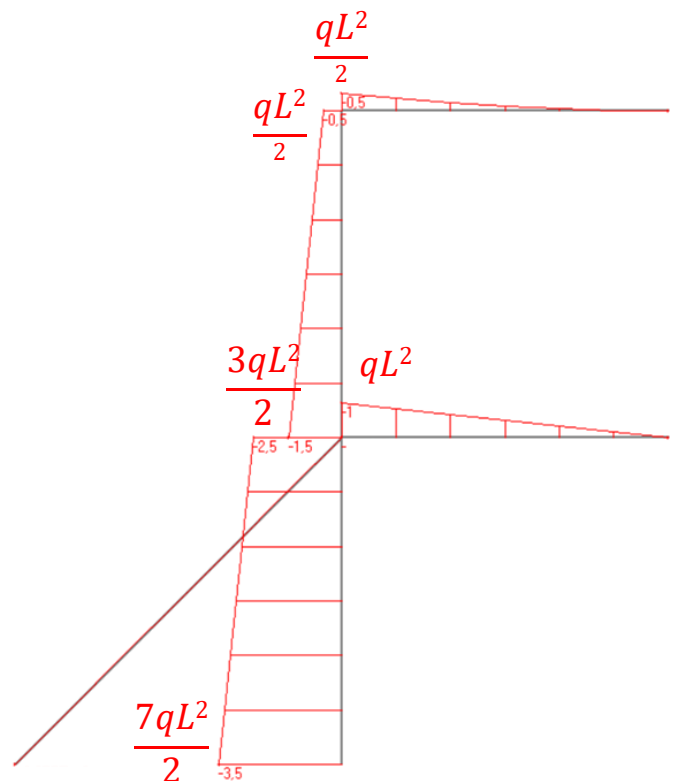
Momento flettente

Verifica nodo c

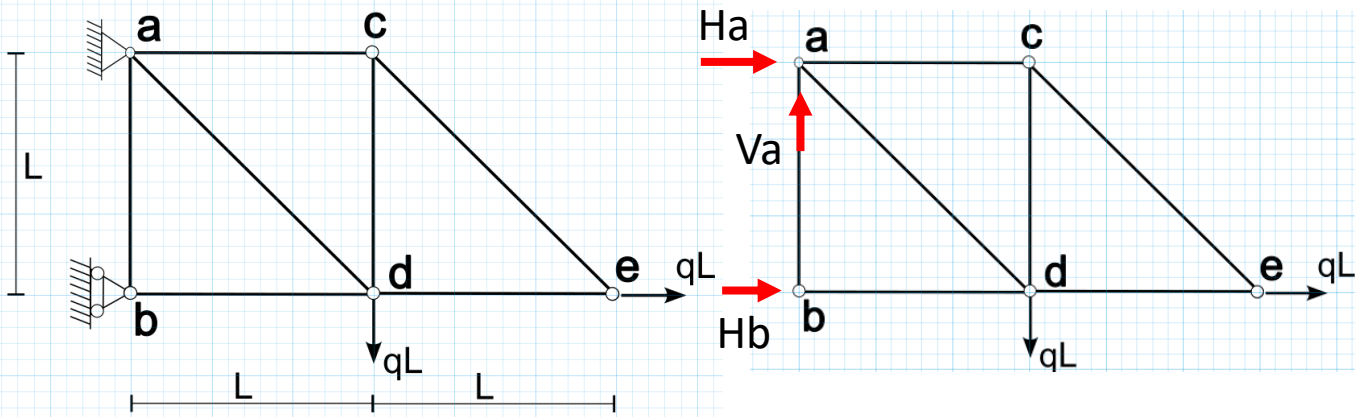
$$\sum M = 0$$

soddisfatta

Free body diagram of node c showing the moments acting on it. The moments are $\frac{3qL^2}{2}$ (top), qL^2 (right), and $\frac{5qL^2}{2}$ (bottom).



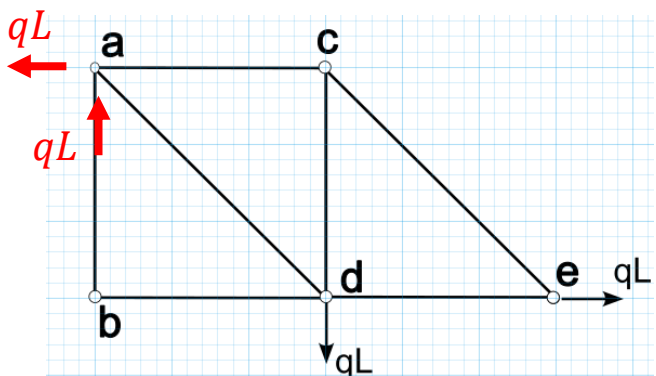
Quesito n.5 [6/16]. Calcolare le reazioni vincolari e le caratteristiche di sollecitazione della trave reticolare.



Reazioni vincolari

- 1) $H_a + H_b + qL = 0$
- 2) $V_a - qL = 0$
- 3) $H_b \cdot L - qL \cdot L + qL \cdot L = 0$

- $H_a = -qL$
- $V_a = qL$
- $H_b = 0$



Azione assiale

