

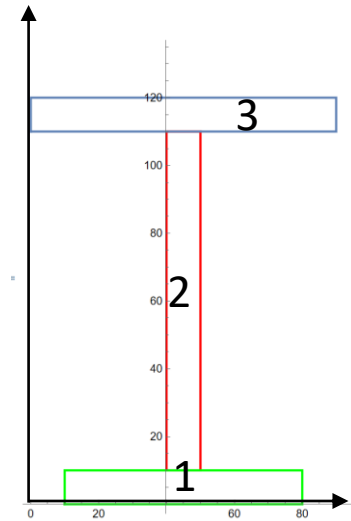
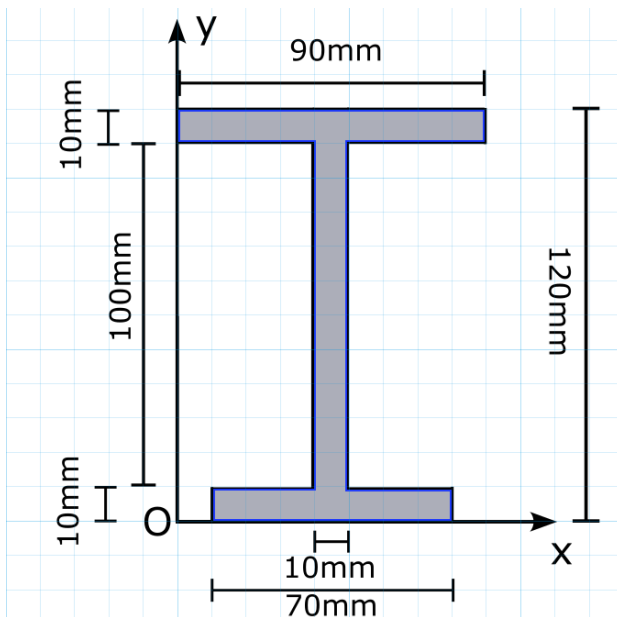
Esame di STATICA (036AR) –Prof. L. Cabras, Prof. M. Gei

V Appello, a.a. 2024/25, 29 gennaio 2026

Soluzione

Quesito n. 1 [8/15]. Per la sezione in figura:

- individuare la posizione del baricentro;
- calcolare l'angolo d'inclinazione degli assi principali d'inerzia;
- calcolare i momenti principali d'inerzia.



Momenti statici e baricentro

$$A1 := 10 \cdot 70$$

$$xg1 := 45$$

$$yg1 := 5$$

$$Sx1 := A1 \cdot yg1$$

$$Sy1 := A1 \cdot xg1$$

$$A2 := 10 \cdot 100.$$

$$xg2 := 45$$

$$yg2 := 60$$

$$Sx2 := A2 \cdot yg2$$

$$Sy2 := A2 \cdot xg2$$

$$A3 := 10 \cdot 90$$

$$xg3 := 45$$

$$yg3 := 115$$

$$Sx3 := A3 \cdot yg3$$

$$Sy3 := A3 \cdot xg3$$

$$Atot = A1 + A2 + A3$$

$$Sxtot = Sx1 + Sx2 + Sx3$$

$$Sytot = Sy1 + Sy2 + Sy3$$

$$xg = Sytot / Atot$$

$$yg = Sxtot / Atot$$

$$2600.$$

$$167000.$$

$$117000.$$

$$45.$$

$$64.2308$$

Momenti d' inerzia rettangoli

$I_{xxg1} = 1 / 12 * 70. * 10^3$	5833.33
$I_{yyg1} = 1 / 12 * 10. * 70^3$	285 833.
$I_{xxg2} = 1 / 12 * 10. * 100^3$	833 333.
$I_{yyg2} = 1 / 12 * 100. * 10^3$	8333.33
$I_{xxg3} = 1 / 12 * 90. * 10^3$	7500.
$I_{yyg3} = 1 / 12 * 10. * 90^3$	607 500.

Momenti d' inerzia sezione intera

$I_{xxg} = I_{xxg1} + A1 * (yg1 - yg)^2 + I_{xxg2} + A2 * (yg2 - yg)^2 + I_{xxg3} + A3 * (yg3 - yg)^2$	5.64013×10^6
$I_{yyg} = I_{yyg1} + A1 * (xg1 - xg)^2 + I_{yyg2} + A2 * (xg2 - xg)^2 + I_{yyg3} + A3 * (xg3 - xg)^2$	901667.
$I_{xyg} = A1 * (yg1 - yg) * (xg1 - xg) + A2 * (yg2 - yg) * (xg2 - xg) + A3 * (yg3 - yg) * (xg3 - xg)$	0.

La sezione è simmetrica, quindi $I_{xyg}=0$, gli assi principali coincidono con gli assi x e y.

$$I_{maxPrinc} = \frac{I_{xxg} + I_{yyg}}{2} + \frac{1}{2} * \sqrt{(I_{xxg} - I_{yyg})^2 + 4 * I_{xyg}^2}$$

5.64013×10^6 Massimo

$$I_{minPrinc} = \frac{I_{xxg} + I_{yyg}}{2} - \frac{1}{2} * \sqrt{(I_{xxg} - I_{yyg})^2 + 4 * I_{xyg}^2}$$

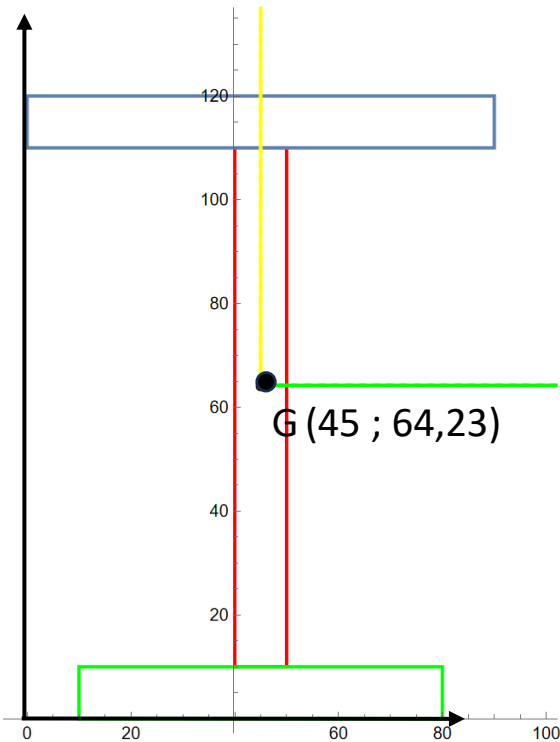
901667. Minimo

$$RotazionePrinc = \frac{1}{2} * ArcTan \left[- \frac{2 * I_{xyg}}{I_{xxg} - I_{yyg}} \right] = 0$$

$$RotazionePrincGradi = RotazionePrinc * 180 / Pi$$

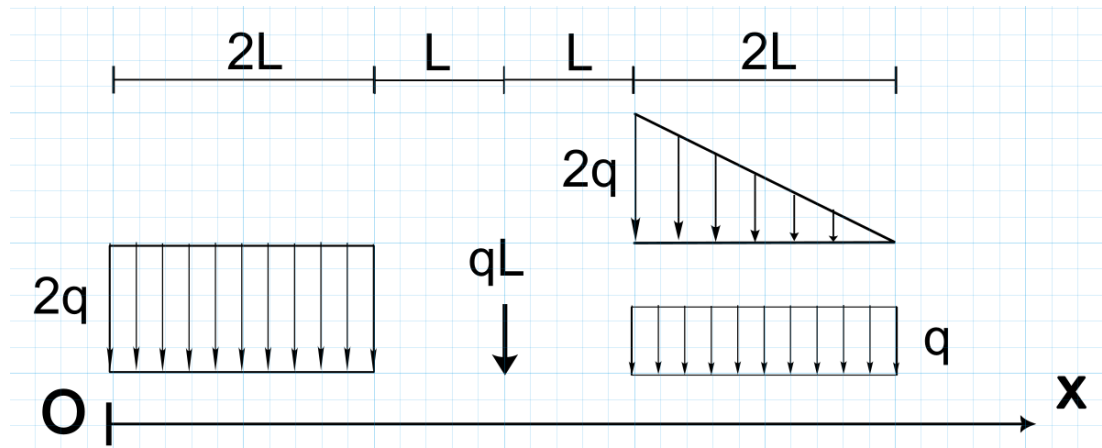
0.

$I_{min} = 901667 \text{ cm}^4$



$I_{max} = 5640130 \text{ cm}^4$

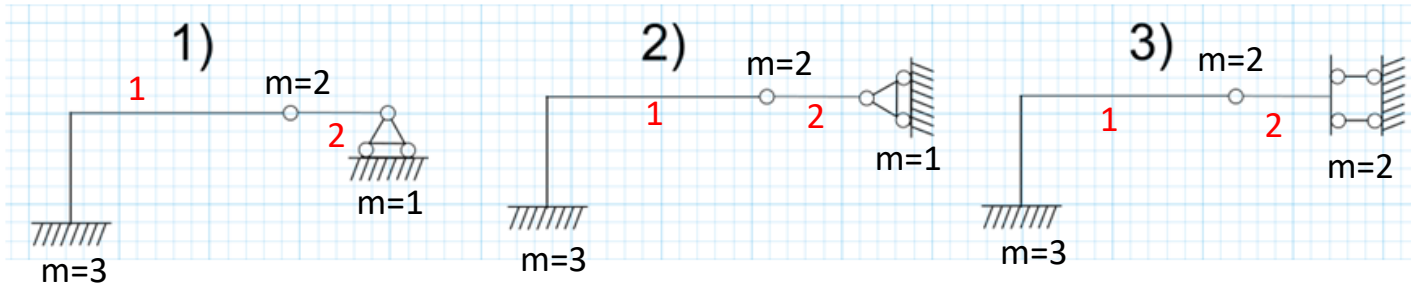
Quesito n. 2 [4/15]. Determinare il vettore che rende il sistema in figura equilibrato. Misurare la posizione dell'asse centrale rispetto al punto O.



$$R = 4qL + qL + 2qL + 2qL = 9qL$$

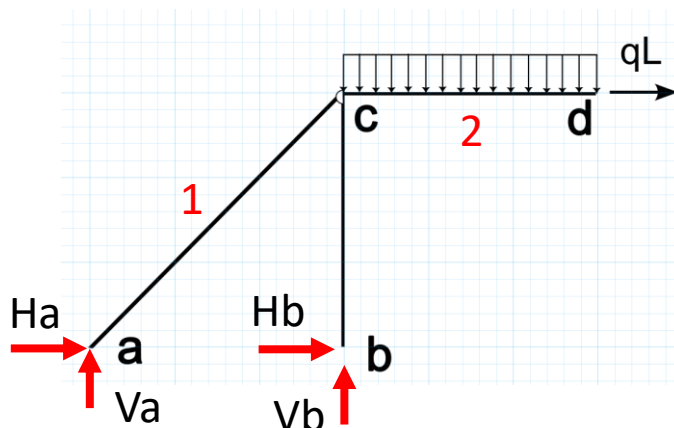
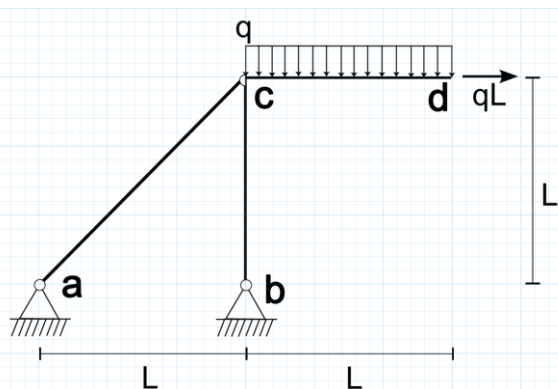
$$x = [(4qL)L + (qL)(3L) + (2qL)(5L) + (2qL)(14/3L)]/R = 2.926 L$$

Quesito n. 3 [3/15]. Determinare per ciascuna struttura la molteplicità dei vincoli e se risulta isostatica, iperstatica o labile. Se presente individuare la posizione del centro di istantanea rotazione.



- | | | |
|--|---|---|
| <p>1)</p> <p>isostatica</p> <p>$m=3+2+1=6 \quad gl=6$ (vincoli ben posti)</p> <ul style="list-style-type: none"> La sottostruttura 1 non ha un c.i.r. La sottostruttura 2 attaccata alla 1, tramite la cerniera, non ha un c.i.r. | <p>2)</p> <p>labile</p> <p>$m=3+2+1=6 \quad gl=6$ (vincoli mal posti)</p> <ul style="list-style-type: none"> La sottostruttura 1 non ha un c.i.r. La sottostruttura 2 attaccata alla 1, tramite la cerniera, ha un c.i.r. nella cerniera | <p>3)</p> <p>Iperstatica</p> <p>$m=3+2+2=7 \quad gl=6$ (vincoli ben posti)</p> <ul style="list-style-type: none"> La sottostruttura 1 non ha un c.i.r. La sottostruttura 2 attaccata alla 1, tramite la cerniera, non ha un c.i.r. |
|--|---|---|

Quesito n.4 [10/16]. Verificare l'isostaticità della struttura in figura, calcolarne le reazioni vincolari e tracciare i diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione.

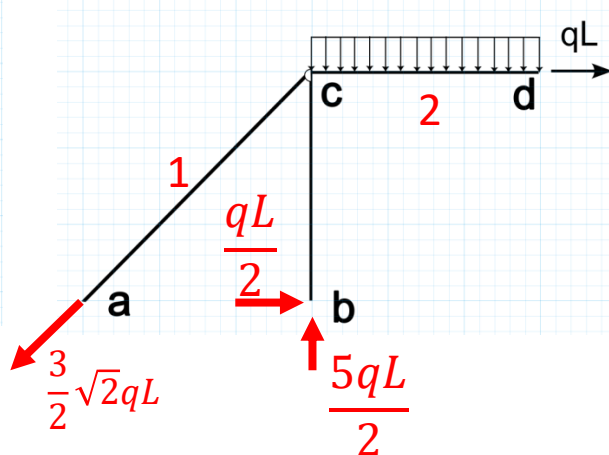
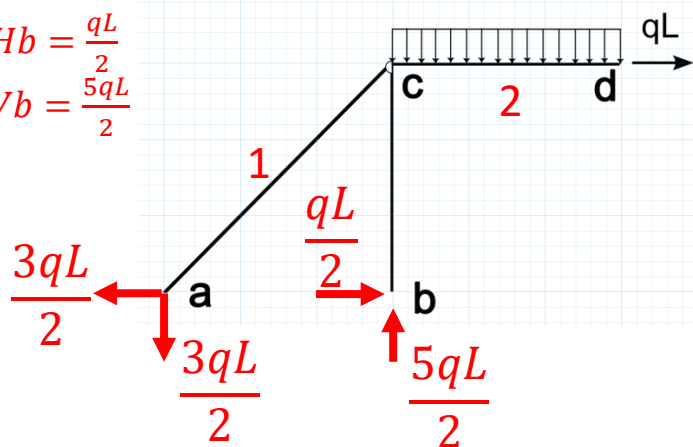


Reazioni vincolari

- 1) $H_a + H_b + qL = 0$
- 2) $V_a + V_b - qL = 0$
- 3) $-V_a \cdot L - qL \cdot L - qL \cdot \frac{L}{2} = 0$ (In B)
- 4) $H_a \cdot L - V_a \cdot L = 0$ (Eq. ausiliaria, equilibrio alla rotazione asta 1 intorno alla cerniera C)

Nota: l'asta 1 è una biella scarica. Potevo sostituire alle due reazioni H_a e V_a una sola reazione allineata con la direzione dell'asta

- $V_a = -\frac{3qL}{2}$
- $H_a = -\frac{3qL}{2}$
- $H_b = \frac{qL}{2}$
- $V_b = \frac{5qL}{2}$



Verifica dei risultati (importante)

- $\sum F_x = 0 \quad -\frac{3qL}{2} + \frac{qL}{2} + qL = 0$
- $\sum F_y = 0 \quad -\frac{3qL}{2} + \frac{5qL}{2} - qL = 0$
- $\sum M = 0 \quad \frac{3qL}{2}L - qL \cdot L - qL \cdot \frac{L}{2} = 0$ (In B)
- $\sum M = 0 \quad -\frac{3qL}{2}L + \frac{3qL}{2}L = 0$
- $\sum M = 0 \quad \frac{qL}{2}L - qL \cdot \frac{L}{2} = 0$

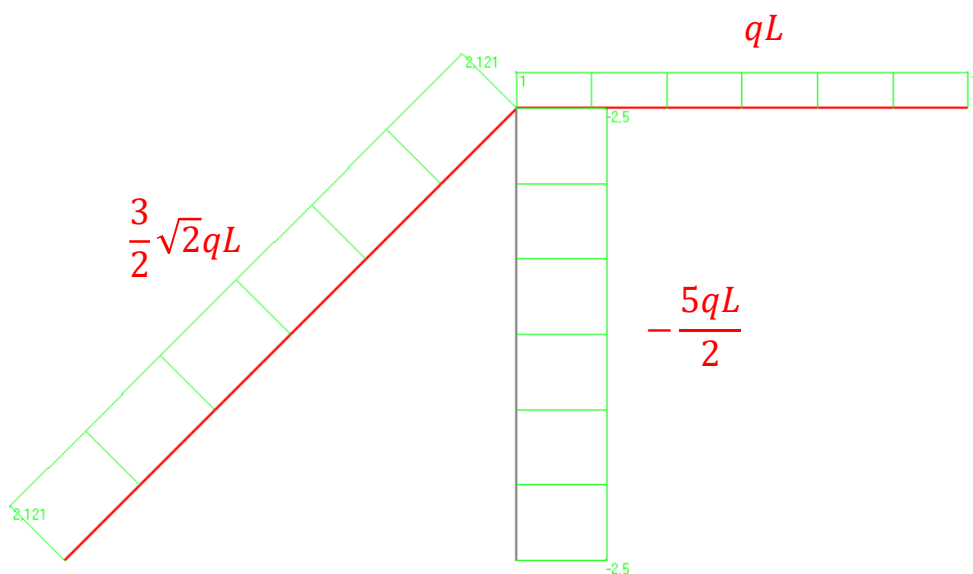
(rotazione asta 1 intorno alla cerniera C)

(rotazione asta 2 intorno alla cerniera C)

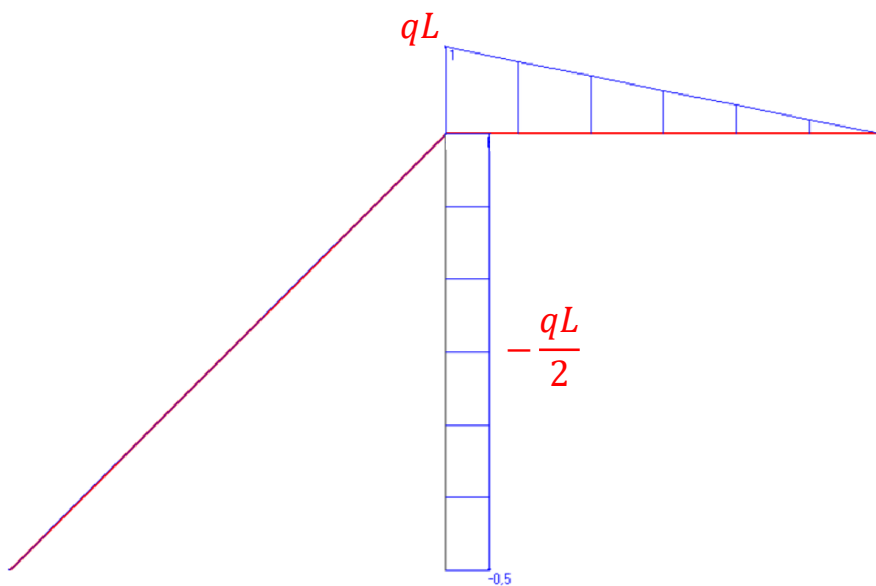
Nell'equazione n°3 il polo B è arbitrario quindi è possibile scegliere un altro punto.

Diagrammi

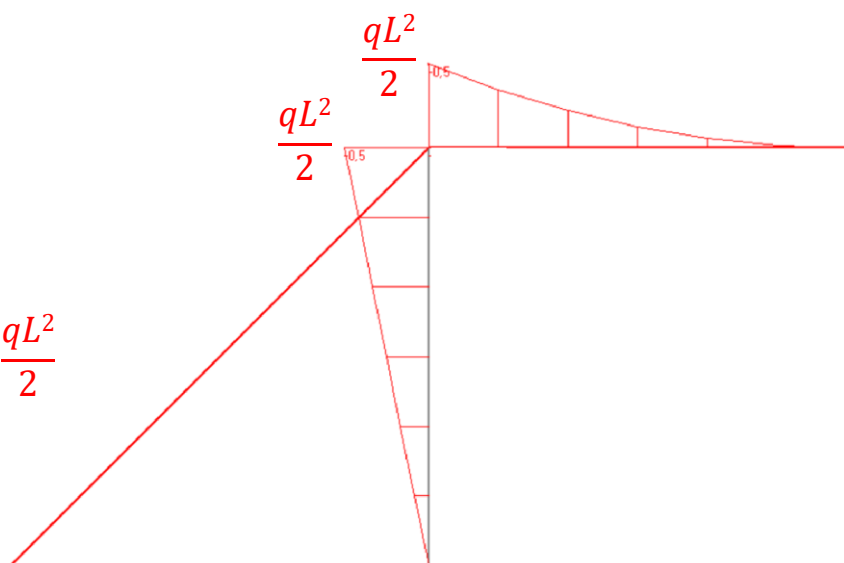
Azione assiale



Taglio



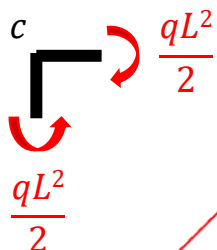
Momento flettente



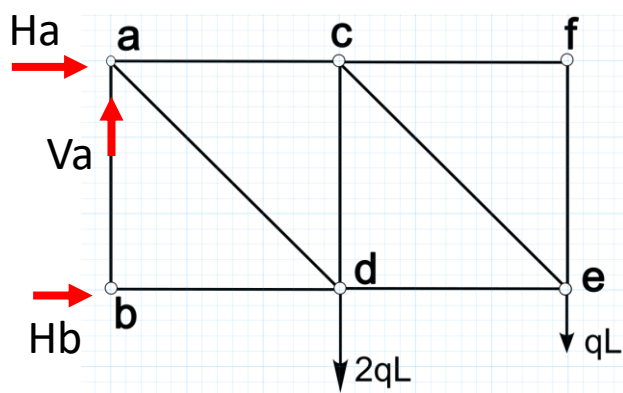
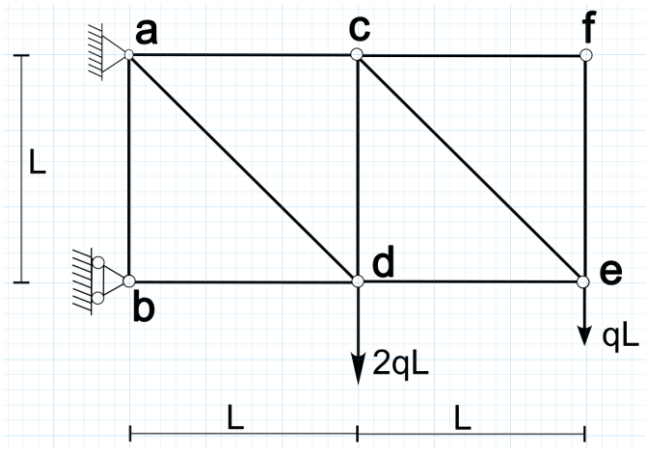
Verifica nodo c

$$\sum M = 0$$

soddisfatta

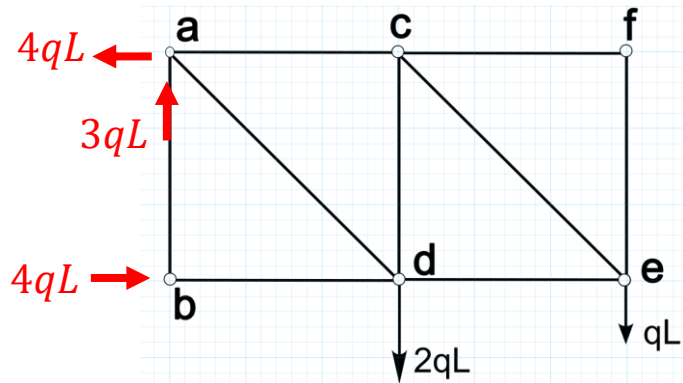


Quesito n.5 [6/16]. Calcolare le reazioni vincolari e le caratteristiche di sollecitazione della trave reticolare.



Reazioni vincolari

- 1) $H_a + H_b = 0$
- 2) $V_a - 3qL = 0$
- 3) $H_b \cdot L - 2qL \cdot L - qL \cdot 2L = 0$
 - $H_a = -4qL$
 - $V_a = 3qL$
 - $H_b = 4qL$



Azione assiale

