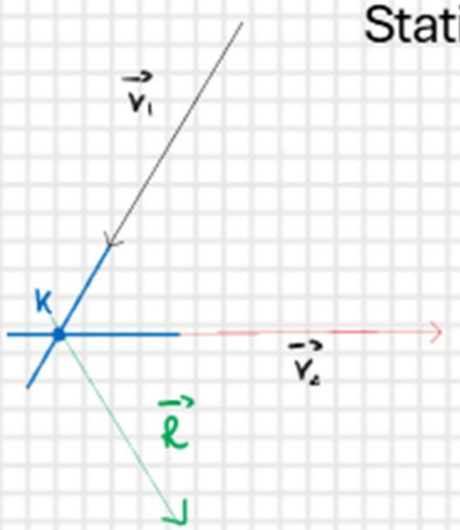
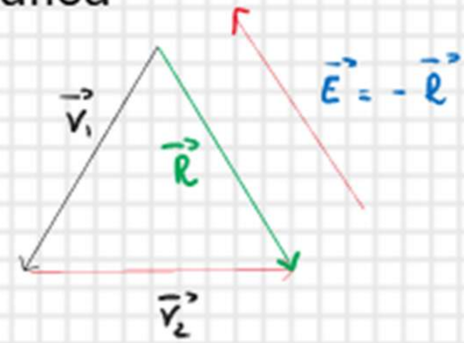
Statica grafica



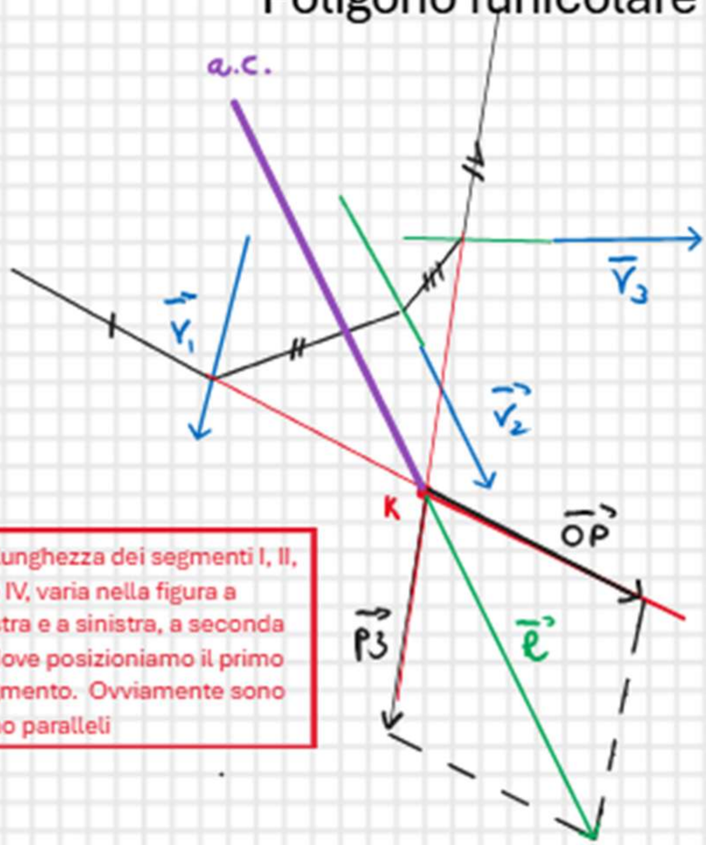


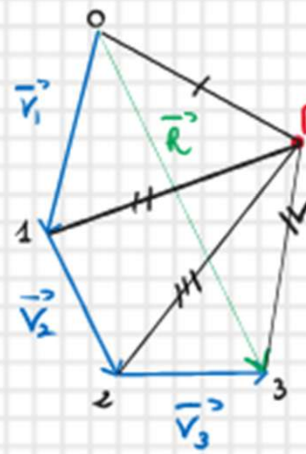
Poligono delle forze

$\vec{R} = \vec{V_1} + \vec{V_2}$

$\boxed{\text{Poligono delle forze chiuso} \longrightarrow \vec{R} = 0}$

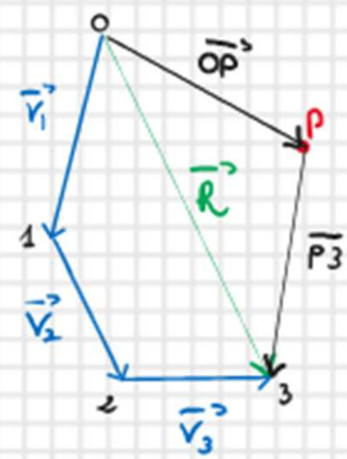
Poligono funicolare dei carichi





$\vec{R} = \vec{V_1} + \vec{V_2} + \vec{V_3} = \vec{OP} + \vec{P3}$

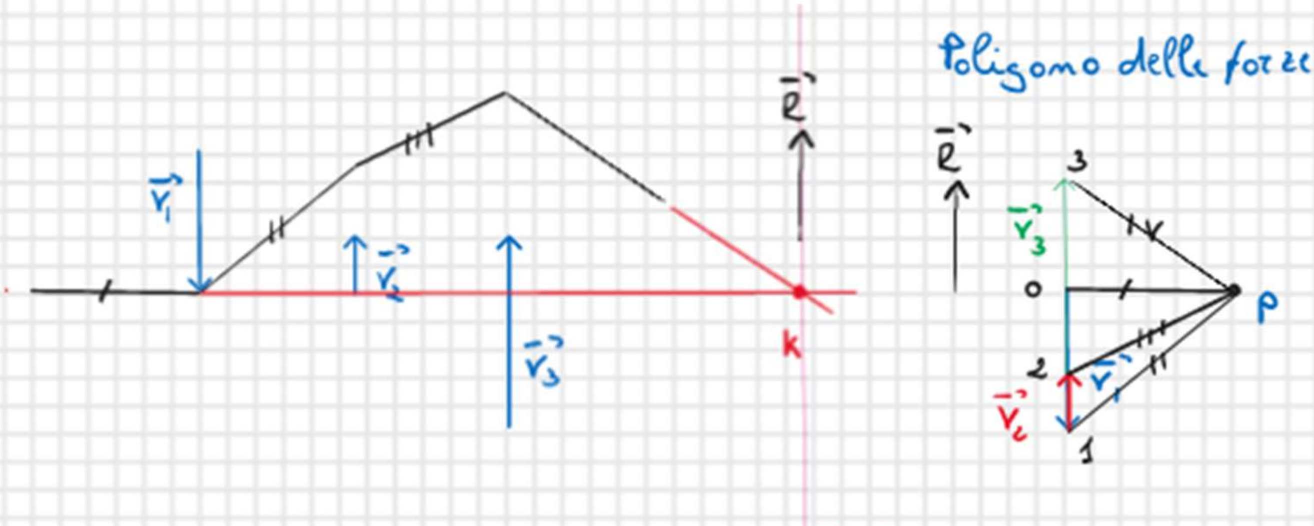
La lunghezza dei segmenti I, II, III e IV, varia nella figura a destra e a sinistra, a seconda di dove posizioniamo il primo segmento. Ovviamente sono sono paralleli



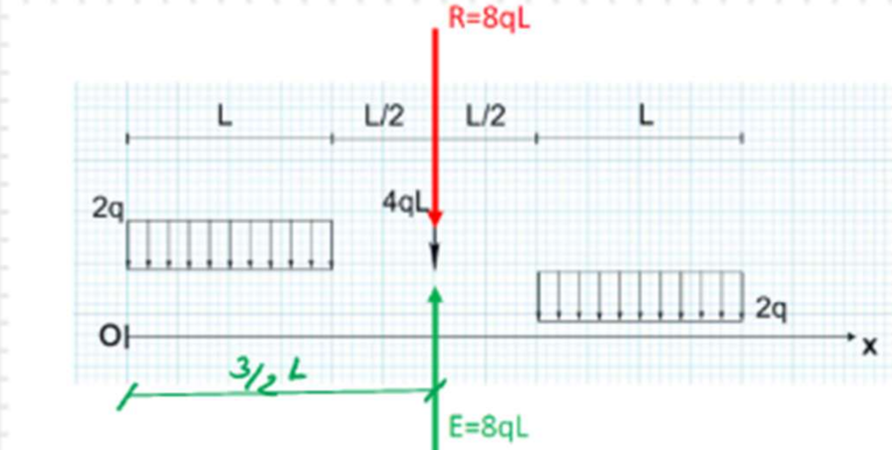
Fisso un punto p a piacere;
Congiungo P con gli estremi dei vettori, ottengo i segmenti I, II, III, IV (Fig. destra);
Dispongo il segmento (I) esternamente al primo vettore (Fig. sinistra) fino a toccarne la retta d'azione;
Dispongo un segmento parallelo a (II) tra la retta d'azione del primo e del secondo vettore;

Continuo con segmenti paralleli a (III) e a (IV);
Prolungo il primo e l'ultimo lato del poligono funicolare fino ad incontrarsi nel punto k, che appartiene all'asse centrale.

Poligono funicolare per vettori paralleli



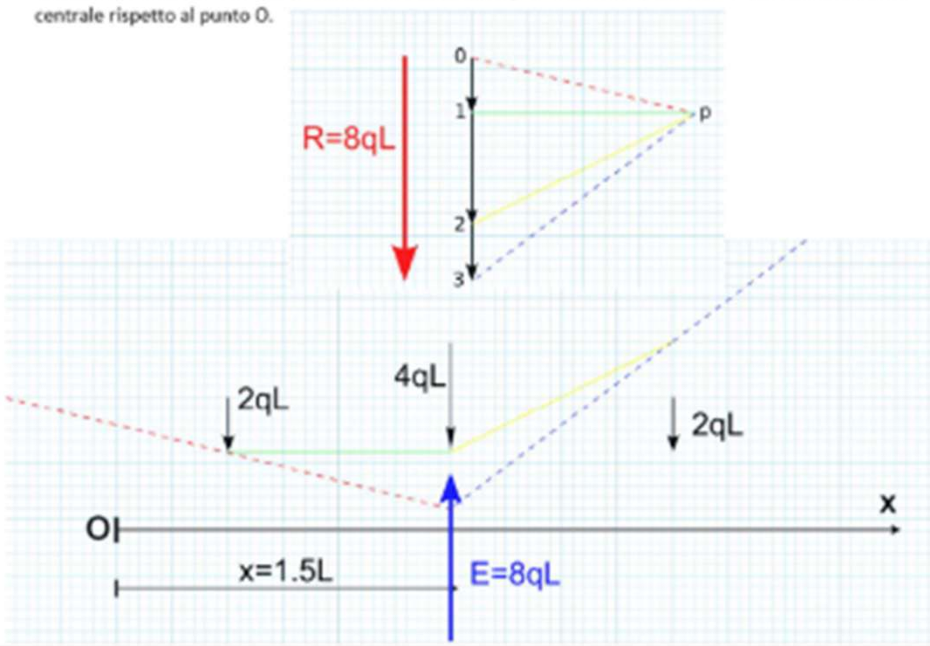
Tema d'esame



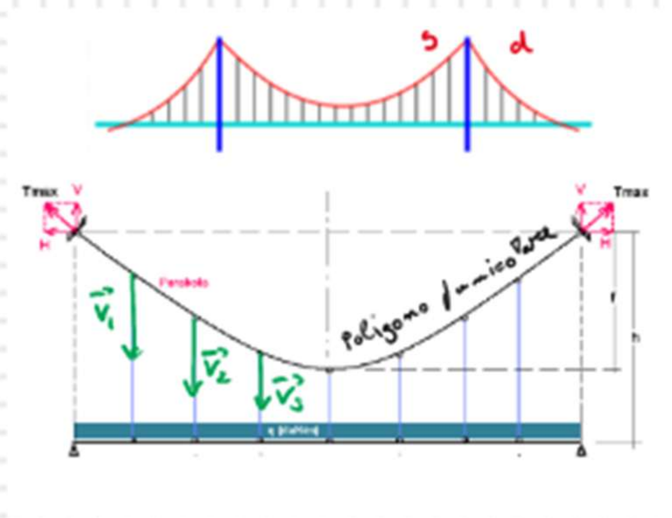
R= $2qL + 4qL + 2qL = 8qL$

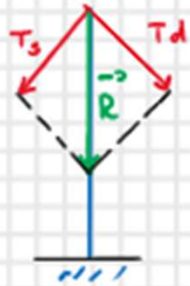
x=$\left[(2qL)\left(\frac{L}{2}\right) + (4qL)\left(\frac{3}{2}L\right) + (2qL)\left(\frac{5}{2}L\right)\right]$/R= $\frac{3}{2}L$

Quesito n. 3 [3/15]. Dopo aver ricondotto ciascun carico distribuito al vettore equivalente, calcolare il vettore che rende il sistema equilibrato attraverso il poligono funicolare. Misurare la posizione dell'asse centrale rispetto al punto O.

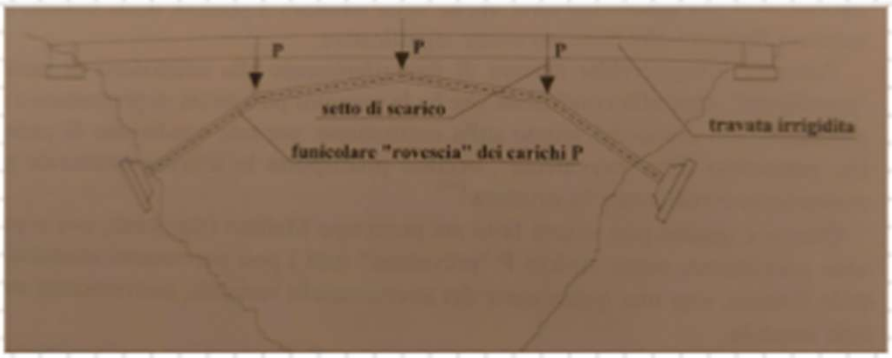


Cavo del ponte sospeso si dispone secondo la funicolare dei cavi



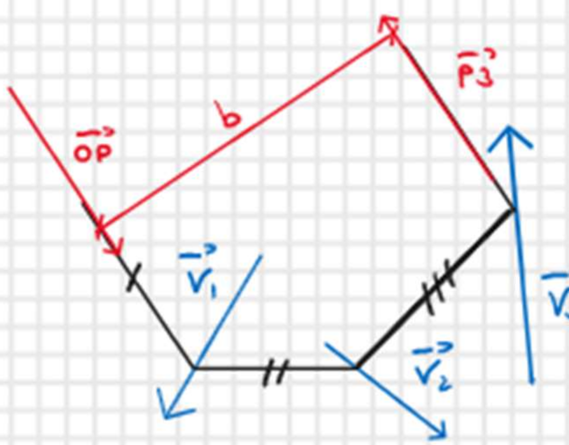


La tensione dei cavi a destra e sinistra del pilone si compone e da luogo ad una forza verticale



La struttura a forma di funicolare rovescia si comporterà in maniera opposta ad una struttura che segue la funicolare dei carichi, perciò sarà compressa anzichè tesa.

Sistema con risultante nullo $\vec{R} = 0$



Poligono forze

1° e ultimo (4°) lato del poligono funicolare sono paralleli

Non esiste l'asse centrale

Poligono delle forze chiuso

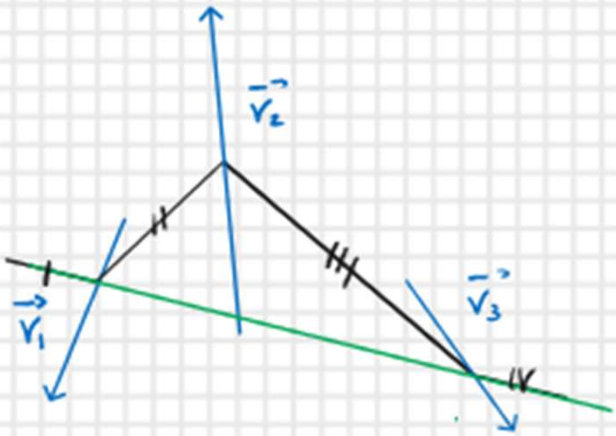
$(O \equiv 3) \longrightarrow \vec{R} = 0$

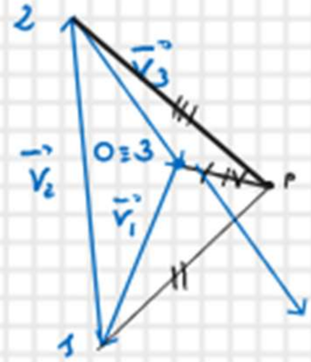
I e IV segmento coincidono

Il sistema iniziale $S(\vec{V_1}, \vec{V_2}, \vec{V_3})$ è equivalente ad una coppia $\vec{R} = 0$ $\vec{M}_P \neq 0 \ \forall P$ $|\vec{M}_P| = |\vec{OP}| \cdot b$

Sistema nullo $\vec{R}=\vec{0}$ $\vec{M}_P=\vec{0}$

Poligono delle forze





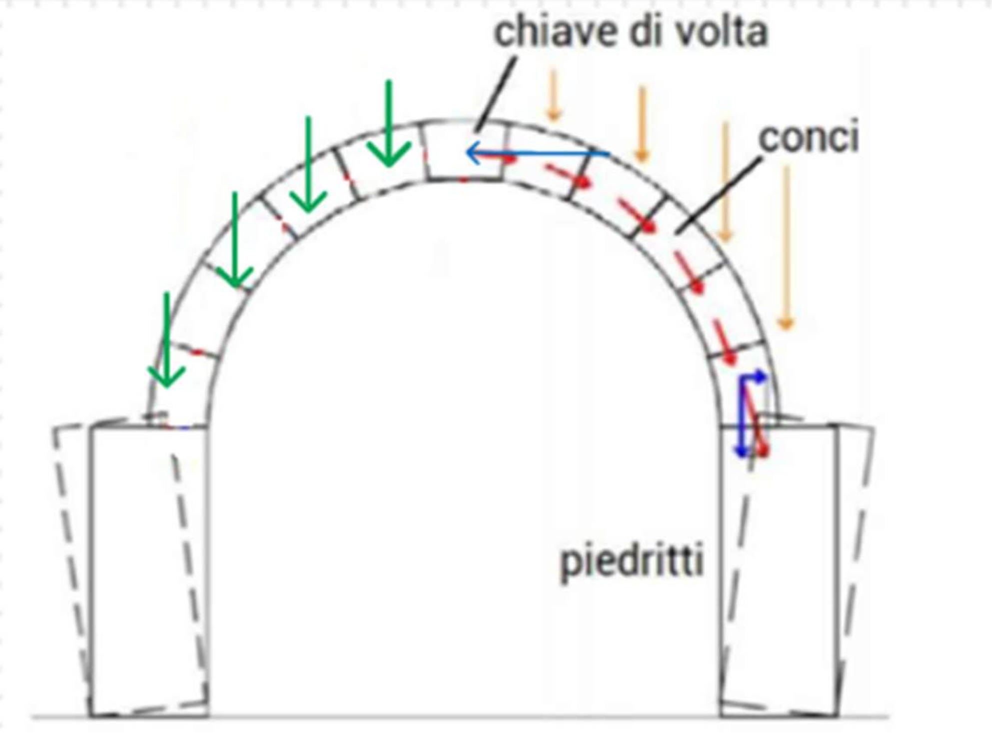
1° e ultimo lato del poligono sono paralleli e coincidenti

coppia a braccio nullo b=0

Poligono delle forze chiuso $\longrightarrow \vec{R}=0$

Sistema nullo $\vec{R}=\vec{0}$ e $\vec{M}_P=\vec{0}$ $\forall P$

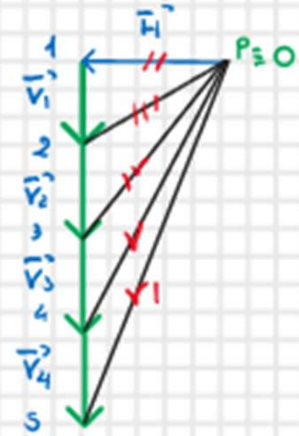
Poligono delle successive risultanti



Il primo segmento $\vec{P0}$ non esiste

$\vec{R}_{tot}$ Risultante di tutti i carichi

Poligono forze



Punto P coincide con la coda del 1° vettore
$P \equiv 0$
"Particolare poligono funicolare"

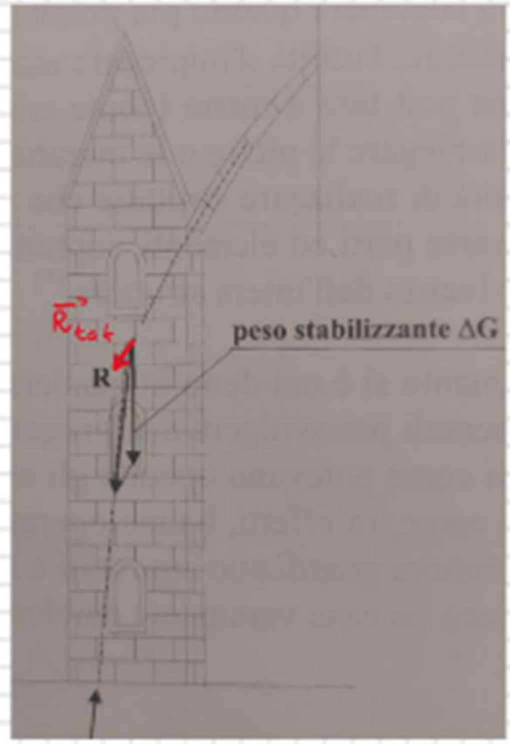
$\vec{P1} = \vec{H}$
$\vec{P2} = \vec{H} + \vec{V_1}$
$\vec{P3} = \vec{H} + \vec{V_1} + \vec{V_2}$
.
.
.
$\vec{P_5} = \vec{H} + \vec{V_1} + \vec{V_2} + \vec{V_3} + \vec{V_4} = \vec{R}_{tot}$

Ciascun lato del poligono delle pressioni, corrisponde alla retta d'azione della somma delle forze che precedono il lato

Poligono successive risultanti $\xrightarrow{\text{Archi}}$ Curva delle pressioni

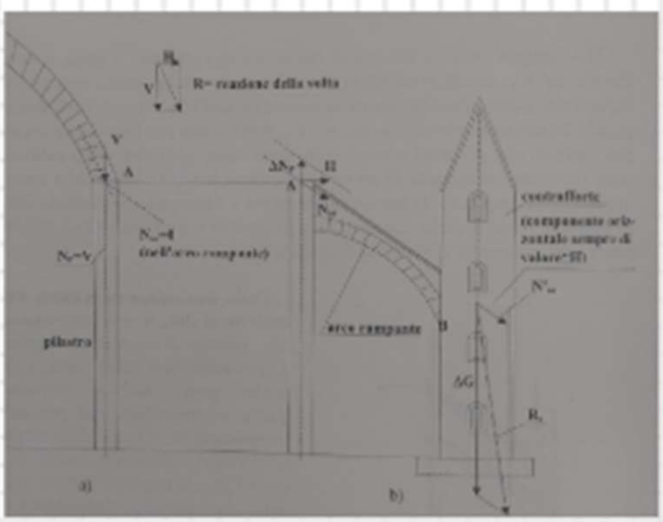
Soluzioni per eliminare la spinta orizzontale degli archi

La componente orizzontale H della spinta $\vec{R}_{tot}$ viene assorbita dalla catena, la muratura è gravata dalla sola componente verticale V



$\vec{R}_{tot}$

La componente orizzontale H della spinta $\vec{R}_{tot}$ viene assorbita dalla catena, la muratura è gravata dalla sola componente verticale V



Cinematica dei corpi rigidi

Cambiamenti di configurazione dei punti di un corpo

Configurazione: posione assunta dai punti del corpo

Configurazione initiale $\xrightarrow{\text{moto}}$ Configurazione finale

Corpo rigido: sistema continuo nel quale la distanza dei punti al suo interno non varia

Grado di libertà: numero di parametri utili per definire la configurazione del corpo
g.l.

1 Punto nello spazio: 3 g.l. $(x_i; y_i; z_i)$

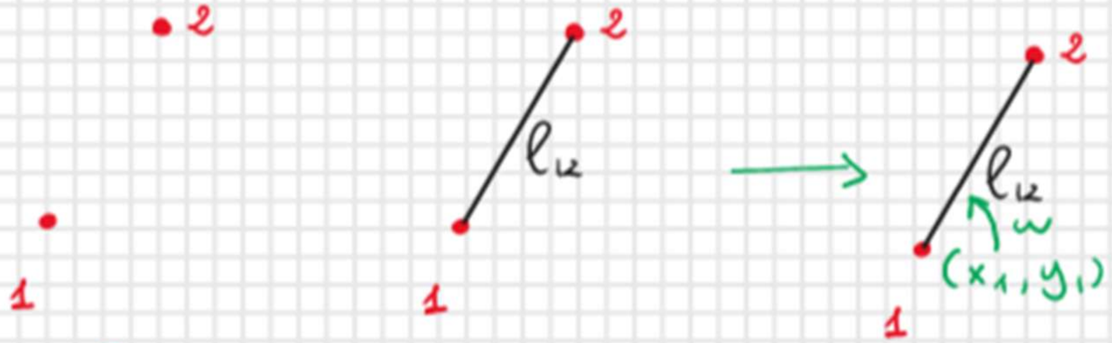
sistema formato da n punti

$$g.l. = 3 \times n$$

Nel caso piano 1 punto $\longrightarrow$ 2 g.l $(x_i; y_i)$

Per n punti g.l. = $2 \times n$

Corpo rigido (piano)



g.l = 2×n = 4

l_{12} : vincolo

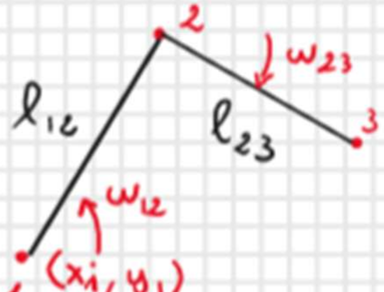
g.v. = 1

grado di vincolo

g.l. = 3

I 3 gradi di libertà del corpo rigido sono

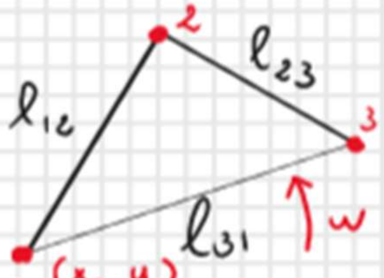
- Coordinate di un punto del corpo (x_i e y_i)
- Rotazione ω rispetto ad un asse di riferimento



2 corpi rigidi che ruotano intorno a 2

g.l. = 4 = 6 − 2

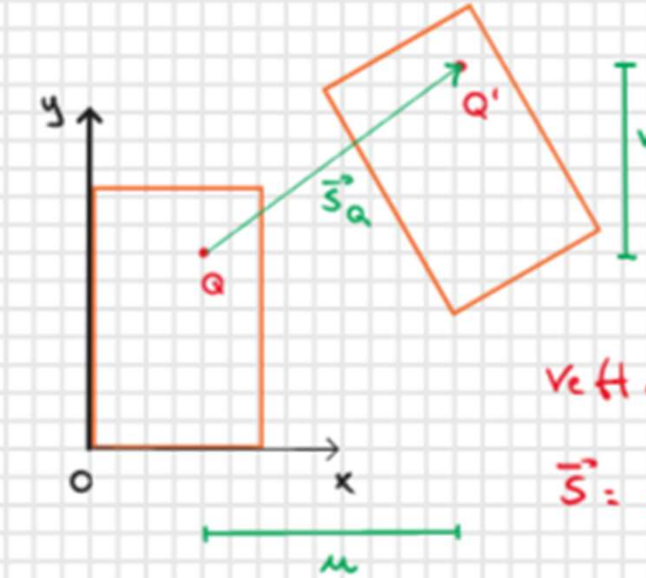
2 vincoli



Gradi di libertà : 3

(x_i ; y_i ; ω)

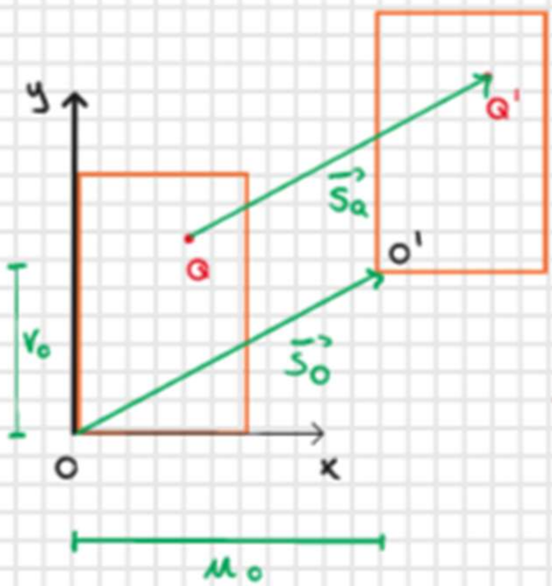
Corpo rigido



Vettore spostamento $\vec{s}$

$\vec{s} = u\,\vec{i} + v\,\vec{j} + \cancel{w\,\vec{k}}$

1) Traslazione rigida

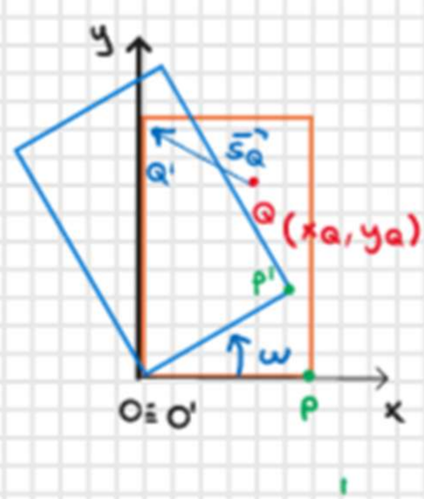


Intensità e verso uguali $\forall P$

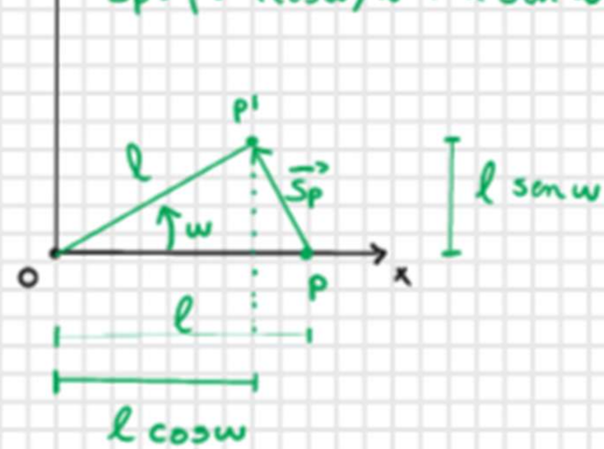
$\vec{S}_Q = \vec{S}_O$

$\vec{S}_O = u_0\,\vec{i} + v_0\,\vec{j}$

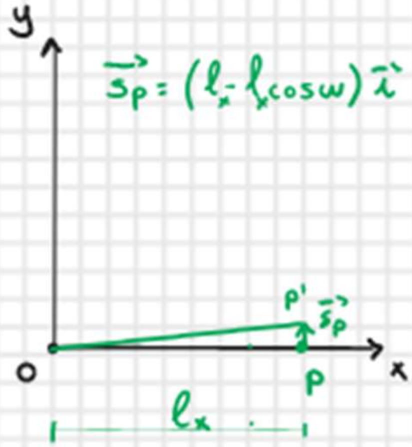
2) Rotazione rigida



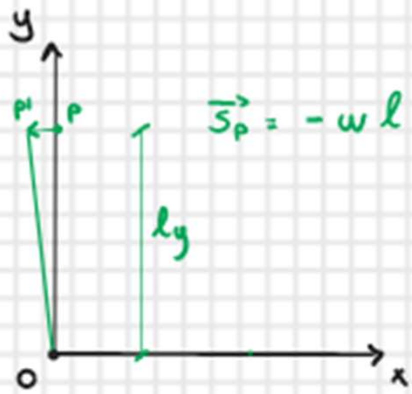
$\vec{S}_P = (l - l\cos w)\,\vec{i} + l\,\text{sen}\,w\,\vec{j}$



Ipotesi di rotazioni molto piccole (infinitesime) ω (piccolo)



$$\vec{s}_P = (l_x - l_x\cos\omega)\,\vec{i} + l_x \operatorname{sen}\omega\,\vec{j} \underset{\omega \approx 0}{\simeq} l_x\,\omega\,\vec{j} \qquad \operatorname{sen}\omega \simeq \omega$$



$$\vec{s}_P = -\omega\, l\, \vec{i}$$

Spostamento di un punto Q generico

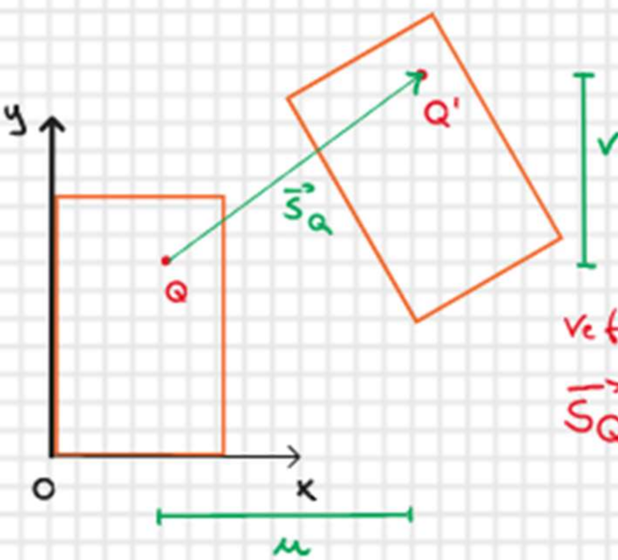
$$\vec{S}_Q = -\omega\, y_Q\, \vec{i} + \omega\, x_Q\, \vec{j} \qquad (x_Q, y_Q)$$

Rotazione di Q rispetto all'origine O

coordinate del punto Q

$$\vec{S}_Q = \vec{\omega} \times \vec{OQ}$$

Spostamento totale (1+2) - Roto -traslazione



vettore spostamento

$$\vec{S}_Q = \underbrace{(u_0 - \omega\, y_Q)}_{u}\,\vec{i} + \underbrace{(v_0 + \omega\, x_Q)}_{v}\,\vec{j}$$

$$\vec{s} = (u_0 - \omega y)\vec{i} + (v_0 + \omega x)\vec{j}$$

Cercare un punto nel piano C caratterizzato dal fatto che $\vec{s}_C = \vec{0}$

C: centro di rotazione (x_C, y_C)

$$y_C \longrightarrow u_0 - \omega y_C = 0 \longrightarrow y_C = u_0/\omega$$

$$x_C \longrightarrow v_0 + \omega x_C = 0 \longrightarrow x_C = -v_0/\omega$$

$$C\left(-v_0/\omega \, ; \, \frac{u_0}{\omega}\right)$$

Sostituisco u_0 e v_0 in $\vec{s} = (u_0 - \omega y)\vec{i} + (v_0 + \omega x)\vec{j}$

$$u_0 = \omega y_C \qquad v_0 = -\omega x_C$$

$\vec{s} = -\omega(y - y_C)\,\vec{i} + \omega(x - x_C)\,\vec{j}$ Rotazione rispetto a C

$\vec{s} = -\omega y\,\vec{i} + \omega x\,\vec{j}$ Rotazione rispetto all'origine

Nel piano e per spostamenti e rotazioni infinitesime, ogni spostamento di un punto $\bar{s}_Q$ risulta una rotazione rispetto al centro di rotazione

Per la traslazione rigida ($\omega = 0$)

$y_c = u_0 / \omega$

$x_c = - v_0 / \omega$

$\xrightarrow{\omega = 0}$ x_c e y_c $\longrightarrow \sim$ infinito

Il corpo ruota rispetto ad un punto improprio (infinito)

$$\vec{s} = (u_0 - \cancel{\omega y})\vec{i} + (v_0 + \cancel{\omega x})\vec{j} = u_0 \vec{i} + v_0 \vec{j}$$

Vincoli

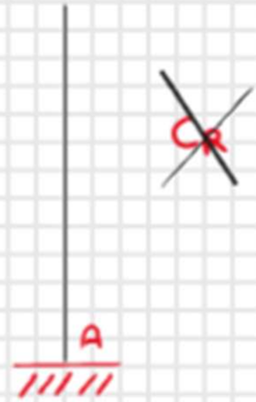
Esterni

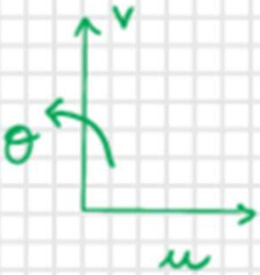
interni (tra parti della struttura)

Vincolo: prescrizioni cinematiche, limitazioni degli spostamenti

Vincoli: lisci, bilaterali e puntuali

Vincolo triplo : incastro





spostamenti consentiti ad un corpo libero:

2 traslazioni (verticale e orizzontale)

1 rotazione

Incastro 1) $u_A = 0$ 2) $v_A = 0$ 3) $\theta_A = 0$

Molteplicità del vincolo m : prescrizioni cinematiche introdotte
"spostamenti impediti nel punto di applicazione"

Incastro $m = 3$

g.l : gradi di libertà del corpo libero = 3

g: gradi di libertà residui $g = gl - m$

Incastro $g = 3 - 3 = 0$

Corpo rigido vincolato con l'incastro ha $g = 0$ gradi di libertà

$$g = 0$$

Non esiste un centro di rotazione C_R

Non esiste un punto C_R rispetto al quale ruoti

Vincoli doppi

Cerniera

1) $u_A = 0$ 2) $v_A = 0$ $m = 2$

$$g = gl - m = 3 - 2 = 1$$

- Consentita la rotazione intorno ad A

C_R nella cerniera

Pattino o doppio pendolo

1) $v_A = 0$ 2) $\theta_A = 0$ $m = 2$

$$g = gl - m = 3 - 2 = 1$$

Consentita la traslazione lungo il piano del pattino

- C_R ∞

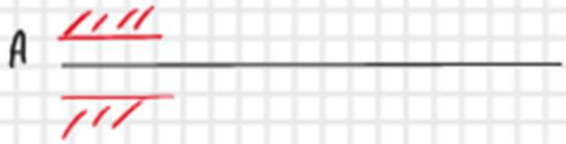
C_R : punto improprio (infinito) in direzione perpendicolare al piano di scorrimento

1) $\theta_A = 0$ 2) $\vec{s}_A \cdot \vec{n} = 0$

2) $u_A \cdot \cos\alpha + v_A \operatorname{sen}\alpha = 0$

$\alpha = 0$ $u_A = 0$ e $\alpha = \pi/2$ $v_A = 0$

- Manicotto



1) $v_A = 0$ 2) $\theta_A = 0$

$m = 2$

$g = gl - m = 1$

C.R $\downarrow \infty$

Traslazione lungo l'asse del manicotto

CR: Punto improprio in direzione perpendicolare all'asse del manicotto

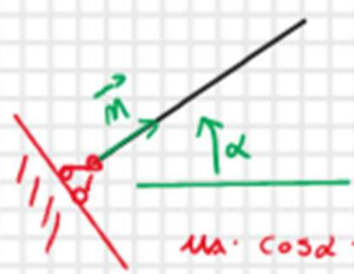
Vincoli semplici

- Carrello

1) $v_A = 0$

$m = 1$

$g = gl - 1 = 2$

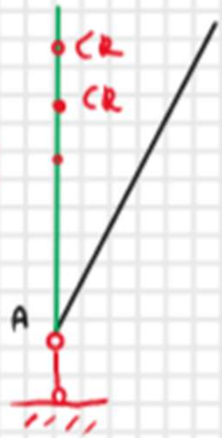


1) $\vec{s}_A \cdot \vec{n} = 0$

$u_A \cdot \cos\alpha + v_A \sin\alpha = 0$

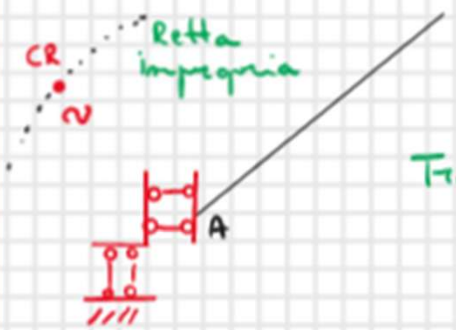
Centro di rotazione: sulla retta perpendicolare al piano di scorrimento del carrello.

equivalenti



Pendolo semplice

- Pattino - Manicotto



1) $\theta_A = 0$ $\quad m = 1 \quad g = 3 - 1 = 2$

Traslazione orizzontale e verticale libera