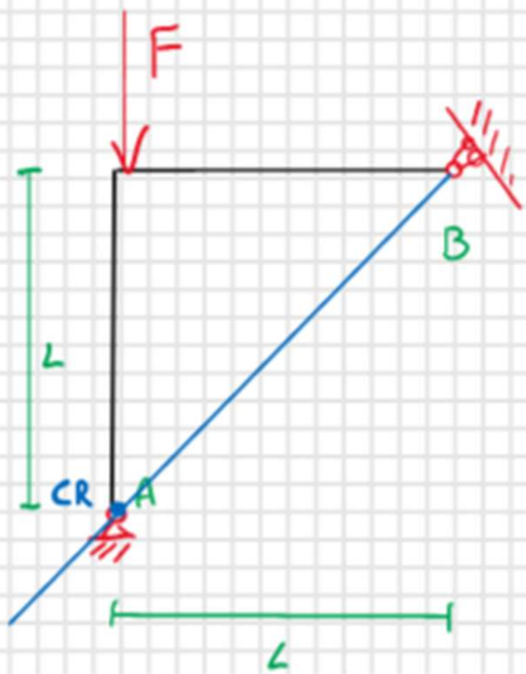
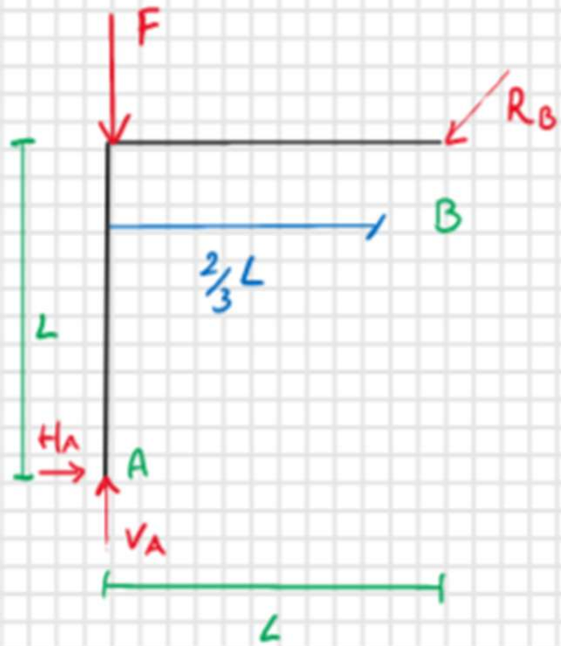
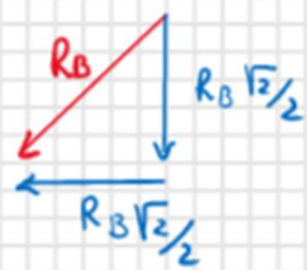




ECS



1) $H_A - R_B \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$ si

2) $V_A - R_B \frac{\sqrt{2}}{2} - F$ 0 si

3) in A $\circlearrowleft +$ $0 = 0$ si

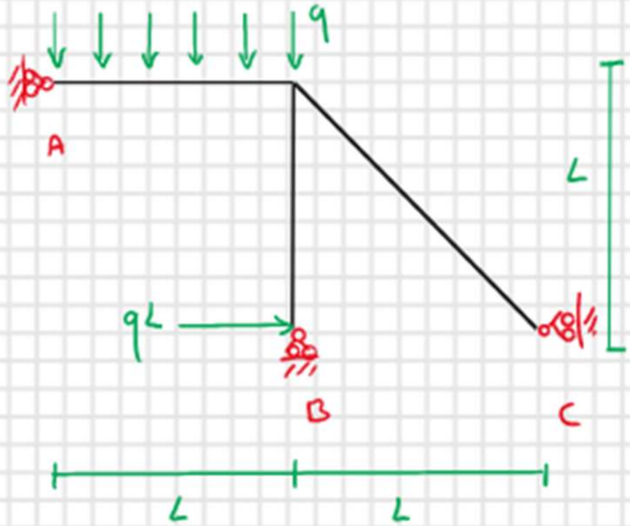
La struttura è labile, è equilibrata

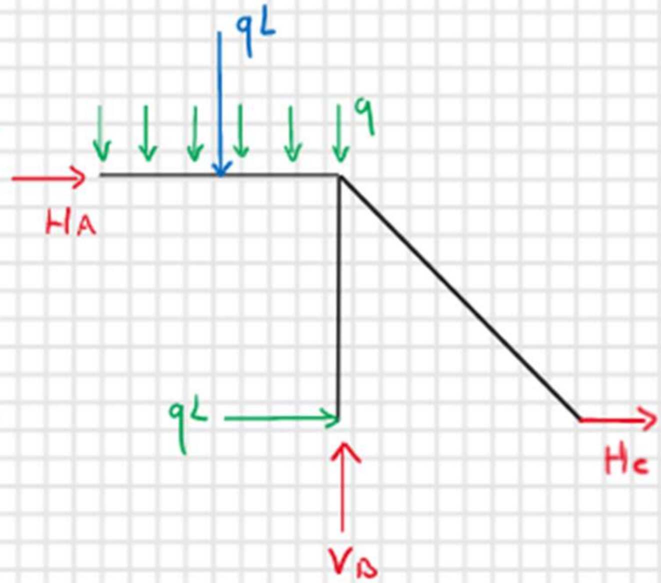
2 equazioni e 3 incognite (H_A, V_A, R_B)

sistema indeterminato

∞^{3-2} soluzioni ∞^1

Esercizio





Isostatica $m = 3$ $s = 3$ $g = 0$

E.C.S.

1) $H_A + H_C + qL = 0$

2) $V_B - qL = 0$

3) $m_B \; + \circlearrowleft \quad -H_A L + qL\frac{L}{2} = 0$

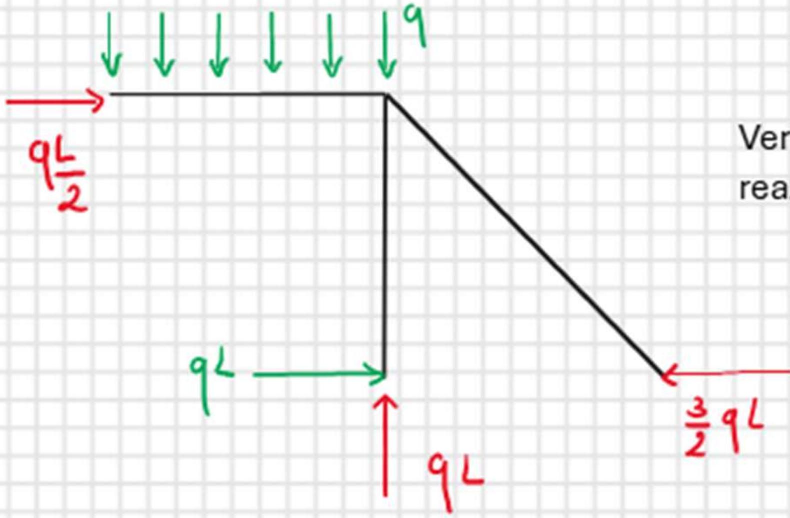
$\longrightarrow$

$H_C = -\frac{3}{2}qL$

$V_B = qL$

$H_A = q\frac{L}{2}$

Verifica



Verifico le E.C.S con i valori delle reazioni che ho appena calcolato

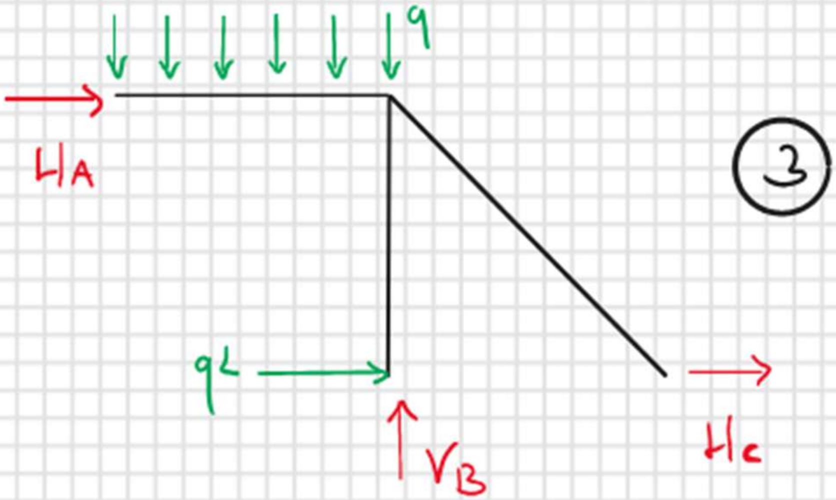
1) $q\frac{L}{2} + qL - \frac{3}{2}qL = 0$

2) $qL - qL = 0$

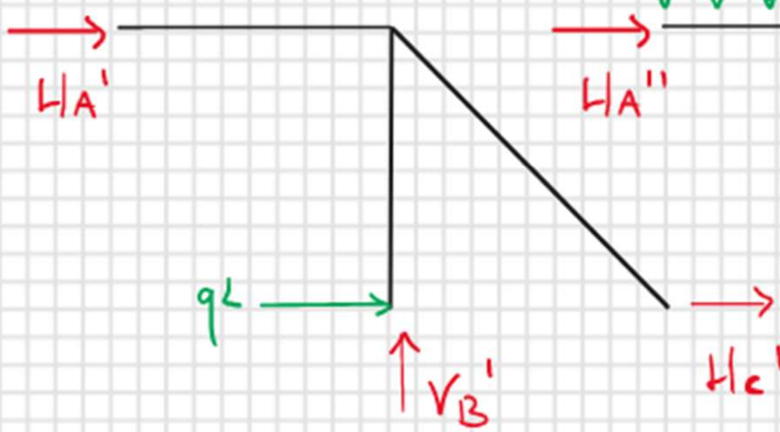
3) $m_B \quad -\frac{qL^2}{2} + \frac{qL^2}{2} = 0$

La verifica dell'equazione 3 si può fare rispetto ad un punto arbitrario

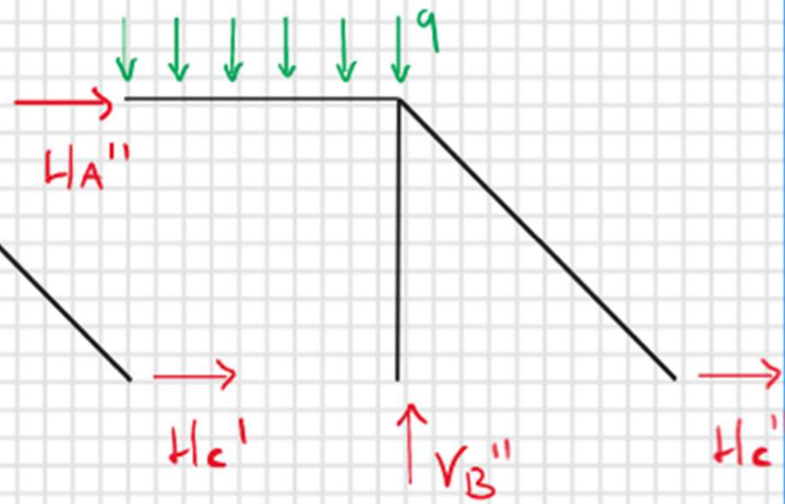
Il principio di sovrapposizione degli effetti



Caso 1



Caso 2



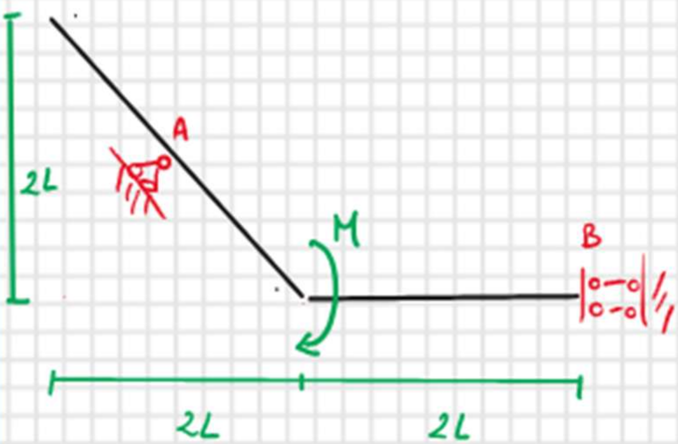
$H_A' = 0 \quad V_B' = 0 \quad H_C' = -qL \qquad H_A'' = qL/2 \quad V_B'' = qL \quad H_C'' = -qL/2$

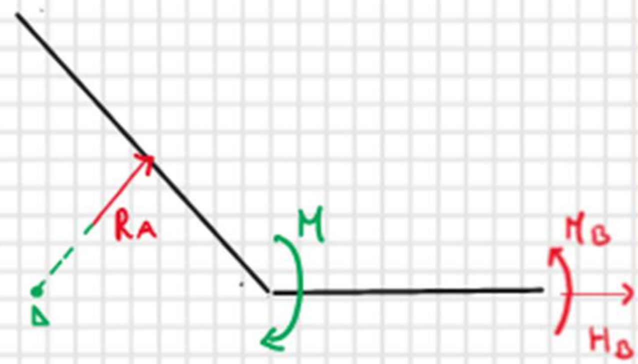
$H_A = H_A' + H_A'' \qquad V_B = V_B' + V_B'' \qquad H_C = H_C' + H_C''$

Il principio di sovrapposizione degli effetti stabilisce che, in sistemi strutturali lineari ed elastici, l'effetto totale (spostamenti, tensioni, reazioni vincolari) prodotto da più cause (carichi) è la somma degli effetti generati da ogni singola causa agendo indipendentemente.

Moltiplicare un carico per un fattore comune K implica che le reazioni vincolari saranno moltiplicate di un fattore K

Esercizio, momento applicato





$m^{tot} = 3 \quad s = 3 \quad g = 0$

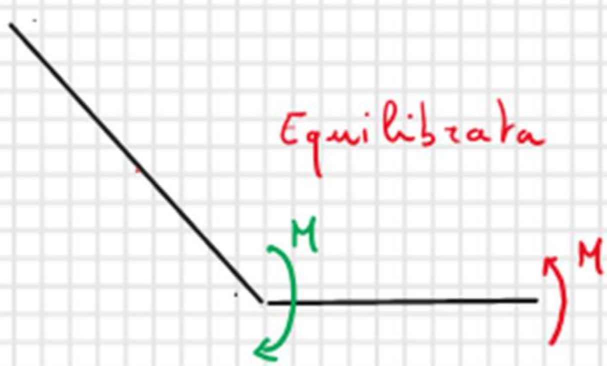
isostatica
(non c'è CR)

ECS

1) $R_A \frac{\sqrt{2}}{2} + H_B = 0 \qquad H_B = 0$

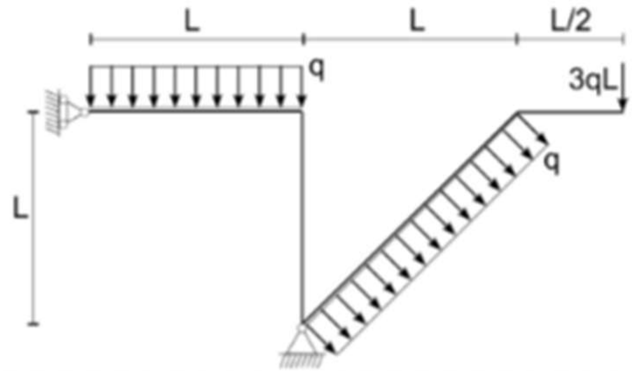
2) $R_A \frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \qquad R_A = 0$

3) $m_\Delta \; +\circlearrowleft \quad M_B - M = 0 \qquad M_B = M$

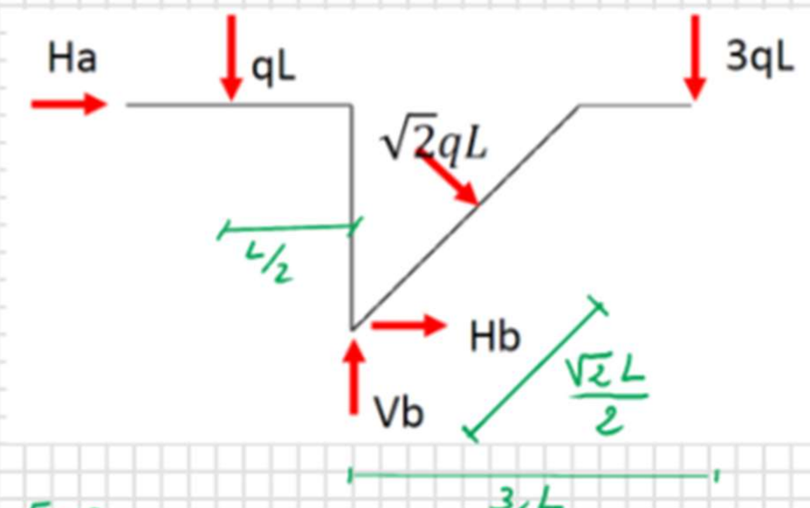


schema di corpo libero

Quesito n. 4 [5/15]. Verificare l'isostaticità della struttura e calcolare le reazioni vincolari.



struttura isostatica



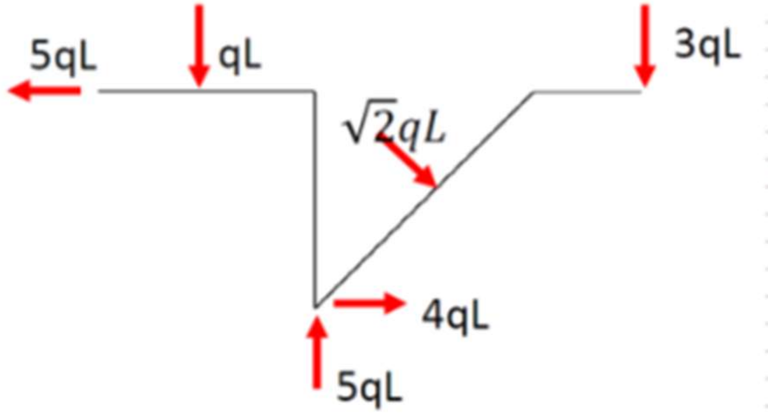
EcS

1) $H_A + H_B + qL = 0$

2) $V_B - qL - qL - 3qL = 0$

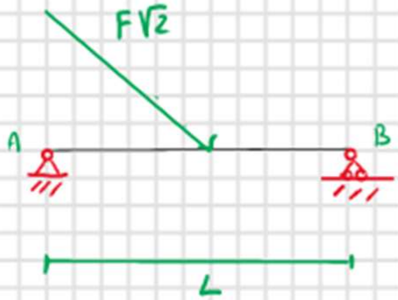
3) $m_B \circlearrowleft^{+} \quad -H_A L + q\frac{L^2}{2} - qL^2 - \frac{9}{2}qL^2 = 0$

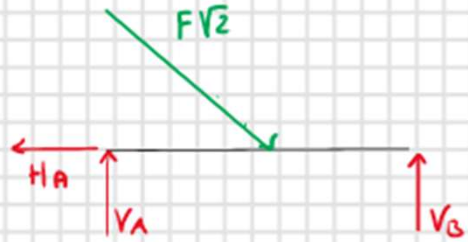
$H_A = -5qL \quad V_B = 5qL \quad H_B = 4qL$



$\rightarrow$ $\boxed{\text{Fare la verifica}}$

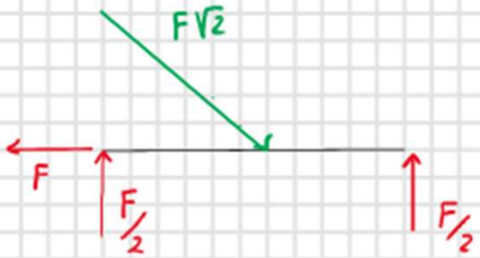
Determinazione delle reazioni vincolari per via grafica



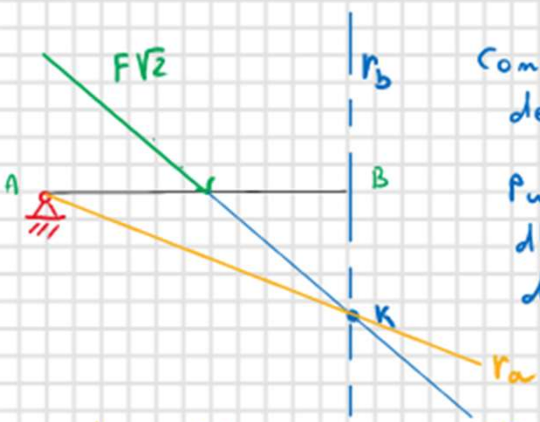


ECS

$H_A = F \quad V_A = F/2 \quad V_B = F/2$



Metodo alternativo vogliamo determinare le reazioni vincolari per via grafica



Conosciamo la retta d'azione della forza sul carrello B

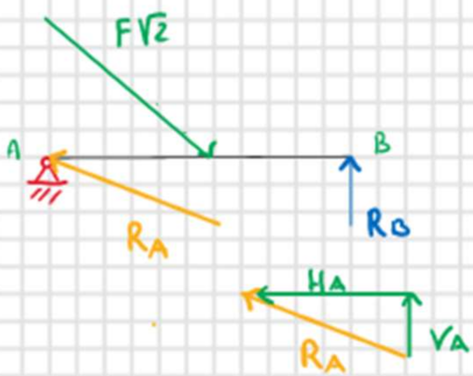
Punto k intersezione della retta d'azione della reazione vincolare del carrello e del carico esterno

La retta d'azione della reazione vincolare della cerniera A deve passare per K

Tutte le rette d'azione delle forze passano per k, quindi il momento risultante rispetto a k è nullo

Conosciamo la direzione delle 3 forze (R_A, R_B e $\sqrt{2}F$) e conosciamo l'intensità del carico ($\sqrt{2}F$) $\longrightarrow$ $\boxed{\text{Dobbiamo determinare l'intensità di } R_a \text{ e } R_b}$

Per calcolare R_a e R_b usiamo il poligono delle forze → Deve essere chiuso affinché $\vec{R} = 0$



H_A e V_A sono le componenti di R_A in direzione verticale e orizzontale

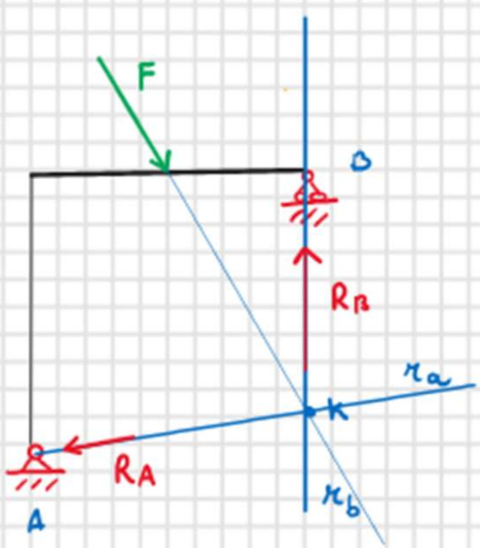
$$R_A = \sqrt{H_A^2 + V_A^2}$$

Ho trovato un sistema di vettori

$S \equiv \{\sqrt{2}F, R_A, R_B\}$ equilibrato o nullo

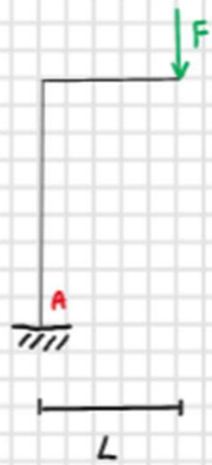
$$\vec{R} = 0 \quad \vec{M}_P = \vec{0} \quad \forall P$$

Esempio



Poligono forze

Esempio



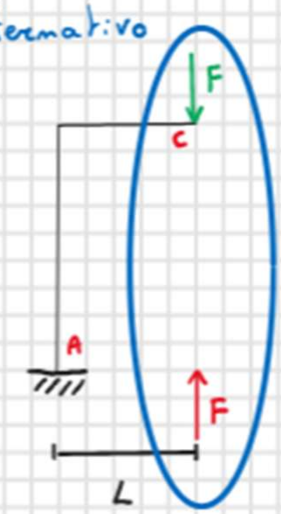
ECS

1) $H_A = 0$

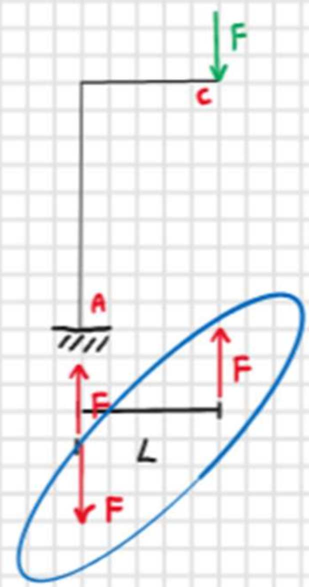
2) $V_A = F$

3) In A $\circlearrowleft +$ $M_A - FL = 0$

Alternativo



sistema
di vettori
equilibrato
$\vec{R} = 0 \quad \vec{M}_e = 0$



Trave: un elemento strutturale tridimensionale che ha una lunghezza preponderante rispetto ad una dimensione caratteristica della sua sezione

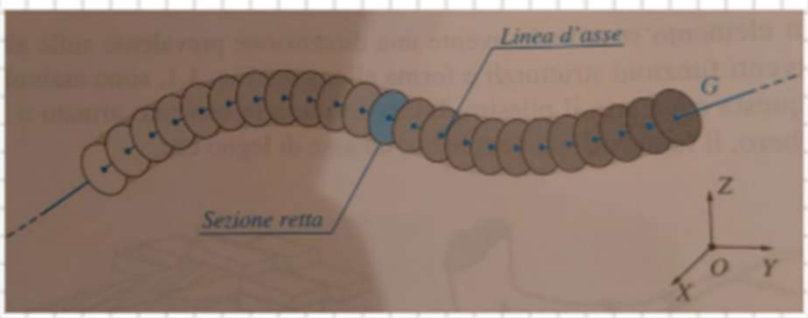
È caratterizzata:

linea d'asse

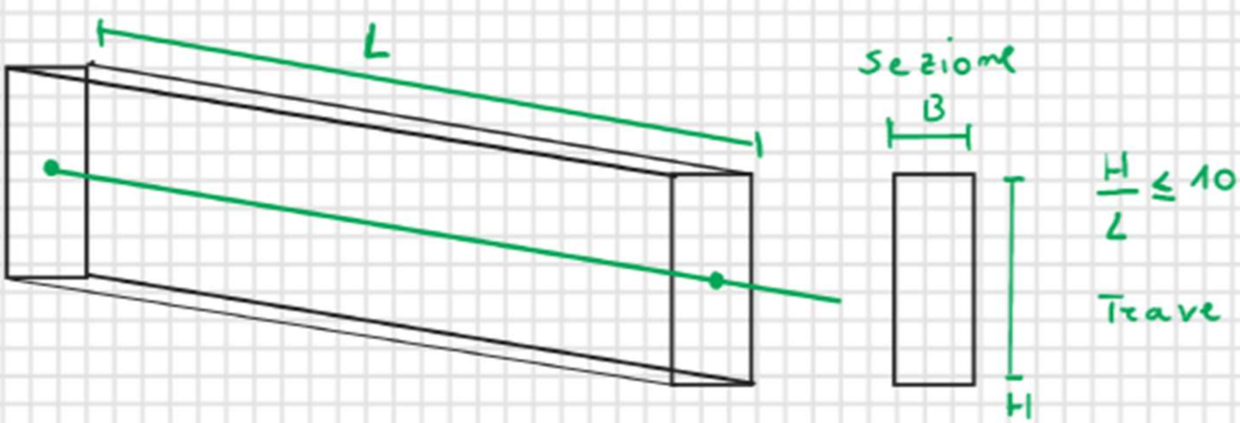
sezione

Sezione è caratterizzata:

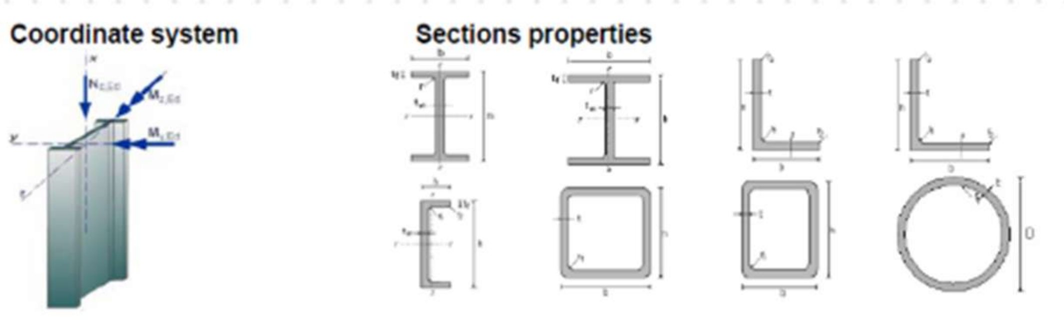
- Area
- Baricentro
- Momenti d'inerzia



Trave rettilinea se la linea d'asse è rettilinea.

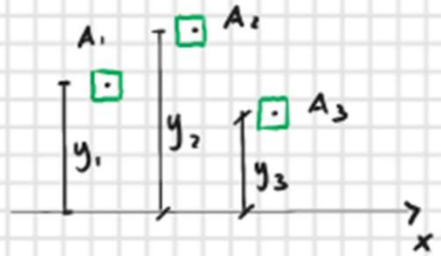


Studio della sezione: geometria delle aree



Momento statico   Momento del primo ordine

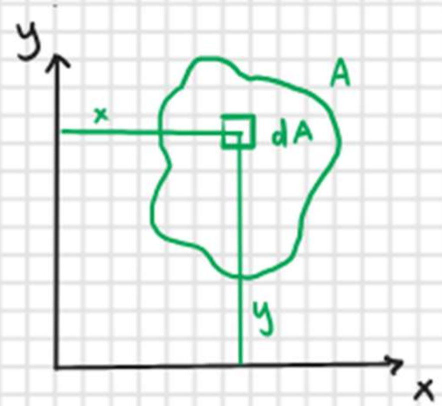
Distribuzione dell'area rispetto ad un asse



$$S_x = A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3$$

rispetto all'asse x

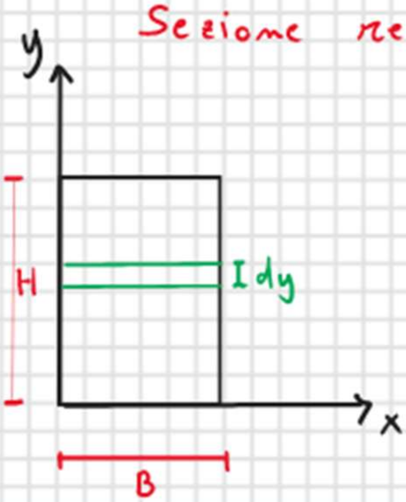
$$S_x = \sum_{i=1}^{n} A_i y_i$$



$$\boxed{S_x = \int_A y \, dA \qquad S_y = \int_A x \, dA}$$

Può essere positivo
negativo
nullo

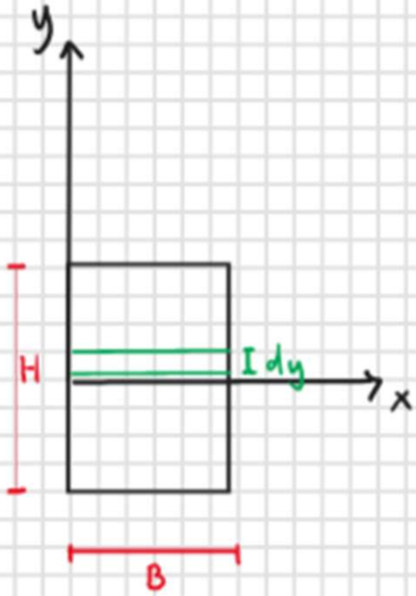
Sezione rettangolare



$$S_x = \int_A y \, dA \longrightarrow dA = B \, dy$$

$$S_x = \int_0^H y B \, dy = B \int_0^H y \, dy = B \frac{y^2}{2} \Big|_0^H = BH^2/2$$

$$S_y = \frac{HB^2}{2} \qquad [m^3]$$



$$S_x = \int_A y \, dA$$

$$S_x = \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} y B \, dy = B \left. \frac{y^2}{2} \right|_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} = 0$$

Il momento statico rispetto ad una retta passante per il baricentro è nullo

$S_y = \frac{HB^2}{2}$ come prima (asse y non è cambiato)

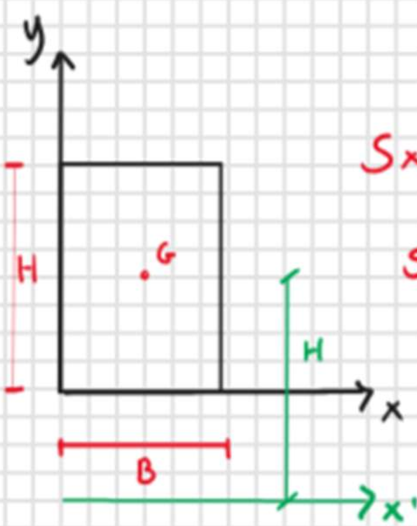
Teorema di Varignon

Il momento statico è pari al prodotto dell'area per la distanza del baricentro dall'asse

$S_x = A \cdot y_G$

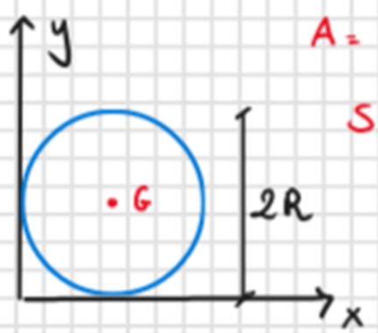
$S_y = A \cdot x_G$

x_G e y_G sono le coordinate del baricentro rispetto agli assi x e y



$S_x = ?$ $\quad S_x = A \cdot y_G = (BH) \cdot \frac{H}{2} = \frac{BH^2}{2}$

S_x' $\quad S_x' = (BH) H = BH^2$



$A = \pi R^2 \quad y_G = R$

$S_x = \pi R^3$

$S_x = A \cdot y_G$

$S_y = A \cdot x_G$

$$\xrightarrow[\text{Baricentro}]{\text{Possiamo invertirle}}$$

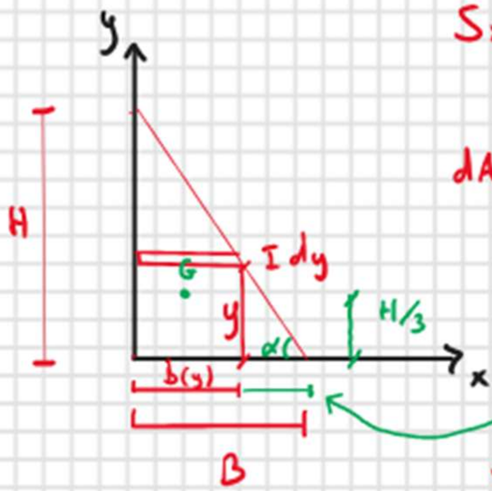
$y_G = \dfrac{S_x}{A}$

$x_G = \dfrac{S_y}{A}$

Momento statico rispetto ad un asse di simmetria è nullo

Baricentro si trova su l'asse di simmetria

Sezione triangolare



$S_x = \int_A y \, dA$

b(y) varia al crescere di y da B a 0

$dA = b(y)\,dy = \overbrace{\left(B - \dfrac{y}{tg\alpha}\right)} \cdot dy = \left(B - y\dfrac{B}{H}\right) dy$

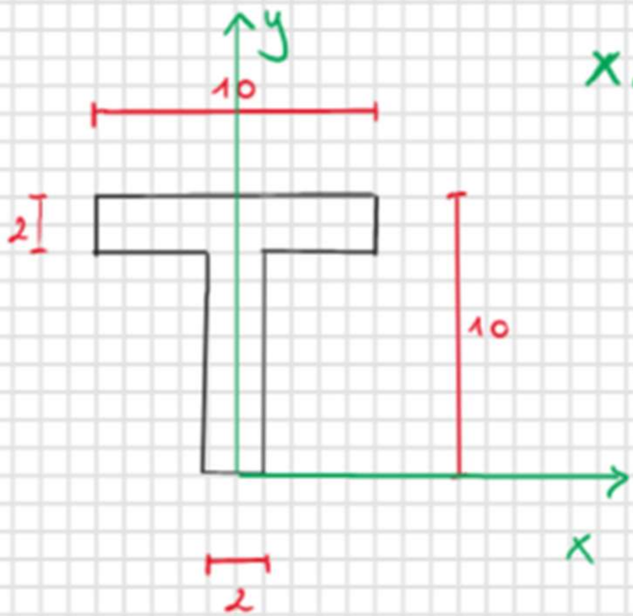
$tg\,\alpha = \dfrac{H}{B}$

$S_x = \int_0^H \left(B - y\dfrac{B}{H}\right) y \, dy = \dfrac{By^2}{2} - \dfrac{By^3}{3H} \Big|_0^H = \boxed{\dfrac{BH^2}{6}}$

$$\boxed{y_G = \frac{S_x}{A} = \frac{BH^2/6}{BH/2} = \frac{H}{3} \qquad x_G = \frac{B}{3}}$$

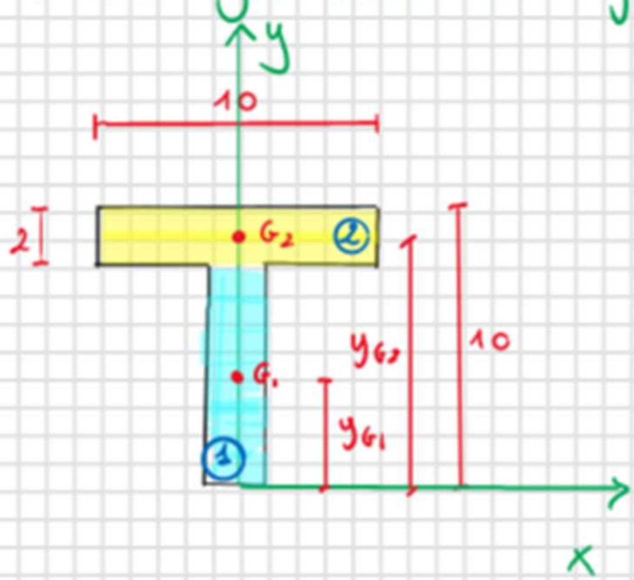
Calcolare la posizione del baricentro

La sezione è simmetrica quindi si trova sull'asse di simmetria



$x_G = 0$ $\quad y_G = ?$

Fisso gli assi x e y arbitrariamente



	A_i	y_{Gi}	S_{xi}	
1)	16	4	64	
2)	20	9	180	
	36		244	Totale

- Divido la sezione in rettangoli
- Individuo la posizione dei baricentri dei singoli rettangoli

A_i : area dei singoli rettangoli

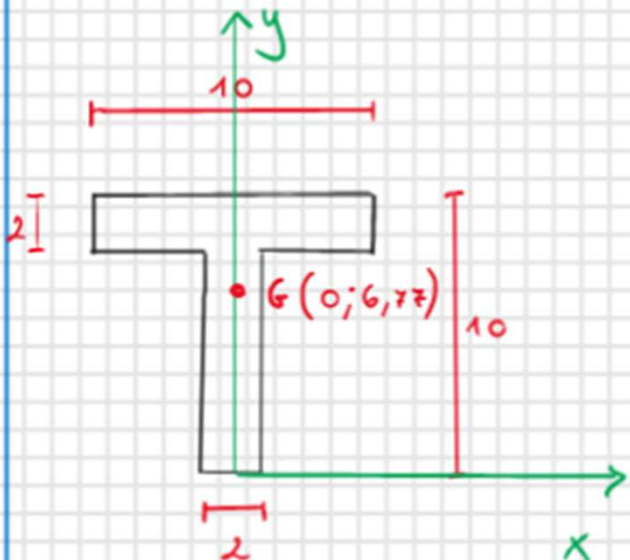
y_{Gi} : coordinata baricentro del singolo rettangolo

S_{xi} : momento statico iesimo rettangolo

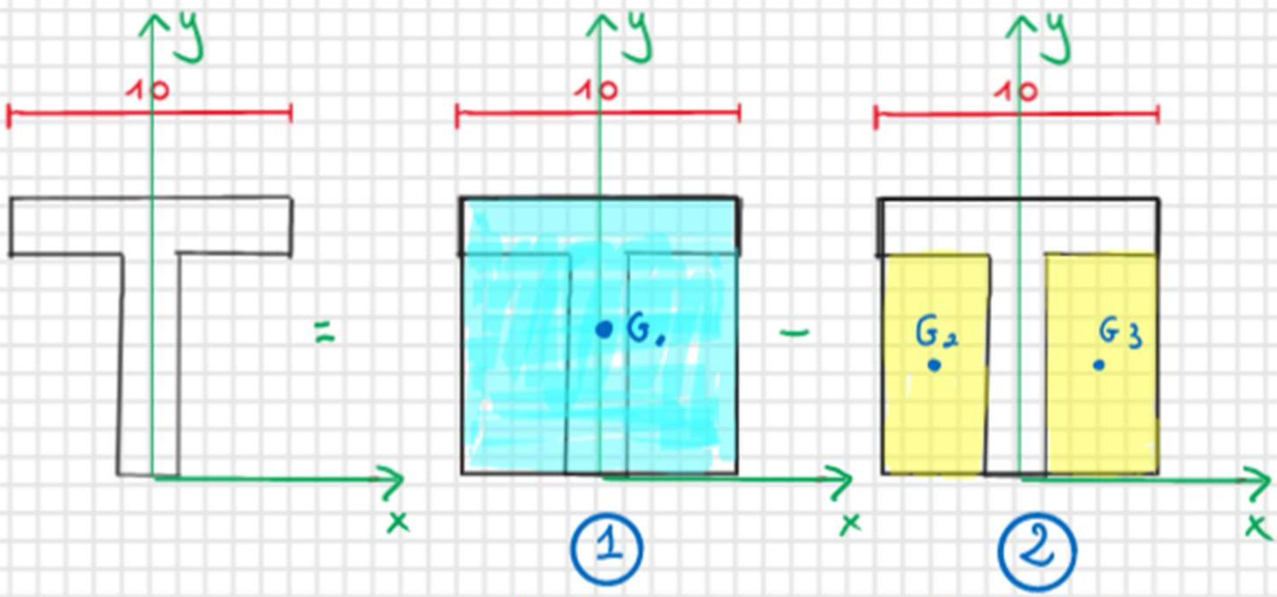
Area totale $A_{tot} = 36$ $\qquad$ $S_{x\,tot} = 244$

Coordinata del baricentro della sezione completa

$$y_G = \frac{S_{x\,tot}}{A_{tot}} = \frac{244}{36} \simeq 6,77$$



Alternativa- calcolo per sottrazione



$S_x' = A_1 \cdot y_{G1}$

$S_x' = 100 \cdot 5 = 500$

$A' = 100$

$S_x^2 = 2(32 \cdot 4) = 256$

$A^2 = 32 \cdot 2 = 64$

$A_{tot} = A' - A'' = 36$

$S_{x\,tot} = S_x' - S_x'' = 500 - 256 = 244 \longrightarrow y_G = \frac{244}{36} \simeq 6,77$