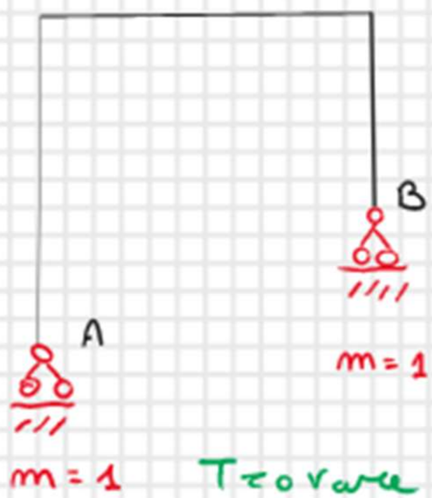
Combinazione dei vincoli



$m_{tot} = 1 + 1 = 2$

$g = gl - m_{tot} = 3 - 2 = 1$

La struttura trasla orizzontalmente

Trovare il centro di rotazione della la struttura, se esiste

Metodo

Considero il comportamento della struttura con i vincoli applicati singolarmente

Caso 1

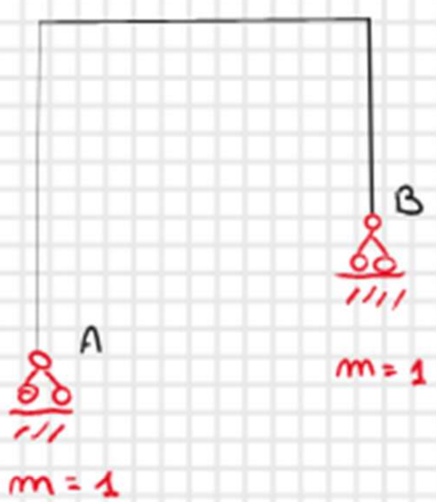
Caso 2

Centro di rotazione della struttura reale (completa): Cerco un punto, se esiste, comune ai due casi parziali.

Il punto comune(intersezione dll'insieme dei due casi) è il punto improprio verticale

• CR ∞ verticale

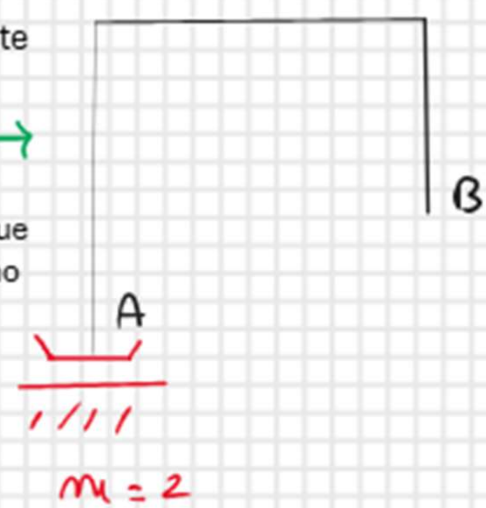
• CR ∞ verticale



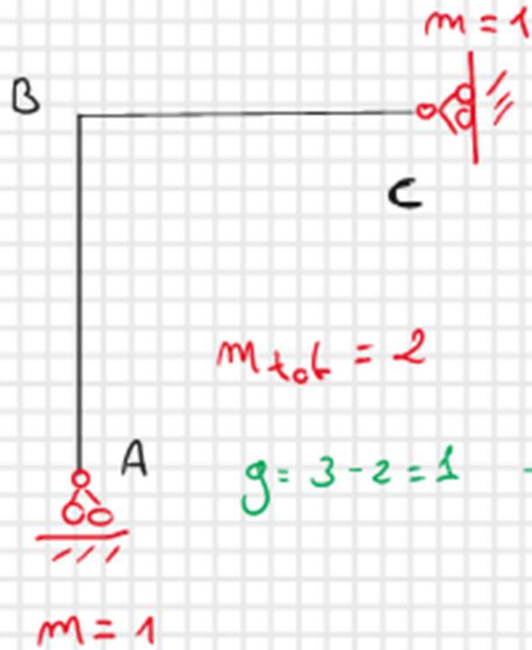
cinematicamente equivalenti

$\longleftrightarrow$

Potrei sostituire i due carrelli con il pattino

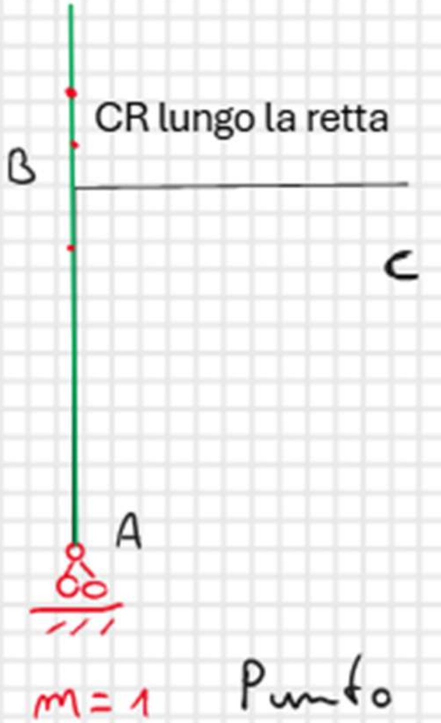


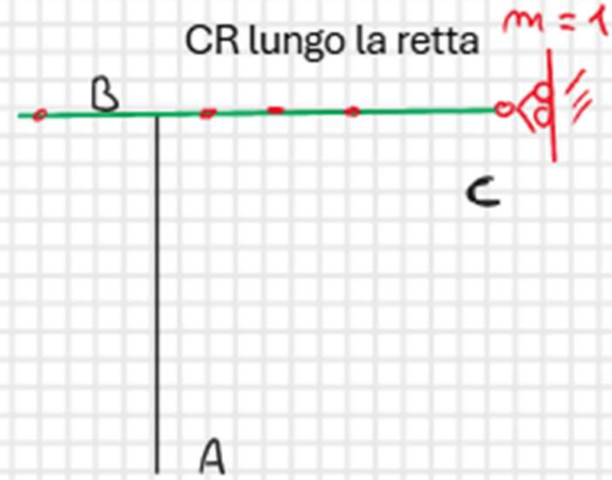
Esempio



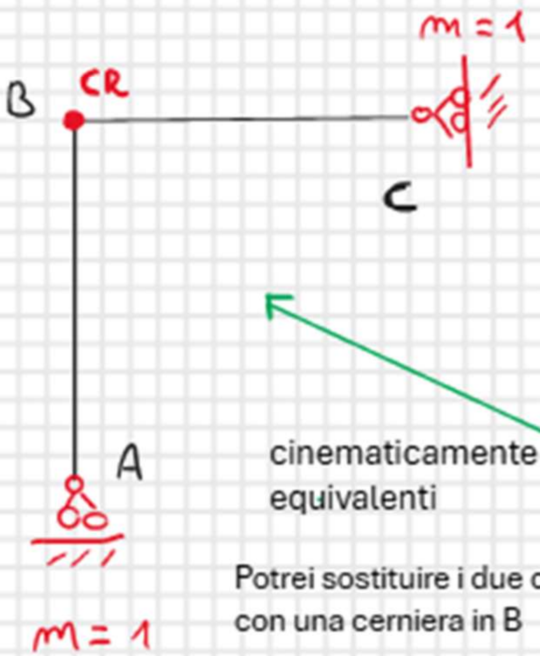
$m_{tot} = 2$

$g = 3 - 2 = 1 \longrightarrow g \neq 0$ esiste CR

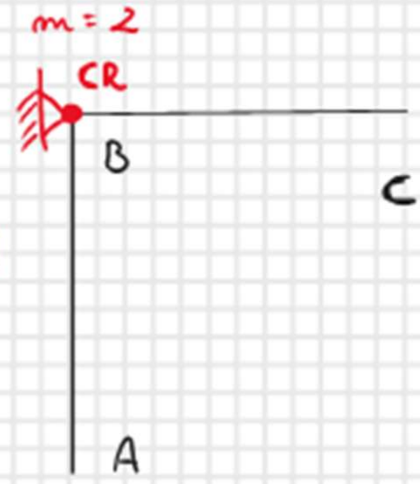




Punto comune ai 2 sottocasi
è B CR punto proprio

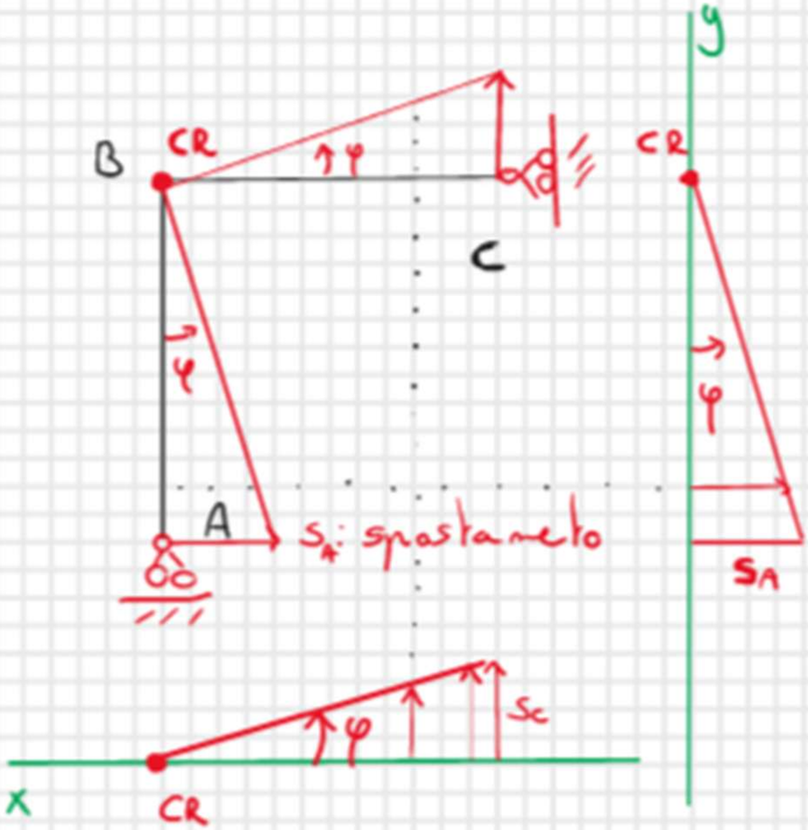


La struttura
ruota intorno a CR



cinematicamente
equivalenti

Potrei sostituire i due carrelli
con una cerniera in B

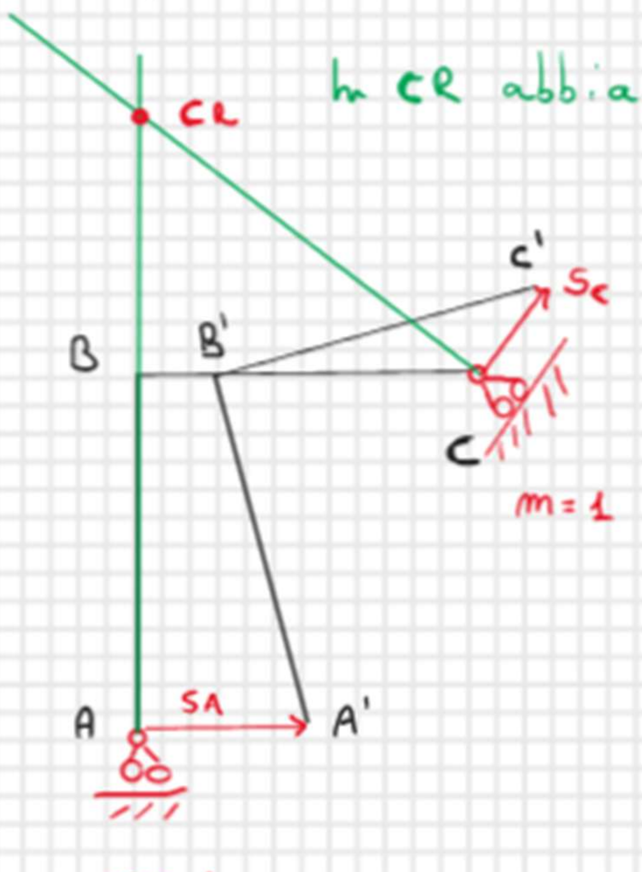


x e y sono 2 rette rispetto alle quali calcolare lo spostamento della struttura

spostamenti orizzontali

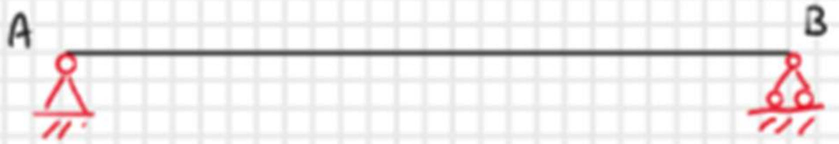
spostamenti verticali

Esempio



In CR abbiamo una cerniera fittizia

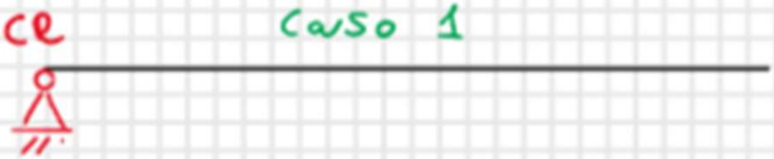
La struttura ruota intorno a CR



$m_{tot} = 3$

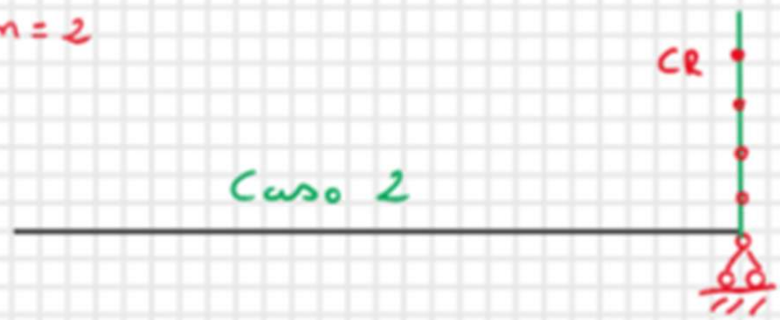
$g = gl - m_{tot} = 0$

m = 2 m = 1



CR sulla cerniera A

m = 2



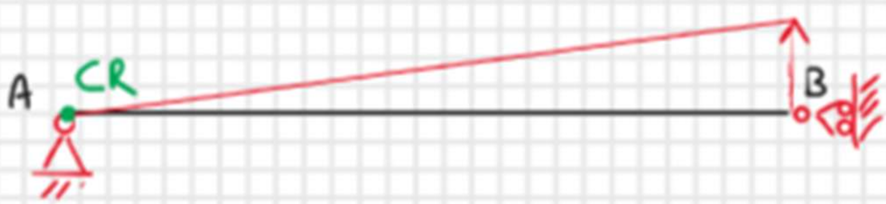
CR lungo la retta

m = 1

Non esiste un punto comune tra i casi 1 e 2

La struttura completa (reale) non ha CR

Modifichiamo l'inclinazione del carrello B



$m_{tot} = 3$

m = 2 m = 1

CR è centro di rotazione della struttura reale

Abbiamo modificato l'inclinazione del carrello, per mostrare che pur avendo lo stesso numero di vincoli m_{tot}, nel primo caso la struttura non ha CR mentre nel secondo si

Nel primo caso i vincoli sono ben posti, nel secondo mal posti

s: gradi di libertà effettivamente sottratti alla struttura

$m_{tot} = 3$

$m = 2$

$$\boxed{s = 2 \qquad s < m_{tot}}$$

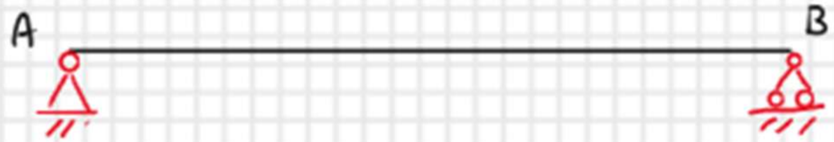
S=2 perchè la struttura ha il CR in un punto proprio A (cinematicamente equivalente a una struttura incernierata in A)

I gradi di libertà della struttura vincolata sono

$$\boxed{g = gl - s} = 3 - 2 = 1$$

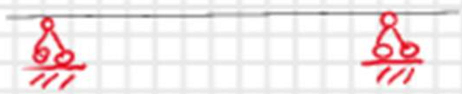
Nota

Nel caso 1, s coincideva con m_{tot}



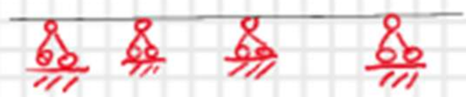
$m = 2$ $\qquad S = m_{tot} = 3$ $\qquad m = 1$

Esempio di struttura con vincoli mal posti



$m_{tot} = 2 \quad s = 2 \quad g = gl - s = 1$

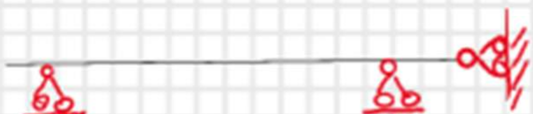
$m_{tot} = 3 \quad s = 2 \quad g = gl - s = 1$



$m_{tot} = 4 \quad s = 2 \quad g = gl - s = 1$

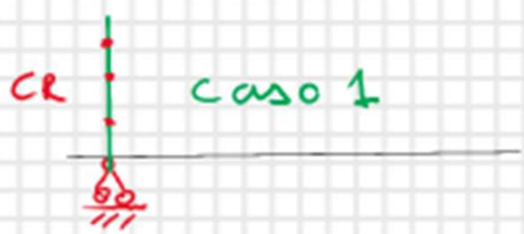
Cinematicamente le strutture in alto $\xrightarrow[\text{Pattino}]{\text{equivalgono}}$

Disposizione corretta dei vincoli



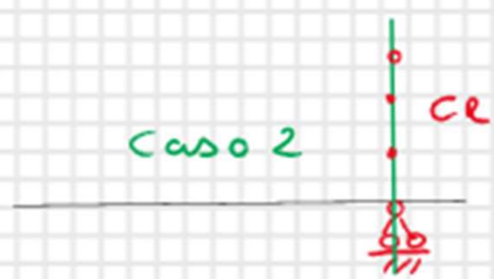
$m_{tot} = 3 \quad s = 3$

$g = gl - s = 0$



caso 1

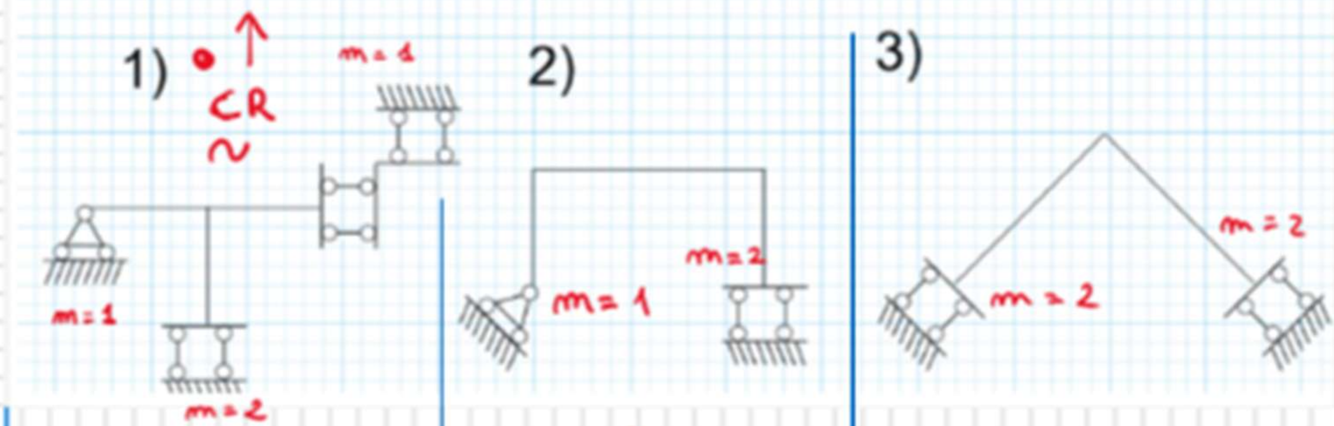
caso 2

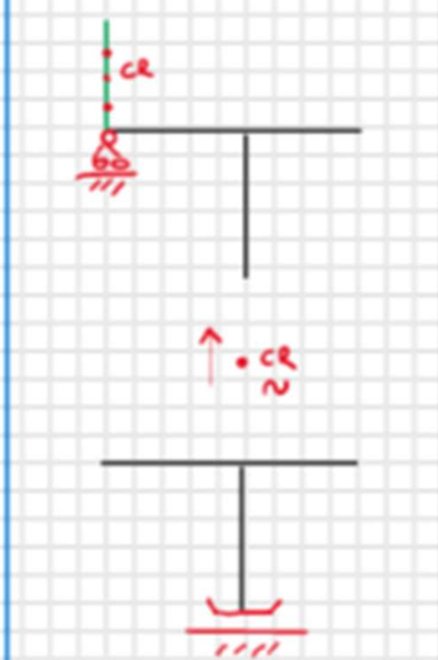


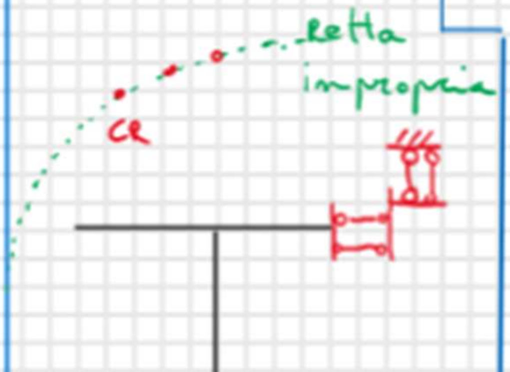
caso 3

Non esiste un punto comune per i 3 casi, il CR della struttura completa non esiste

Quesito n. 3 [3/15]. Determinare per ciascuna struttura se risulta isostatica, iperstatica o labile. Se presente individuare la posizione del centro di istantanea rotazione.



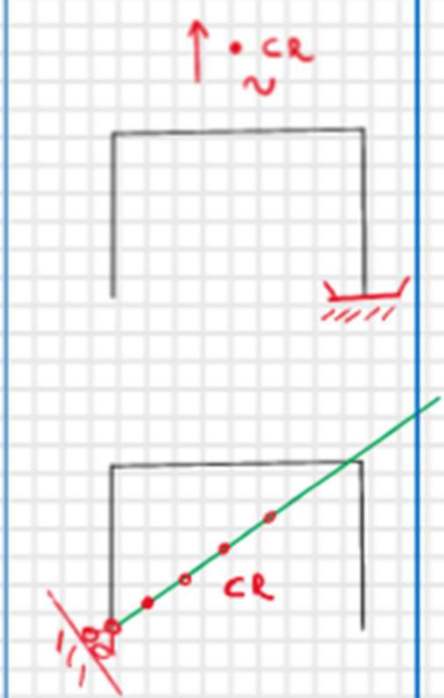




Punto comune è il punto improprio verticale

$m_{tot} = 4$

$s = 2$



Non c'è un punto comune
CR non esiste

$m_{tot} = 3$

$s = 3$

Non c'è un punto comune
CR non esiste

$m_{tot} = 4$

$s = 3$

Classificazione delle strutture

sistema isostatico

I vincoli sono in numero strettamente necessario per garantire che la struttura non si muova sotto qualunque condizione di carico.

CR non esiste

$s = g = 3 \qquad s = m_{tot} = 3$

$m_{tot} = 3 \qquad g = gl - s = 0$

$s = 3$

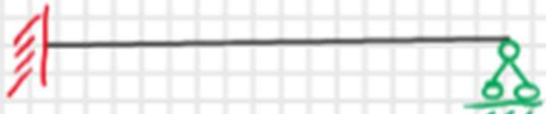
$m_{tot} = 3 \qquad g = 0$

$s = 3$

Sistemi iperstatici

Esistono vincoli sovrabbondanti, che possiamo eliminare, mantenendo la struttura isostatica

CR non esiste $\quad s = g \quad s < m_{tot}$



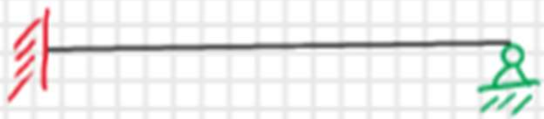
$m=3$ $\quad$ $m=1$

$m_{tot}=4$ $\quad$ $ip=1$

$s=3$

$g = gl - s = 0$

Grado di iperstaticità $\quad ip = m_{tot} - s$



$m=3$ $\quad$ $m=2$

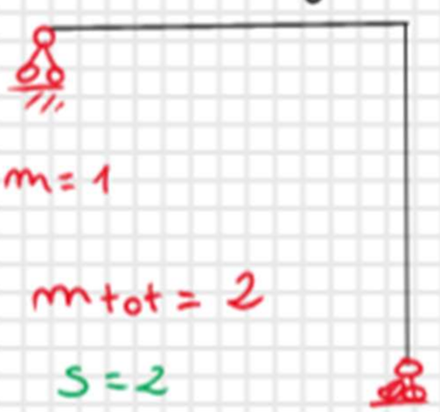
$m_{tot}=5$

$ip = 5-3 = 2$

Strutture labili

$s < g \longrightarrow$ CR esiste

vincoli insufficienti	vincoli mal posti
$m_{tot} < g$	$s < g$



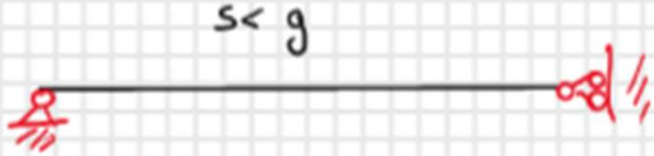
$m=1$

$m_{tot}=2$

$s=2$

$m=1$

$g = gl - s = 1$



$m=2$ $\quad$ $m=1$

$m_{tot}=3$

$s=2$

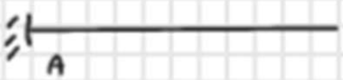
$g = gl - s = 1$

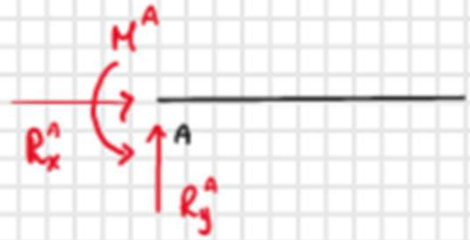
Reazioni vincolari

Vincoli

Prescrizioni cinematiche (limitazioni degli spostamenti) $\rightleftarrows$ Reazioni vincolari

Incastro

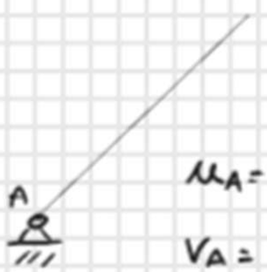




$u_A = 0$ $v_A = 0$ $\theta_A = 0$

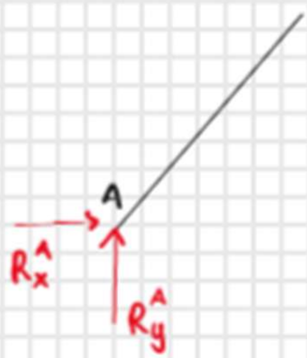
n° prescrizioni cinematico = n° reazioni vincolari indipendenti

Cerniera

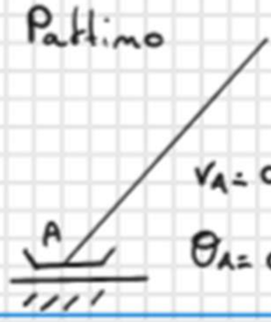


$u_A = 0$

$v_A = 0$

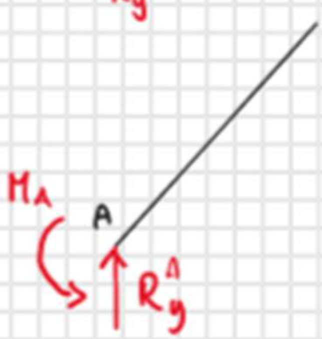


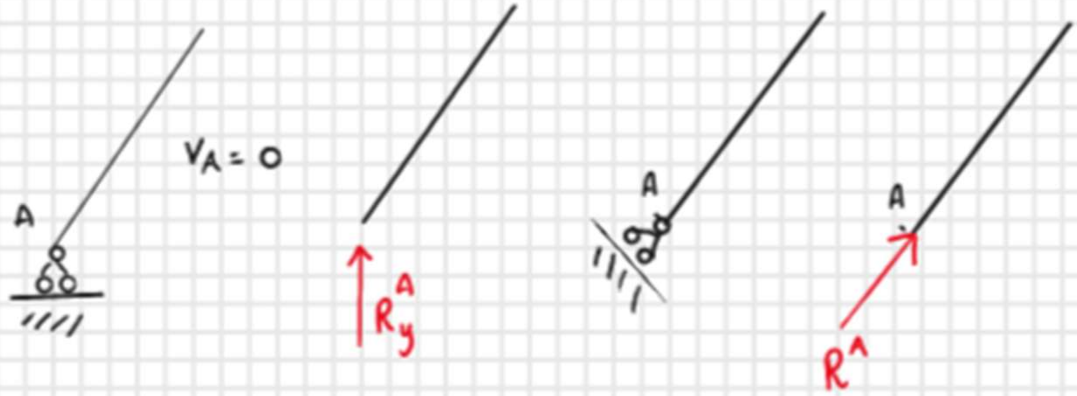
Pattino



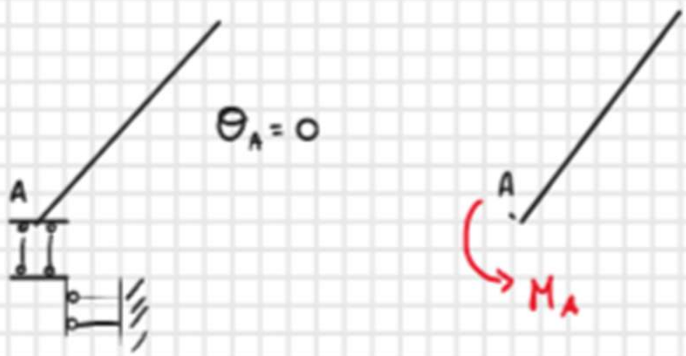
$v_A = 0$

$\theta_A = 0$





Pattino - Manicotto



Equazioni cardinali della statica

Un corpo rigido è in equilibrio se il vettore risultante $\vec{R}$ di tutte le forze che agiscono sul corpo (carichi esterni e reazioni vincolari) è nullo $\vec{R} = \vec{0}$ e il momento risultante è nullo rispetto ad un punto qualsiasi $\vec{M}_P = \vec{0}$

$$\vec{R} = \vec{0} \qquad \vec{M}_P = \vec{0}$$ eq. cardinali della statica

Sono condizioni necessarie e sufficienti

Nel caso piano

$$\boxed{\begin{aligned} &1)\ \sum R_x = 0 \qquad \sum R_x^v + R_x^c = 0 \\ &2)\ \sum R_y = 0 \qquad \sum R_y^v + R_y^c = 0 \\ &3)\ \sum M_p = 0 \qquad \sum M_p^v + M_p^c = 0 \end{aligned}}$$

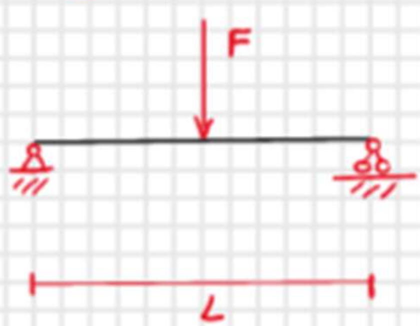
Con c identifico grandezze legate ai carichi esterni

Con v quelle legate alle reazioni vincolari

Analisi statica

Dati: caratteristiche geometriche, vincoli e carichi

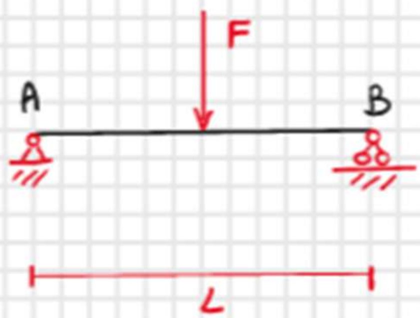
Incognite: reazioni vincolari

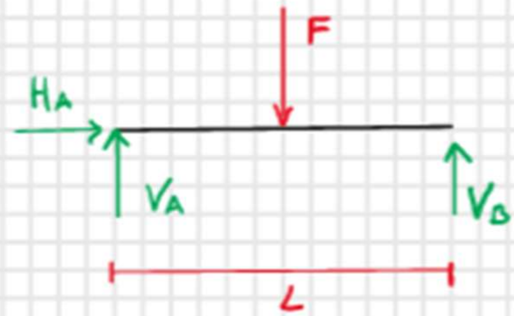


1° passo analisi cinematica

Isostatica

2° Passo: sostituisco ai vincoli le corrispondenti reazioni vincolari





Schema di corpo libero

3°) Eq. cardinali della statica

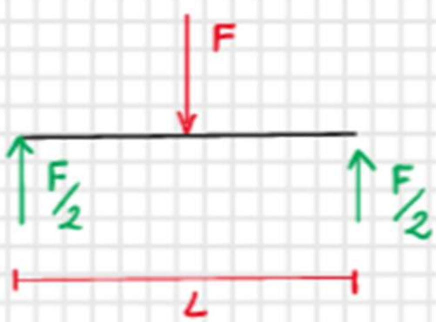
1) $\sum R_x = 0 \qquad H_A = 0$
2) $\sum R_y = 0 \qquad V_A + V_B - F = 0$
3) $\sum M_A = 0 \qquad + \circlearrowleft \quad V_B L - F\frac{L}{2} = 0$

$\Rightarrow$

$H_A = 0$

$V_A = F/2$

$V_B = F/2$

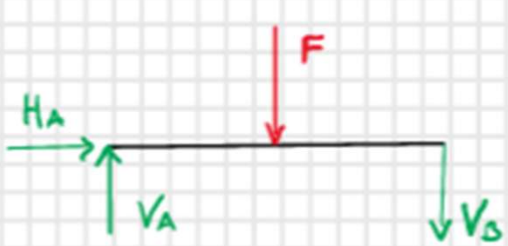


Schema di corpo libero

Sostituiamo i valori trovati

Struttura equilibrata

Nota: Il verso delle reazioni incognite è arbitrario



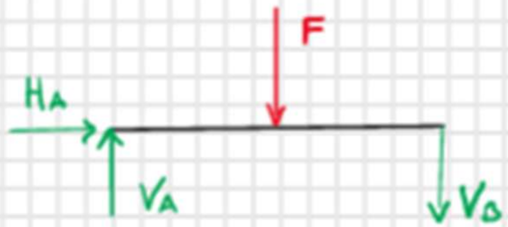
ECS $\longrightarrow$

$H_A = 0$

$V_A = F/2$

$V_B = -F/2$

Nota: Il verso delle reazioni incognite è arbitrario

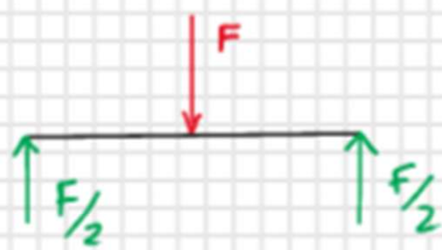


ECS $\longrightarrow$ $H_A = 0$

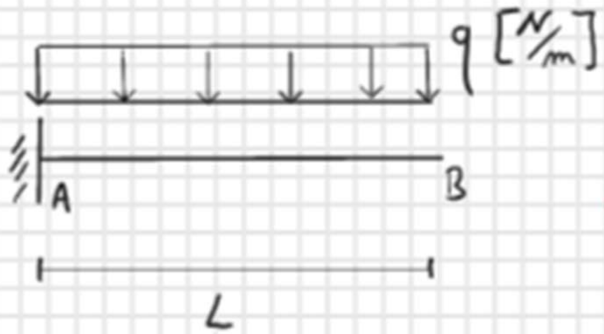
$V_A = F/2$

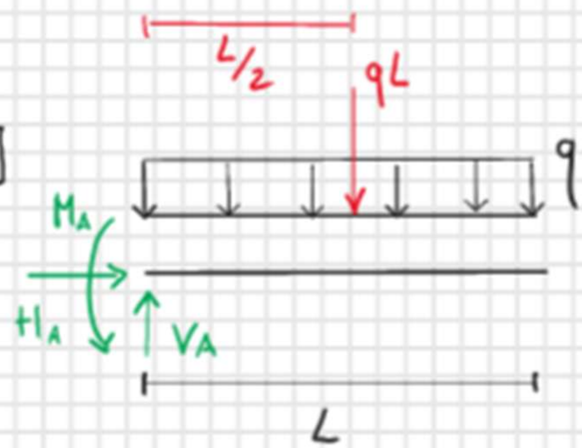
$V_B = -F/2$

Se la reazione ha valore negativo dovete cambiarne il verso quando sostituite il suo valore



Esempio



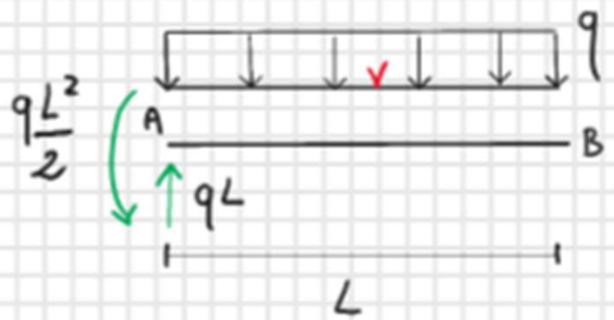


E.C.S

1) $H_A = 0$ — $H_A = 0$

2) $V_A - qL = 0$ — $V_A = qL$

3) in A $\circlearrowleft$ $M_A - qL\left(\frac{L}{2}\right) = 0$ — $M_A = \frac{qL^2}{2}$



Equilibrata

Verifica ⟶ Verificate che le E.C.S

si

1) $\Sigma R_x = 0$ $\quad 0 = 0$ ok

2) $\Sigma R_y = 0$ $\quad qL - qL = 0$ ok giusto

3) $\Sigma M_A = 0$ $\quad qL^2/2 - qL^2/2 = 0$ ok

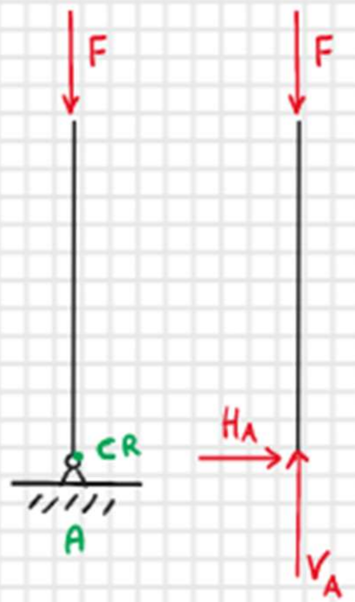
3) $\Sigma M_B = 0$ $\quad qL^2/2 + qL^2/2 - qL^2 = 0$ ok

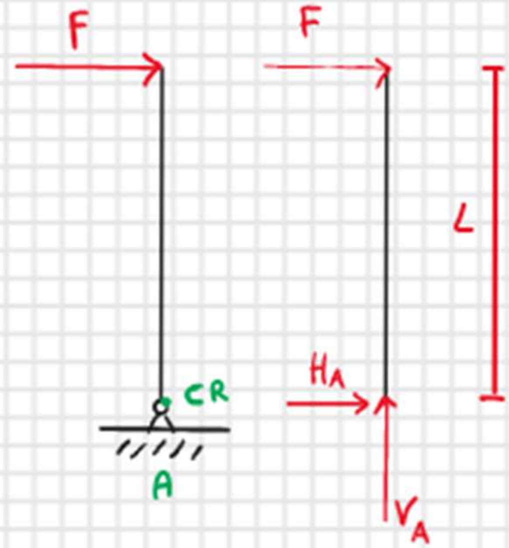
Per la 3 la scelta del punto è arbitraria

Per una struttura isostatica la soluzione esiste (sempre), ed è unica

Strutture staticamente determinate

Strutture labili





E.C.S

1) $\Sigma F_x = 0$ $\quad H_A = 0$ si
2) $\Sigma F_y = 0$ $\quad V_A = F$ si
3) $\Sigma M_A = 0$ $\quad 0 = 0$ si

sistema ha una soluzione determinato

Equilibrata

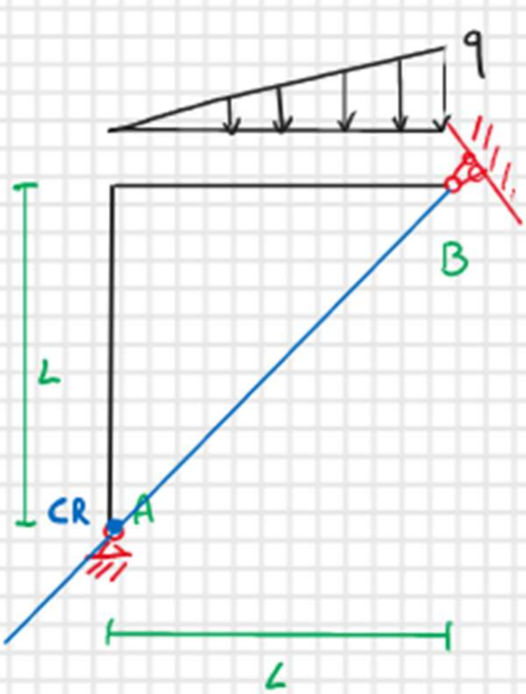
E.C.S

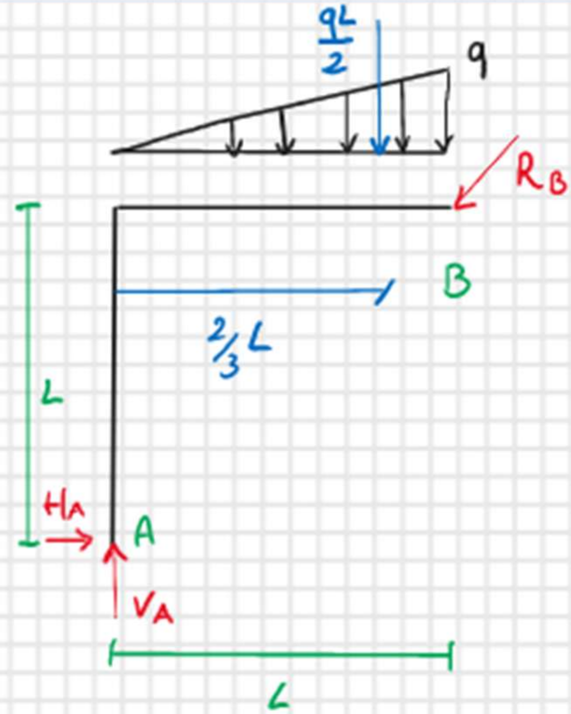
1) $H_A + F = 0$ si
2) $V_A = 0$ si
3) $F \cdot L = 0$ NO

Eq. 3 non è verificata sistema è impossibile

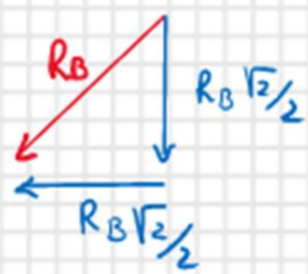
Non equilibrata

Per le strutture labili, l'equilibrio dipende dal carico





ECS



1) $H_A - R_B \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$ si

2) $V_A - R_B \frac{\sqrt{2}}{2} - q\frac{L}{2} = 0$ si

3) in A $+\circlearrowleft$ $-\frac{qL}{2}\left(\frac{2}{3}L\right) = 0$ NO

Eq 3 non è verificata, sistema impossibile
la struttura non è equilibrata